

**ПРОБЛЕМА
КОНСТРУКТИВНОСТИ
НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО
ЗНАНИЯ**

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДЕСЯТЫЙ

**КУРСК
2008**

КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО
И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ**

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДЕСЯТЫЙ

КУРСК

2008

ББК 87.3
П 78

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П 78

Проблема конструктивности научного и философского знания:
Сборник статей: Выпуск десятый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. –
Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2008. – 124 с.

ISSN 0131–5048

Десятый выпуск сборника статей включает результаты научных исследований, объединенных общей темой исследования: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Сборник содержит работы учёных Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Белорусского государственного университета, Курского государственного университета. Сборник рекомендуется специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; материалы сборника могут быть использованы преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

ББК 87.3

РЕДКОЛЛЕГИЯ

В. Т. Мануйлов – кандидат философских наук, *ответственный редактор*
Е. И. Арепьев – доктор философских наук
В. А. Еровенко – доктор физико-математических наук
А. Н. Кочергин – доктор философских наук
А. В. Кузнецов – кандидат философских наук
В. В. Мороз – доктор философских наук
Я.С. Яскевич – доктор философских наук

ISSN 0131–5048

© Коллектив авторов, 2008.

© Курский государственный университет, 2008.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<i>Предисловие редактора</i>	5
Арепьев Е.И. Онтологические и гносеологические элементы логической составляющей оснований математического знания: реализм и его альтернативы в направлениях философии математики	9
Еровенко В. А. Мировоззренческие ценности математической культуры	25
Кочергин А. Н. Конструктивность цивилизационного проекта для России	49
Кочергин А. Н., Никитин Е. Д. О конструктивности учения о биосфере (В.В. Докучаев и В.И. Вернадский)	57
Михайлова Н. В. Структурализм и математическая двойственность: границы математического познания	73
Мороз В. В. Онто-гносеологические основания логического мышления в философско-математической модели сознания В.В. Налимова	95
Побережный А.А. Онтологические установки логики конструктивной математики	105
<i>Авторская справка</i>	119
ABSTRACTS	121

Периодический тематический сборник «Проблема конструктивности научного и философского знания» выходит в издательстве Курского государственного университета с 2001 года. До настоящего времени вышли в свет девять выпусков: в 2001, 2003, 2004, 2005, 2006 и 2007 годах. Основу сборника составляют материалы исследований, проводимых научной творческой группой сотрудников кафедры философии КГУ в рамках исследовательских проектов, выигравших гранты Министерства общего и профессионального образования РФ (Проект № 6: «Концепции конструктивности математического знания в основных направлениях философии науки на пороге XXI века», 1997–2000 гг.), РФФИ (Проект 01–06–80278: «Конструктивность физико–математического знания в историко–философском аспекте», 2001–2003 гг.), совместного гранта РГНФ–БРФФИ (Проект 05–03–90 300 а/Б : «Конструктивность и диалог в основаниях физико-математического знания: история и современность», 2005–2007 гг.). Печатались в выпусках сборника и материалы ученых МГУ им. М. В. Ломоносова, других вузов Москвы и Курска. Основу десятого выпуска составляют материалы исследований, проводимых сотрудниками кафедры философии КГУ, учеными МГУ имени М.В. Ломоносова и Белорусского государственного университета. По результатам исследований, опубликованным в предшествующих выпусках и в данном выпуске, защищено пять кандидатских и две докторские диссертации.

Редакционная коллегия сборника приглашает к сотрудничеству всех работающих в области философии и методологии науки или в смежных областях, чьи научные интересы пересекаются с проблемой нашего сборника.

Предисловие редактора



Предлагаемый вниманию читателей десятый выпуск тематического сборника статей продолжает публикацию результатов исследований, объединённых общей темой «Проблема конструктивности научного и философского знания» и направленных на решение фундаментальной научной проблемы на стыке истории философии, философии и методологии науки, связанной с проведением комплексных теоретических исследований взаимосвязи собственно физико-математических, общенаучных и общеполитических методов и подходов в истории европейской науки и философии. Первый выпуск сборника вышел в 2001 году; второй выпуск – в 2003 году; третий – в 2004 году, четвёртый и пятый – в 2005 году, шестой и седьмой – в 2006 году, восьмой и девятый – в 2007 году.

Основное содержание сборника составляют результаты исследований участников научно-исследовательского проекта, получившего поддержку Российского гуманитарного научного фонда (проект № 08-03-00049а, тема: «Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX – начала XX столетия», руководитель Арепьев Е.И.), а также статьи ученых МГУ имени М.В. Ломоносова и Белорусского государственного университета. Материалы, представленные в данном сборнике, содержат анализ различных аспектов проблемы конструктивности в современном научном и философском знании: от проблем обоснования математического и естественнонаучного знания до проблем конструктивности социально-философского знания.

В статье Арепьева Е.И. утверждается, что признание в составе исходных основ математического знания логической составляющей является наиболее адекватным и близким к реальному положению дел. Сделана попытка осуществить обобщение представлений о логике в ряде течений философии математики XIX – XX веков с позиций реалистического истолкования онто-гносеологических оснований математики.

В статье Еровенко В.А. проблема взаимодействия математики и философии, существующая в европейской культуре с тех пор, как эти феномены духовной жизни появились на свет, рассматривается под углом зрения мировоззренческого значения данного взаимодействия. Понятие «мировоззрение» введено в систему человеческих знаний выдающимся немецким философом Иммануилом Кантом; под мировоззрением автор понимает «достигшую определенного уровня системности совокупность воззрений относительно мира как некоторой цельности». Феномен культуротворческого потенциала математического знания связан с долговременными значениями «артефактов математической культуры», значимость которых со временем качественно не изменяется. Возможно поэтому, по мнению автора, классическая и современная математика являются дисциплинами мировоззренческими, поскольку серьезные размышления требуют расширения мировоззренческих горизонтов.

В статье Кочергина А.Н. дается обоснование конструктивности цивилизационного проекта для России в условиях глобализации, увязывающего проблемы модернизации России с ее ментальностью, геополитическим и экологическим контекстом. Реализация данного проекта будет способствовать переходу России к устойчивому развитию.

В совместной работе Кочергина А.Н. и Никитина Е. Д. обосновывается тезис о влиянии концепции почвоведения В.В. Докучаева на учение В.И. Вернадского о биосфере; благодаря конструктивности этого влияния вырастает новая парадигма в учении о взаимодействии общества и природы – концепция биогесоциосферы, позволяющая объединить всех участников земной эволюции.

Михайлова Н.В. отмечает в своей работе, что с 50-х годов XX века были исчерпаны ресурсы традиционных подходов к обоснованию математического знания; последняя четверть века прошла в поисках новых направлений в философии математики, целью которых являлась бы попытка разрешить проблемы, связанные с эпистемологическим статусом математических утверждений и соответствующим он-

тологическим статусом математических объектов. В данной статье рассмотрено, каким образом теоремы Гёделя о неполноте оказали влияние на выбор возможных путей обоснования математики. В этой связи проведен анализ понятия математической структуры как полезного средства в мире математики, а также выявлена роль абстрактных структур в формировании новых исследовательских программ.

В статье Мороз В.В. на анализе работ В.В. Налимова, современного продолжателя платоно-пифагорейской традиции понимания взаимосвязи философии и математики, выявляются онтогносеологические основания логического мышления в контексте идей мыслителя о семантическом континууме и космически универсальной и многоуровневой природе сознания. Особое внимание уделяется соотношению уровней логического мышления и «предмышления», на котором работают законы не Аристотелевой, а Бейесовской логики (выраженные в известной в теории вероятностей формуле Бейеса). Делается вывод, что в рамках вероятностно-ориентированной модели сознания В.В. Налимова числовые отношения, отражающие вероятностные закономерности, оказываются гносеологически первичными и онтологически более глубинными по сравнению с законами классической логики. Отмеченное обстоятельство сближает подход Налимова к соотношению математики и логики со взглядами представителей Московской философско-математической школы, П.А. Флоренского, т.е. выразителями русской версии философско-математического синтеза.

В статье Побережного А.А. рассматриваются основные установки конструктивной логики, исследуются основные онтологические аспекты её оснований. С точки зрения автора принципиальное отличие математического конструктивизма от других направлений в обосновании математики состоит в том, что он ставит иную цель математике: не доказательство истинности теорем, а поиск математических истин. Конструктивная логика определенным образом изменяет понимание логических связей и кванторов (по сравнению с их пониманием в классической логике), сочетая это понимание с конструктивными процессами (процессами, описываемыми алгоритмами). Она строится на основании классической логики, подвергая ревизии и пересматривая основные категории последней.

Примечания к статьям сборника сделаны постранично. Библиография в конце статей. Библиографические ссылки в тексте, в квад-

8 Проблема конструктивности научного и философского знания: Выпуск десятый
ратных скобках, с указанием номера источника в библиографическом
списке и номеров страниц. Статьи снабжены резюме, помещенными в
начале каждой статьи.

Сборник может быть полезен специалистам по философии и ме-
тодологии науки, истории науки и философии; он может быть ис-
пользован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при
изучении проблем истории, философии и методологии науки.

В.Т. Мануйлов

Е.И. Арепьев
(Курск)

**ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ
ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЛОГИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ
ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ: РЕАЛИЗМ И
ЕГО АЛЬТЕРНАТИВЫ В НАПРАВЛЕНИЯХ ФИЛОСОФИИ
МАТЕМАТИКИ*.**

Резюме

Принятие тезиса о присутствии в составе исходных основ математического знания логической составляющей, не выступающей в роли единственной универсальной компоненты, по-видимому, является наиболее адекватным и близким к реальному положению дел, в свете истории развития идей логицизма и других направлений¹. Однако, такая установка предполагает необходимость ответа на ряд вопросов, связанных с онтологическим и гносеологическим статусом самих истин и объектов логики, или тех из них, которые принимаются в качестве базисных. Рассмотрение этого вопроса в историко-философском спектре предполагает обобщение представлений о логике в ряде течений философии математики XIX – XX веков. Попытаемся осуществить такое обобщение в свете перспектив реалистического истолкования онтогносеологических основ математики.

* * *

В аналитической философии, так же как и других направлениях, проблемы обоснования математики наиболее интенсивно разрабатывались на рубеже XIX – XX вв., в первой половине XX века, однако

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

¹ О логической компоненте в структуре фундамента математики см. [2, С. 99–108].

последующее развитие философии науки и аналитической философской традиции характеризуется достаточно пристальным вниманием исследователей к этим вопросам. Известно, что реализм или платонизм, является одной из доминирующих ветвей философского обоснования математики. В числе прочих аргументов адекватности такого подхода выступает, например, приверженность подавляющего большинства работающих математиков именно к реалистическому пониманию природы математических истин и объектов. Обрисовывая эту ситуацию, В.В. Целищев пишет: «Если платонизм как «рабочая» вера математика не вызывает никаких сомнений, то в философском отношении платонизм отягощен массой неприятных аспектов. Прежде всего, весьма проблематично понятие существования в нематериальном мире, которое присуще широкому спектру философских учений, известных под названием «идеализм»» [14, С. 31-37]. Тем не менее, аргументами «за» выступают и устойчивость позиции философско-математического реализма в истории философии, и наличие предпосылок в античных учениях, и критерий практики и др.

В концепциях представителей аналитической философии четко просматриваются реалистические установки. И явный реализм Фреге, и «реалистические» этапы эволюции взглядов Рассела, и вариации философско-математических исследований Витгенштейна и даже неявные, противоречащие общей позитивистской концепции установки Карнапа, входят в позитивное наследие разработки проблем онтологического и гносеологического истолкования математики. В наследии вышеперечисленных аналитиков содержатся элементы реалистического истолкования онто-гносеологического статуса логики и логической составляющей математического знания. Эти элементы выражены в более или менее явной форме, но они не получают должного развития в силу ряда факторов, среди которых влияние обнаруженных в наивной теории множеств парадоксов, влияние субъективистских и позитивистских установок и пр. Аналитиками признается в той или иной мере объективность логических и математических истин, они приводят определенные, подтверждающие данную позицию, аргументы, но не разрабатывают какой-либо онто-гносеологической интерпретации, раскрывающей, конкретизирующей связь этих истин с действительностью [3, С. 5–16].

Помимо ситуации в программах логицизма и неопозитивизма, формируется особое положение дел по этому вопросу в период развития аналитической традиции, который можно условно обозначить

как постпозитивистский, имея в виду не столько временные рамки (середина XX века), сколько сами установки. В частности, достаточно большой резонанс вызвали идеи У. Куайна, который испытывает влияние не только ранних аналитических концепций, не только неопозитивизма, но и прагматизма, конвенционализма и др. Одной из центральных установок его концепции является отрицание различия между аналитическими суждениями математики и логики, с одной стороны, и синтетическими суждениями эмпирических наук, с другой. При этом он также отрицает сводимость отдельных высказываний науки к эмпирическому данному, считая, что эмпирические факты проверяют теорию в целом, то есть всю систему взаимосвязанных предложений. Такое положение дел, считает Куайн, гарантирует устойчивость теоретических систем при взаимодействии с эмпирическим уровнем науки. Эта позиция в значительной степени базируется на конвенционалистском понимании научных законов. Что же касается собственно философии, то Куайн, так же, как и в случае с логикой и математикой, указывает на отсутствие ее принципиального отличия от естествознания. Философия, по мнению Куайна, обладает лишь несколько большей общностью утверждений. Исходя из такого понимания философии, Куайн предлагает свое видение онтологических проблем науки вообще и математики в частности. Собственно, его установки позволяют экстраполировать представления о естественных науках на науку вообще и, конкретно, на математику.

Онтологическое истолкование математики и логической составляющей ее оснований Куайн понимает как проблему, решаемую глубоко прагматическими мотивами. Он опирается на тезис об «онтологической относительности» и указывает, что онтологические проблемы, рассматриваемые не в относительном, а в абсолютном смысле, обесмысливаются, поскольку они являются логическим кругом: «Вопрос в форме «Что есть F?» может получить ответ только обращением к следующему термину «F есть G». Ответ имеет только относительный смысл: смысл, относительный к некритическому принятию G» [7, С.12-13]. Здесь Куайн делает вывод о бесперспективности рассмотрения онтологических вопросов, поскольку каждое интерпретируемое понятие раскрывается через ряд терминов, среди которых, в конечном счете, начинают преобладать неопределяемые, или не определяемые с той степенью полноты и строгости, с которыми раскрываются исходные понятия.

Но ведь человеческое знание по большей части и развивается именно этим путем: мы описываем некоторое названное нами явление посредством общеупотребительных, более простых и понятных слов. Таким образом, название постепенно превращается в более или менее строгое понятие и т.д. Здесь можно вспомнить позитивистский тезис о специфичности онтологических проблем, состоящей в их неосмысленности в научном языке. На наш взгляд, несостоятельность идей позитивизма была давно продемонстрирована и кризисом классической науки – необходимостью пересмотра онтологических и гносеологических установок естествознания, и рядом других фактов – неверифицируемостью принципа верификации и пр.

Итак, нас интересует конкретный вопрос – вопрос о том, как в онтологическом смысле интерпретируется Куайном логика и математика. Куайн считает, что система логических истин существует независимо от математики [29, Р. 86] (приводится по [11, С. 92]). В пользу этого утверждения, указывает он, говорит тот факт, что логическая истинность может быть определена без привлечения каких-либо математических понятий. Формальная составляющая отличий логики от математики, по Куайну, заключается в выполнимости процедуры разрешимости для логических исчислений, то есть в возможности алгоритмической проверки принадлежности определенным в них множествам каждого из их элементов, что не выполняется в математических теориях. Содержание понятий логики значительно беднее содержания математических понятий и, поэтому, логика не может служить фундаментом математики.

Куайн считает также, что хотя логика не является эмпирической наукой, она не может быть полностью противопоставлена эмпирическому знанию. Так как все науки есть взаимосвязанное целое, части которого лишь в той или иной степени удалены от опыта и всегда включены в систему, направленную на объяснение опыта, логика (и математика) косвенно подтверждается эмпирическим путем и, следовательно, опосредованно зависит от опыта. Поэтому Куайн допускает возможность корректировки некоторых принципов логики под влияние изменений содержания человеческого знания в целом. Таким образом, как отмечает В.Я. Перминов, позиция Куайна по этому вопросу может характеризоваться как содержащая существенную долю эмпиризма и релятивизма. Математика и логика, являются частью целостной системы человеческого знания, направленной, в конечном счете, на объяснение опыта. Логика, по Куайну, выводится из грам-

математического материала, как соответствующая ему структура. По сути, логика в таком случае, может эволюционировать в зависимости от эволюции грамматики и содержания знания. Она обусловлена также понятием семантической истины, которое нуждается в качестве своего глубинного основания в онтологической истине. Эти две установки позволяют охарактеризовать онто-гносеологическую позицию Куайна в отношении логики как натуралистический индуктивизм [11, С. 92 и далее].

Утверждая необоснованность принципиального разделения аналитических и синтетических истин, а также необоснованность редукционистского убеждения в сводимости всякого осмысленного высказывания к логической конструкции, термины которой отсылают нас к непосредственному данному опыта, Куайн указывает на такие два следствия отказа от них, как стирание границы между метафизикой и естествознанием, и принятие установок прагматизма. Вся совокупность наших знаний, говорит он, есть человеческая конструкция, соприкасающаяся с опытом только по краям. Конфликт знаний с опытом на периферии вызывает перестройку внутренней части системы, причем это могут быть как знания, логически связанные с утверждениями об опыте, так и высказывания о характере самих логических взаимосвязей [6, С. 6]. Практически Куайн приходит к конвенционалистской трактовке истин логики (математики и всех других истин): «Всякое высказывание может считаться истинным при любых обстоятельствах, если мы производим достаточно радикальные изменения где-то в системе. Даже высказывание, находящееся в непосредственной близости к периферии, может считаться истинным перед лицом противоречивого опыта — путем ссылки на галлюцинации или путем исправления высказываний определенного вида, именуемых логическими законами. И наоборот, ни одно высказывание не гарантировано от исправления. Исправление даже логического закона исключенного третьего было предложено в качестве средства упрощения квантовой механики...» [6, С. 6].

И математические объекты, и понятия физики трактуются Куайном как единые по своей природе с мифологическими сущностями, богами. Единственное отличие, говорит он, состоит в степени упрощения наших контактов с чувственным опытом, которое достигается при их помощи. Куайн отождествляет онтологические вопросы с вопросами естественнонаучного характера, разделяя позитивистский тезис Карнапа о том, что вопросы существования надо рассматривать

лишь во «внутреннем» смысле, сводя их к выбору языкового каркаса научной теории. При этом Куайн распространяет подобный взгляд и на все научные гипотезы вообще, поскольку он отвергает разделение аналитических и синтетических высказываний, лежащее, по его мнению, в основе различия между онтологическими утверждениями и научными гипотезами [6, С.6]. По существу Куайн, отстаивая конвенционально-прагматические, позитивистские взгляды, предлагает и обосновывает отказ от серьезного рассмотрения онтологических вопросов, отказ от рассмотрения аргументов в пользу адекватного их решения так же, как это делает Карнап и другие неопозитивисты. Видимо поэтому Куайн и не находит ничего противоречивого в своем эмпиристском, номиналистическом понимании логики и математики. Близкой позиции в этом вопросе придерживается Х. Патнем, допускающий возможность преобразования базисных истин арифметики и логики: «ревизия аксиом арифметики и даже пропозиционального исчисления ...вполне мыслима» [25, Р. 302] (приводится по [11, С.145]).

Таким образом, можно сказать, что реалистическое понимание природы логической составляющей оснований математики, присущее логицистской ветви аналитического течения, в более поздних концепциях аналитиков оспаривается, или точнее игнорируется и заменяется прагматистскими, конвенционалистскими, позитивистскими и другими принципами, которые могут выступать лишь как временное средство, отвлекающее от трудностей, приносящее определенную пользу, но не позволяющее формировать адекватную онтологию математики. Это означает фактическую капитуляцию перед очевидным отсутствием прогресса в преодолении проблем и развитии наиболее аргументированной, на наш взгляд, версии онтологического и гносеологического обоснования математики – версии реализма.

Примечательно, что схожая ситуация наблюдается в современной философии математики вообще. Структурализм, представленный работами таких авторов как Р. Venacerraf [16], S. Shapiro [32] и М. Resnik [31] и опирающийся на установки группы Н. Бурбаки, утверждает несостоятельность реалистического истолкования натуральных чисел, в частности, несостоятельность множественного подхода Фреге, Рассела и Уайтхеда, вытекающую из неединственности множественного представления чисел. Во всяком случае, делается вывод, числа не могут реалистически истолковываться как множества. Числа, согласно Бенацерафу, не объекты, а лишь знаки некото-

рой системы и их свойства характеризуют лишь отношения в определенных структурах, природа элементов которых не имеет значения.

В онтологическом и гносеологическом обосновании математики, на наш взгляд, структурализм не может претендовать на роль доминирующего течения и на опровержение реализма по ряду причин. Так, структуралисты в философии математики не дают четких определений самого понятия структуры (паттерна) и, соответственно, оно не может претендовать на роль базисного онтологического понятия. Еще одним проблемным аспектом структуралистской позиции, присущим и другим подходам, выступает так называемый «буквализм», состоящий в том, что математические утверждения о существовании объектов математики в логическом и семантическом отношении не отличаются от аналогичных утверждений эмпирических наук и, в то же время, признаются всеми, в том числе и структуралистами, в качестве истинных утверждений [14, С. 20-25]. Если исходить из тезиса о том, что разработка структуралистских концепций направлена на прояснение философских вопросов математики, прояснение ее связи с действительностью, то можно сказать, что структурализм не очень преуспел в реализации этой установки, что создаваемые в его рамках теоретические системы скорее сами нуждаются во множестве прояснений и не дают ответов на вопросы об онтологическом статусе математических объектов и истин.

Направление номинализма, представленное исследованиями Х. Филда [18], трактует математические объекты как фикции, устранимые в теории, но полезные в математической практике, а математические утверждения рассматриваются Филдом как ложные. В его концепции номинализм сочетается с логицизмом, так как он утверждает, что математические выводы можно в принципе заменить на более длинные логические. Номинализм не признает абстрактных объектов, утверждая, что существуют только единичные конкретные физические объекты [14, С.26-28]. Позиция Филда противоречит множеству аргументов и не удовлетворяет критериям истинности. Так, математические объекты продемонстрировали свою связь с действительностью, а математические утверждения свою истинность уже тем, что они оказываются неизменно эффективными в применении к преобразованию действительности, то есть их адекватность реальности подтверждает критерий практики. При этом, в их отношении невозможна аналогия с эмпирическими утверждениями и объектами, так как математика никогда не корректируется на основе эмпириче-

ских фактов или в связи с результатами практического преобразования действительности. Итак, математические утверждения не ложны, а истинны. Уже это указывает на несостоятельность концепции Филда. Как отмечает В.Я. Перминов, «методология математики в достаточной степени прояснила тот факт, что строго номиналистическое построение математики не может быть осуществлено» [11, С. 56]. Поэтому номиналистический подход оставляет открытым вопрос об онтологическом статусе логики и логической составляющей математики.

Еще одной из альтернатив реализма выступает модализм, представленный работами раннего Х. Патнема [25, Р. 43-59], Дж. Хеллмана [19] и др. В модализме, имеющем некоторые истоки в концепции Р. Дедекинда (идея просто-бесконечной системы), обосновывается сводимость математических утверждений об объектах математики к утверждениям о возможности тех или иных структур и, таким образом, отрицается существование математических объектов, но допускается объективность математических истин. Математика предстает здесь не как система утверждений об объектах, а как система утверждений об утверждениях [13, С.198 и далее]. Математические истины – это описания абстрактных структур, выполняющихся на определенных областях объектов. Отказ от реализма, предлагаемый модализмом, приводит к образованию новой позиции в основаниях математики, состоящей в том, что указание терминами математических объектов заменяется на схемы с понятиями возможного и необходимого. Патнем считает, что математика не делает утверждений о существовании и не имеет своих объектов. Математика модальна, а не экзистенциальна [27] (приводится по [13, С.199]).

Однако, как отмечает В.В. Целищев [13, С. 202], принятие модальностей подразумевает принятие онтологии возможных миров, которая не менее проблематична, чем математические сущности. Проблема модального истолкования математических дисциплин состоит и в том, что оно может быть эквивалентно теоретико-множественному истолкованию при условии непротиворечивости системы аксиом интерпретируемой области. А система, в свою очередь, непротиворечива, если она имеет модель. Но наличие модели подразумевает и наличие объектов, входящих ее структуру. Если мы стремимся, принимая позицию модализма, избавиться от абстрактных объектов, то на роль объектов выполнимой модели остаются лишь реальные физические объекты, что, очевидно, неприемлемо в отно-

шении математики, так как их явно может не хватить для описания чисел и множеств. Таким образом, модализм не в состоянии избавиться от абстрактных объектов, которые признает и рассматривает платонизм [13, С. 203-212; 21]. Тем не менее, в отношении взаимосвязи модализма и реализма можно, по-видимому, указать, что эти подходы скорее освещают различные аспекты, различные грани связи математического знания с действительностью, чем противостоят друг другу.

Версия квазиэмпирического реализма представлена программой П. Мэдди [24; 23]. Она утверждает, что математические сущности реальны и, более того, доступны человеческому восприятию. Математики имеют чувственный контакт с математическими множествами при восприятии совокупностей материальных вещей. Подобная трактовка предполагает признание локализации абстрактных математических понятий, в частности – множеств, в конкретных местах пространства, где находятся физические совокупности. Эта позиция направлена на оправдание платонизма посредством постулирования специальной когнитивной способности человека к определению множеств. При этом в определенном смысле происходит стирание различий между ментальным и чувственным, между рациональным и эмпирическим познанием [14, С. 28-31], что, несомненно, делает уязвимой такую версию.

Как известно, разработка проблемы математического реализма осуществляется в настоящее время как с традиционных позиций теории познания, ориентированных на поиск априорных оснований науки, так и с позиций «натурализированной эпистемологии», в которой исследование способов познания рассматривается как часть самой науки. У. Куайн, характеризуемый и как натуралист, и как номиналист, и как конвенционалист в философии математики, по этому поводу указывает, что натурализированная эпистемология предлагает признать существование физических макрообъектов, так как эта онтологическая интерпретация дает наиболее простое объяснение явлений природы, описываемых физическими теориями, и что совершенно аналогичным образом нужно признать существование множеств, поскольку это упростит истолкование математических теорий [28] (приводится по: [14, С.36]). В то же время реалист К. Гедель приводит схожие аргументы, вполне приемлемые с научной точки зрения, которые сводятся к указанию на возможность избежать порочного круга и парадоксов в созданных системах оснований математики, при

рассмотрении математических объектов – классов и отношений – как элементов действительности, а не как чистых конструкций, существующих лишь в разуме человека и в теоретических построениях². Причем его аргументы направлены на обоснование не конвенционалистской, а собственно реалистической позиции. В дополнение ко всему можно отметить, что наиболее распространенным является понимание проблем онтологического обоснования математики как проблем онтологического истолкования теории множеств.

Перспективы реалистического подхода в обосновании математики обсуждаются во многих работах. Так, С. Шапиро [32] указывает на вариативность толкований самого понятия реализма и, соответственно, вариативность перечня сторонников этой концепции. Ф. Китчер подчеркивает первичность психологической и историко-математической составляющих в исследовании природы истин математики [22]. Р. Херш описывает и отстаивает установки гуманистической (нефундаменталистской, или социокультурной) философии математики, утверждающей понимание истин математики как эволюционирующих результатов социокультурного развития человека и, тем самым, принципиально отвергающей реалистическую позицию [30, Р. 501-502; 20;14, С. 46]

Одной из вариаций реалистического истолкования математики выступает так называемый «полнокровный платонизм», причисляющий к сущностям все возможные непротиворечивые объекты. Он представлен в работах М. Балагера³ и, что вполне естественно, его установки приводят к возникновению множества проблем, которые, по-видимому, уже намечались во времена формулировки принципа «бритвы Оккама». Так, множество объектов и ложных утверждений, образующих непротиворечивую систему, согласно позиции полнокровного платонизма, вполне вправе претендовать на статус существующих.

Проблемы обоснования логико-математических истин и, в частности, идеи логицизма развиваются в несколько преобразованном виде в современном течении неологицизма. Его представители – К. Райт, В. Хейл, Н. Теннант, Г. Ходес и др. Можно сказать, что неологицизм имеет несколько ветвей, к числу которых относится,

² О логических аргументах в пользу реалистического истолкования основ математики см. [4, С. 244, 252, 260].

³ См., например, [15, Р. 303-325] В отечественной литературе о концепции полнокровного платонизма см. [13, С. 77-81].

например, развитие идей Фреге о соотношении языка и реальности, утверждение в качестве базисной для математики логики второго порядка и др. Онтологические аспекты основ математики рассматриваются Н. Теннантом через формальную экспликацию утверждения о существовании нуля [34, Р. 307-336; 13, С. 226]. В своем истолковании чисел Теннант использует понятие «числа нетождественных себе вещей», «точно на одного больше» [13, С. 226-227]. Это указывает на определенную онтологическую ограниченность истолкования. Кроме того, такое истолкование опирается на традиционный теоретико-множественный подход и, следовательно, сталкивается со всем спектром трудностей, порождаемых этим подходом.

Проблемы онто-гносеологического обоснования логики и математики разрабатываются также с различных позиций при реализации аксиоматического и конструктивного подходов к построению математики. В соответствии с этим существует определенное противостояние между платонизмом и конструктивизмом (иногда говорят – между аналитической и конструктивной философией математики). Конструктивистский подход также противопоставляется теоретико-множественному обоснованию математики, поскольку в последнем в качестве важнейших принципов допускаются абстракция абсолютной логической осуществимости и абстракция актуальной бесконечности [12; 9]. Основопологающей идеей конструктивизма, противостоящей реалистическому пониманию математики, выступает принцип активности субъекта в познании математических объектов. Здесь отмечается непосредственное расхождение в оценке онтологического статуса объектов логики и математики конструктивизмом и реализмом. Реализм признает независимое от мышления человека существование этих объектов, а конструктивизм отвергает этот тезис, объявляя его истинность неразрешимым вопросом, и требует обоснования математики независимо от онтологических предпосылок. Тем не менее, конструктивистские версии онтологического истолкования математики не могут быть исчерпывающим образом охарактеризованы этим свойством [17, S. 9; 9, С. 88]. На основе указанного требования возникают принципиально отличные друг от друга конструктивные версии истолкования математики и, более того, некоторые теории, имеющие в онто-гносеологическом плане явные реалистические основания, могут рассматриваться как конструктивные: «канторовская теория трансфинитных чисел, основанная на применении трех принципов порождения, действительно может рассматриваться как кон-

структивная (в смысле «теории конструктивного» Гейтинга) часть канторовской наивной теории множеств, получившая многочисленные применения как в области чистой математики, так и в ее приложениях к эмпирическим наукам» [9, С. 98.].

Для многих течений характерна склонность к игнорированию в той или иной форме онто-гносеологических компонентов оснований математического знания. Так, в направлении формализма, как известно, проблемы обоснования математики в значительной степени рассматриваются с традиционных для рубежа XIX – XX веков позиций. Важнейшей составляющей фундамента математики признается логика, трактуемая в данном случае как совокупность формализмов. В формализме, как и во многих других направлениях философии математики, отсутствуют попытки построения развернутой онтологической и гносеологической интерпретации исходных истин и объектов логики (и математики) [1, С. 178-184]. Последователи интуиционистской школы Л.Я. Брауэра признают объективность математических истин и их включенность в структуру действительности. Но описание своего онтологического фундамента математике, по их утверждению, недоступно. Можно отметить определенную реалистическую тенденцию в интуиционистском понимании природы математики, хотя в интуиционизме явно прослеживается и субъективизм, и склонность к позитивистскому уклонению от рассмотрения метафизических проблем. А. Гейтинг, относит логику к области прикладной математики и отвергает ее статус основы математического знания [5, С.4; 11, С.139,145; 8, С. 185-195].

В русской философии, в частности в философско-математической модели сознания В.В. Налимова, также утверждается онтологическая и гносеологическая первичность математики (числовых отношений), по сравнению с логическими законами. Такая позиция отчасти созвучна взглядам представителей философско-математической школы и П.А. Флоренского, то есть разработчиков русской версии философско-математического синтеза [10].

Обобщая вышеизложенное, можно отметить, что реализм, или платонизм выступает в роли одного из направлений философского обоснования математики, что это весьма устойчивая тенденция, имеющая истоки в античных учениях и сохраняющая свои позиции до наших дней. Закономерно возникает вопрос о том, почему же будучи устойчивым, являясь идеологией работающих математиков, платонизм не становится доминирующим течением, не дает ключа к пре-

одолению застоя в современной философии математики, и, напротив, почему он выживает, несмотря на интенсивную критику, если его установки неадекватны?

На наш взгляд, правомерно предположение, что реалистическое направление сохраняет свои позиции в современной философии математики, выступает в роли онтологической установки работающих математиков, поскольку реалистическое истолкование природы математических истин и объектов является вполне адекватным действительному положению дел. Основной же проблемой реалистического течения выступает, по нашему мнению, отсутствие интерпретаций, непосредственно описывающих связь математических истин и объектов с действительностью, в том числе внеязыковой, то есть собственно онтологических интерпретаций, которые могли бы претендовать на соответствие требованиям современной научной философии, допускали бы возможность тех или иных форм проверки и, соответственно, возможность удовлетворительного обоснования.

Литература

1. Алябьев Д.И. Онтологические и гносеологические аспекты формалистского истолкования основ математики // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических естественных наук: сб. статей / под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С. 178-184.
2. Арепьев Е.И. О сущностном фундаменте математики и ее арифметической составляющей. // Философская Россия 1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 99–108.
3. Арепьев Е.И. Онто-гносеологические основания логической составляющей математического знания в логицизме и аналитической философии математики // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: Сб. статей / Под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С. 5–16.
4. Гёдель К. Расселовская математическая логика. // Рассел Б. Введение в математическую философию. Избранные работы [Текст] / Бертран Рассел; Вступ. статья В.А. Суровцева; Пер. с англ. В.В. Целищева, В.А. Суровцева. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. – С. 237-261.

22 *Проблема конструктивности научного и философского знания: Выпуск десятый*

5. Гейтинг А. Интуиционистские взгляды на природу математики. – М.: РГИУ, 1999.
6. Куайн У. Две догмы эмпиризма // Слово и объект. Перевод с англ. М.: Логос, Праксис, 2000. – 386 с. [Перевод выполнен Т. А. Дмитриевым по изданию: Quine W. V. From a Logical Point of View. New York: Harper, 1963] (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html).
7. Куайн У.В.О. Онтологическая относительность (сокр. пер. с англ. А.А. Печенкина) // Современная философия науки: знание, рациональность, ценности в трудах мыслителей Запада: Учебная хрестоматия (Составление, перевод, примечания и комментарии А.А. Печенкина). М.: Издательская корпорация "Логос", 1996. – С. 40-61; (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html).
8. Левченко А.С. Онто-гносеологические аспекты интуиционистского истолкования логических оснований математики // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: Сб. статей / Под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С. 185-195.
9. Мануйлов В.Т. Конструктивность и существование в математическом знании // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических естественных наук: Сб. статей / Под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С. 79-98.
10. Мороз В.В. Онто-гносеологические основания логического мышления в философско-математической модели сознания В.В. Налимова // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск десятый / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2008. – С.95–104.
11. Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – 320 с.
12. Петров Ю. А. Логические проблемы абстракций бесконечности и осуществимости. – М.: Наука, 1967. – 164 с.
13. Целищев В.В. Онтология математики: объекты и структуры. Отв. ред.: д. филос. н., проф. Бессонов А.В. – Новосибирск: Нонпарель, 2003. – 240 с.
14. Целищев В.В. Философия математики. Ч. 1. – Новосибирск: Наука, 2002. – 212 с.

15. Balaguer M. A Platonist Epistemology // *Synthese*. – 1995. – V. 103. – P. 303-325.
16. Benacerraf P. What Numbers Could Not Be // *Philos. Rev.* – 1965. – Vol. 74, № 1.
17. Breitkopf A. Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schließens: Inaugural – Diss. – München: Ludwig–Max–Universität, 1968.
18. Field H. Science without Numbers. – Princeton University Press, 1980.
19. Hellman G. Structuralism without Structures // *Philosophia Mathematica*, series III, 1996.
20. Hersh R. What is Mathematics Really? – Oxford: University Press, 1997.
21. Kessler G. Mathematics and Modality // *Nous*. – 1978. – V. – P xii.
22. Kitcher Ph. The Nature of Mathematical Knowledge. – Oxford: University Press, 1983.
23. Maddy P. Naturalism in Mathematics. – Oxford: University Press, 1997.
24. Maddy P. Realism in Mathematics. – Oxford: University Press, 1990.
25. Putnam H. Mathematics without foundations // In: *Philosophy of mathematics. Selected readings*. New York, 1984.
26. Putnam H. Mathematics without Foundations // *Philosophical Papers*. – V. 1. Mathematics, Matter and Method. – Cambridge University Press. – P. 43-59.
27. Putnam H. What is Mathematical Truth // *Philosophical Papers*. – V. 1. – Mathematics, Matter and Method. – Cambridge University Press, 1977.
28. Quine W.V.O. Epistemology Naturalized // *Ontological Relativity and Other Essays*. – Harvard: University Press, 1969.
29. Quine W.V. *Philosophy of Logic*. – N.Y., 1970.
30. *Rec. Philosophy of Science*. – 1966. - № 3. – P. 501-502.
31. Resnik M. Mathematics as a Science of Patterns. – Oxford: Clarendon Press, 1997.
32. Shapiro S. Mathematics and Philosophy of Mathematics // *Philosophia Mathematica*. – 1994. – Vol. 2, № 3.
33. Shapiro S. *Philosophy of Mathematics. Structure and Ontology*. – Oxford: University Press, 1997.

- 24 Проблема конструктивности научного и философского знания: Выпуск десятый
34. Tennant N. On Necessary Existence of Numbers // Nous. – 1997.
– V.– P. 307-336.

В.А. Еровенко
(Минск)

МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИЕ ЦЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ

Резюме

Проблема взаимодействия математики и философии существует в европейской культуре, по меньшей мере, с тех пор, как эти феномены духовной жизни появились на свет. Феномен культуротворческого потенциала математического знания связан с долговременными значениями «артефактов математической культуры», значимость которых со временем качественно не изменяется. Возможно поэтому, классическая и современная математика всегда были дисциплинами мироззренческими, поскольку серьезные размышления требуют расширения мироззренческих горизонтов. Понятие «мироззрение» введено в систему человеческих знаний выдающимся немецким философом Иммануилом Кантом; под мироззрением в данной статье понимается достигшая определенного уровня системности совокупность воззрений относительно мира как некоторой цельности.

* * *

В наипростейшем понимании слова «мироззрение» – это система взглядов человека на окружающий нас мир, на возможность его познания, на отношение к обществу, жизни и труду. Оно включает в себя идеалы и принципы познания, а также те исходные положения, которыми человек руководствуется в своей практической деятельности. Развитие практических представлений о мире направлялось, прежде всего, мироззренческими стимулами, поскольку само понятие окружающего нас мира постоянно видоизменялось, расширялось и углублялось. Мироззрение формируется и помимо науки и философии, когда мы пытаемся теоретизировать на уровне обращения к мироззренческим вопросам. Философский вопрос о том, что представляет собой окружающий мир, волновал выдающихся мыслителей с незапамятных времен, когда недостаток знаний возмещался фантазией, которая причудливым образом сочеталась с мифами и сказками. Однако сегодня мы наблюдаем, как смешение старых и новых верований, искусств, а также научного и вненаучного знания, только спо-

способствует увеличению предложений на современном «рынке мировоззрений». Тип познания, принятый европейской культурной парадигмой, всегда отличала осмысленность и «поверенность алгеброй гармонии». Некоторые представители гуманитарного знания задачу поверить алгеброй гармонию считают неразрешимой, поскольку незначительная дисгармония всегда присутствует в любой системе, выполняя функцию необходимого разнообразия. Но это вовсе не умаляет мировоззренческой роли математики. Английский философ Френсис Бэкон довольно давно и вполне определенно высказался по этому поводу: «Не зная математики, нельзя знать ни прочих наук, ни мирских дел. И что еще хуже, люди, в ней не сведущие, не ощущают собственного невежества, а потому не ищут от него лекарства».

Особой формой знания, интегрирующей все перечисленные сферы познавательной активности, всегда считалась философия. Философия участвует в формировании мировоззренческих ориентаций людей, хотя она не совпадает со всей системой мировоззренческих образов, а пытается выделить их «теоретическое ядро». Важнейшая задача философии состоит в том, чтобы помогать людям, принимающим решения на любых уровнях, задумываться о последствиях своих действий. Предметом философии, ее основной задачей и главной целью знаменитый греческий философ Сократ сделал познание человеческого «естества», в частности, образ жизни и мышления человека. Он вывел за пределы философии изучение внешней природы, сделав единственным предметом философии величие человеческого духа во всех формах его проявления, в том числе нравственного и познавательного. Математическое знание он считал «мнимым и бесцельным», поскольку оно, казалось, нисколько не касается человека. Только философия в его глазах была «подлинной наукой», а таковой он называл не отдельные науки, а научное знание в целом, как идеальный образ «научной истины в высшем смысле». Нам, живущим в XXI веке, нетрудно понять, как глубоко заблуждался Сократ в своих взглядах на математические науки. «Ошибка Сократа» состоит в том, что вопреки его взглядам математические истины легли в материальную и даже духовную основу нашей жизни, окружив нас комфортом, отличающим наш компьютеризованный век, а также три предыдущих столетия, от всех, им предшествующих. К сожалению, до сих пор широко распространены ошибочные или необоснованные точки зрения на природу математического знания, на происхождение и пути

формирования математических понятий, на сущность математического творчества и источники возникновения новых научных теорий.

Кто, кроме самих математиков, может наиболее аргументированно, убедительно и ярко осветить мировоззренческие вопросы своей науки, привлекая для этого данные истории науки и анализ динамики современных этапов развития математики. История математики – это незаменимый элемент образовательной практики, с помощью которого можно воспитывать гуманитарно-ориентированных молодых ученых в духе антидогматизма, на примере понимания позитивной роли ошибок в исследовательской работе. История математики, вскрывая общие закономерности развития своей науки, дает взгляд на математику в целом и на возможные перспективы ее развития. Историзация науки как нельзя лучше способствует введению студента в мир культурных ценностей. Математика не содержится в законченном и упорядоченном виде в научном труде. По существу современное состояние математики – это всего лишь одна из возможных форм равновесия, ценной именно сегодня, но, тем не менее, переходящая, как и все предшествующее ей знание, чьи следы она, безусловно, сохранила. Поэтому историко-научный материал целесообразно использовать на этапе введения понятий, чтобы заинтересовать студентов и вызвать у них положительный эмоциональный настрой. Начала математики, как древнейшей научной дисциплины, теряются в глубине веков. Почти две с половиной тысячи лет назад математика из сборника рецептов превратилась в дедуктивную науку, развиваемую из немногих исходных положений по правилам формальной логики. Одна из основных проблем истории математики состоит в выяснении причин и условий, благодаря которым математика в Древней Греции стала дедуктивной наукой, то есть наукой, в которой подавляющее большинство факторов устанавливается путем вывода и доказательства.

До древних греков на протяжении многих тысячелетий люди превосходно обходились без дедуктивной математики, вполне удовлетворяясь отысканием работоспособных эмпирических формул. «Дедукция как образ мыслей» малообразованным людям даже в те времена не казалась наиболее легким видом мышления. В соответствии с духом древнегреческих общин и социальным устройством небольших городов-государств на народных собраниях свободные граждане сообща обсуждали общие дела и чтобы чье-либо мнение было принято, его нужно было доказать и аргументировать. Именно логическая правильность убедительного суждения перешла в матема-

тику из сферы общественных отношений. Отсюда – начало дедуктивного метода в математике, приближающемся к современным представлениям о доказательстве, когда основой математической убедительности становится рассуждение. Но в процессе доказательства математик не действует в строгом соответствии с канонами дедуктивного метода, так как до появления окончательной уверенности в его справедливости еще неизвестно к каким именно неформализованным начальным предположениям, в конечном счете, сводится это доказательство. Поскольку дедуктивные науки отличаются от остальных в основном способом построения их теорий, а не формой изложения предмета, то по этой причине связывать становление дедуктивного метода исключительно только с математикой вовсе не обязательно. Сложность человеческого мышления не схватывается исключительно нашими дедуктивными способностями. Однако наиболее значимые подходы к анализу мышления, которые можно назвать достоверными, связаны, прежде всего, с дедуктивным мышлением и с нашей способностью доказывать простейшие теоремы в контексте исторического взаимодействия различных частей математики.

Математика – это, прежде всего, точное суждение, которое может выражаться даже без математических формул. Когда же возникла точность мысли, необходимая для мысленных построений, которой было по силам задаваться вопросами относительно «очевидного»? Принято считать, что такого рода «фазовый переход» произошел в сознании Фалеса, запустившего процесс превращения математических приемов и методов в «математику». Собственно говоря, Фалес, которого называют также Фалесом Милетским, поскольку он был родом из города Милета, расположенного на побережье Эгейского моря, через который проходили торговые пути от греческих городов на Восток, был не профессиональным математиком, а купцом. Плавая по Средиземному морю на своих кораблях и занимаясь торговлей, он посвящал свободное время математике. Он был основателем первой в истории цивилизации научной школы – ионийской или милетской, с которой начинается рациональная, то есть основанное на разуме, познание мира. Мировоззрение Фалеса и его последователей выражало интересы конкретных социально-исторических сил в определенных социально-экономических условиях. Тем не менее, величайшей загадкой истории математики останется тот посыл, благодаря которому именно в это время, именно этот математик, философ и купец сделал гениальное открытие. Он обнаружил, что геометрические истины

можно добывать не только опытным путем, но и чисто умозрительно. Он одним из первых использовал в математике дедукцию, которая и в наше время является основным методом проведения математических рассуждений.

Фалес изобрел понятие «математического доказательства», что предшествовало его другому великому изобретению – «философии». Мы не можем с уверенностью утверждать, что именно мировоззрение явилось решающим фактором для возникновения доказательства, поскольку не исключено, что это произошло в силу других причин, в том числе и субъективных исследовательских побуждений. Если бы развитие математики полностью определялось количественным ростом математического знания, то дедуктивный метод должен был возникнуть всюду, в частности, это должно было бы произойти в уникальных культурах Китая и Индии, где математические традиции познания не прерывались даже в Средние века. Тем не менее, математика в этих странах так и не стала абстрактной дедуктивной наукой. Переход к дедуктивному мышлению в математике диктовался в значительной степени тем обстоятельством, что проверка истинности математических утверждений со временем стала наталкиваться на серьезные трудности. И все же, чем объяснить то, что менее чем за три столетия греки полностью перестроили математику на принципах дедуктивного вывода? Может быть, это произошло благодаря исключительной одаренности греков? Возможно, это и так, но обратимся все же к мнению специалистов в этой области: «Было бы неверно выводить все достижения древнегреческой математики исключительно из личной одаренности ее творцов. Такие качества, как сила воображения, прекрасная память, способность к длительному умственному напряжению, сами по себе не могут объяснить эти достижения» [1, с.9]. На чем же было основано преимущество греческого ума? Тайна их удивительного интеллектуального взлета заключается в сочетании таких противоположностей как богатство творческой фантазии и всегда бодрствующего пытливого сомнения, не отступающего перед могущественными способностями к обобщениям, и аналитическими потребностями рассудка.

Для того чтобы такой математический талант смог проявиться, необходимо было также наличие благоприятных внешних условий для проведения математических исследований. Но в силу каких причин подобное совпадение объективного и субъективного факторов оказалось возможным? Наиболее общий и убедительный для всех от-

вет на этот вопрос пока еще не найден, поскольку в самой математике эти причины отыскать нельзя. Если учесть воздействие мировоззренческого взаимодействия на развитие математики, то можно дать вполне удовлетворительное объяснение на появление потребности доказательства в древнегреческой математике. Греки отличаются от своих предшественников тем, что в их математических и философских исследованиях проявилась вера в силу человеческого разума. Такой мировоззренческий подход превратился у греческих мыслителей в стимулирующий фактор математического познания, способствовавший дальнейшему прогрессу математики. Хотя математика возникла на Древнем Востоке и Древнем Египте задолго до греков, предпосылки для превращения практической математики в теоретическую науку впервые возникли в VI–V веках до нашей эры в Древней Элладе. Ее второе рождение или возрождение произошло в Европе XVI–XVII веков. Больше никогда ни в одной стране, ни у одного народа не было математики в нашем смысле слова. Это была математика в нашем современном понимании, общезначимая для всех и не содержащая в себе ничего узко греческого. Очень многие идеи «нового знания» до сих пор восходят к эпохе эллинизма. «Эллины ушли, но дух их остался», поэтому современная мировая математика справедливо считает себя правопреемницей математики Древней Греции.

Древнегреческая философия выделила более высокий теоретический уровень сознания, отличный от обыденного сознания. Первые философские учения были также первыми теоретическими построениями вообще в истории человеческой мысли. Именно в Греции начали проявляться признаки теоретической математики как абстрактной дедуктивной науки, так как греки впервые стали строго выводить одни математические положения из других. Математическая наука возникла тогда, когда исходная описательная совокупность фактов стала логическим образом организовываться. У Аристотеля, бесспорно принадлежащего к великим учителям человечества, видимо впервые, появляются термины «общая математика», «математические науки», «математические предложения», которые формально характеризуют содержательную общность математического. Истоки убежденности Платона и Аристотеля в превосходстве античной математики над математикой других развитых цивилизаций кроются в ее универсальности, которая стала впоследствии сутью всей европейской математики. Общая математика в понимании Аристотеля имеет определенное сходство с математикой философствующего

Платона, однако он не может согласиться с Платоном, что понятия существуют в полной независимости от наблюдаемых вещей. Общая математика рассматривает аксиомы, множества и общие математические понятия в контексте воплощения в них разнообразной природы количественного. Одной из причин того, что математика стала у греков теоретической наукой, опирающейся на доказательство, был ее тесный союз с философией. Это дает все основания рассматривать древнегреческий союз математики и философии как уникальный культурный феномен не только с исторической, но и с теоретической точки зрения развития науки.

Теоретизирование не всегда касалось вопросов мировоззренческого уровня, который достигается общественным сознанием на определенных стадиях его развития. Мировоззренческие искания – характерная особенность духовной жизни всех форм общественного сознания. К ним обращались даже в то время, когда о математической науке или ее отдаленных предпосылках речь еще не шла. Именно первые философские учения создали прецедент построения теории. С первыми математическими учениями ситуация несколько иная. Основоположник греческой философии и математики Фалес создал первое философское учение, обладающее признаками теории, но он не стал автором какой-либо целостной математической теории, хотя и дал первые теоретические доказательства отдельных положений геометрии. Тем не менее, математика эллинской эпохи сформировала представление о ценности математической теории, и это представление осталось в веках. Союз философии и математики определил не только методологический характер древнегреческой математики, но и самой философии, особенно такого ее направления, как платонизм. Под «платонизмом» понимается особый тип реализма, соотносящего математические понятия с «идеями» из определенного рода «внечувственной» реальности. Согласно учению Платона, наблюдаемый нами мир, как мир чувственно воспринимаемых вещей, является лишь отражением «мира идей», которые вечны и неизменны, в отличие от непостоянных и изменчивых чувственных вещей. Идеи постигаются умом, поэтому они, по Платону, являются предметом истинного знания.

С точки зрения платонизма, математические объекты реально существуют, а человеческий ум имеет уникальную способность их познавать. Один из аргументов Аристотеля против концепции Платона состоит в том, что «идеальный мир Платона» предназначен для то-

го, чтобы с его помощью объяснить мир чувственно наблюдаемого, но как реализуется это объяснение – это тот мировоззренческий вопрос, на который Платон не дает убедительного ответа. Поэтому платонизм правдоподобен, когда мы мыслим о математической истине, но он, вообще говоря, бесполезен, когда мы говорим о математическом познании. Тем не менее, несмотря на «теологические претензии», платонизм выжил благодаря математикам, которые предпочитают сейчас называть его «умеренным скептическим платонизмом». Согласно Платону, именно с математики начинался путь бесконечного постижения истины. В попытках выяснить возможные пути познания истины, благодаря напряженным усилиям человеческого разума, были рождены философия и математика. Многие авторы обосновывали тезис о взаимном влиянии математики и философии, а также о необходимости их совместного существования. Вспомним также о взаимном влиянии математики и философии Древней Греции в процессе их формирования, поэтому неудивительно, что они были взаимосвязаны и в своем дальнейшем развитии. Основы взаимодействия философии и математики составляет потребность использования методологического аппарата друг друга для собственных исследований. Математика, в силу своей абстрактности, хорошо поддается философскому анализу, который, в свою очередь, оказывает влияние на философское мышление.

Современная математика является важнейшей частью мировой культуры, но только частью. О культуурообразующей функции науки уместнее всего говорить тем, кто «актуализирует свою науку» в настоящем и тем, кто в силу своего интеллектуального умения способен осмыслить «целостный и живой опыт» творчества совокупного человеческого разума. Поэтому связь того, что делают математики с другими частями культуры, является тем полем деятельности, где необходимо участие философов. Благодаря мировоззренческой широте своих концепций математика в XX веке стала важнейшей философской и общекультурной дисциплиной. Без нее не может формироваться современное мировоззрение и интеграция образования в культуру. Задача философии, по выражению академика-философа В.С. Степина, заключается в том, чтобы открывать стратегии цивилизационного развития, которые должны стать мировоззрением людей и воплощаются в жизнь. В статье «Философия на рубеже веков», размышляя о развитии философии в условиях начавшихся глобальных перемен, он сказал, что «вся мировая философия оказалась не готовой

к быстрым изменениям в современном мире, необходимости поиска новых мироззренческих ориентиров». Поэтому сегодня наиболее актуальная философская тематика связана с мироззренческими переориентациями в современной стратегии общественного развития. Мироззренческие ценности – это наивысшие ценности жизни и культуры, которые в значительной мере определяют жизненную ориентацию человека во всех доступных для него сферах интеллектуальной деятельности, определяющих культурно-образовательное пространство. Одной из целей «философии как науки» является мироззренческое оправдание «гуманитарной математики», то есть курса общей математики для студентов, проявляющих интерес к социально-гуманитарным дисциплинам или уже связавшими свою дальнейшую профессиональную деятельность с ними. Практическая реализация такой цели будет способствовать включению современной математики в мир артефактов современной культуры. «Мир артефактов» – это такой мир, в котором выполняется какая-то человеческая возможность, по существу, это искусственное создание человека в системе «цивилизация – культура».

У русского философско-лирического писателя Михаила Пришвина есть блестящая метафора: «Культура – это связь людей, цивилизация – это сила вещей». Между культурой и цивилизацией всегда сохранялось противоречие, отражающее реалии истории человечества. Артефакты создаются людьми в результате их интеллектуальной деятельности в сфере культурной жизни человека. С их помощью мы пытаемся преодолеть противоречие между культурой, или «душой человечества», и цивилизацией, или «ее телом», то есть между нашей внутренней и внешней деятельностью. Разрушение основ цивилизации приводит к необратимым изменениям в человеческой жизни, которые могут стать прототипом возможных глобальных катастроф. Выступая в качестве посредника, культура обобщает человеческий опыт на различных этапах развития общества. Современная математика является «неотъемлемой частью» всего культурного наследия, но так ли это на самом деле? Наука в целом, как неотъемлемая часть культуры, конечно, содействует развитию культуры, но нельзя забывать и о деструктивных силах науки, которые тоже воздействуют на культуру. Одним из основных смыслов слова «культура» является абстрактное обозначение общего процесса интеллектуального, духовного и эстетического развития. Если понимать культуру как способ бытия человека в мире, отличающий его от других жи-

вых существ, то тогда культура предстает как система многообразных форм человеческой деятельности. Поэтому, говоря о культуре, мы имеем в виду и науку, и образование, и философию, и искусство, и даже культуру производства, то есть все, что «человек делает как человек», есть культура. Культура немислима без научной мысли во всех сферах своего проявления, которая имеет своей целью адекватное и полное познание своего предмета исследования. С деятельностной точки зрения нас также интересует такая позиция, которая дополняет взгляд на культуру как на специфический механизм самовоспроизводства и развития общества. Культурой наука является в той мере, в какой в ее содержании выражена познавательная способность человека, дающая возможность воспроизводить и создавать научное знание. Такое отождествление науки с культурным явлением можно выразить словоупотреблением «наука как культура».

Усвоение азов такой культуры философы называют «первичной социализацией». Понятие культуры в информационно развитом обществе недопустимо ассоциировать только с гуманитарным знанием, которое само в XX веке стало собирательным понятием. С точки зрения «интеллектуального здоровья» общества, если груз математической культуры совсем перестает давить, то скоро люди, одолевшие в стихах «Мойдодыра», будут считаться интеллектуалами. Опасно тотальное оскудение «коллективного бессознательного», приводящее к «истаиванию» тонкого слоя всесторонне образованных людей, когда даже понимание «прекрасного» становится исключительной прерогативой самих масс. Конечно, у них есть право распоряжаться своей жизнью по своему усмотрению. Но у неравнодушных людей, отвечающих за состояние мировоззренческого и образовательного уровня будущих профессионалов, тоже есть право – иметь ко всему этому свое собственное мнение. Хорошо образованный человек не должен забывать, что понятие культуры в широком смысле воплощает целостную систему представлений о мире, которая характеризует как уровень развития всего общества, так и отдельной личности, что придает мировоззренческую значимость, прежде всего, «культуре мысли». Проблему соотношения культуры и мысли можно рассмотреть на фоне философской ситуации порядка и беспорядка. Весь наш исторический опыт показывает, что культура не есть совокупность только лишь высоких понятий и ценностей, так как с таких высот всегда можно сорваться в бездну. Как образно сказал с помощью математической метафоры в работе «Мысль в культуре» оригинальный

философ профессор М.К. Мамардашвили: «Хаос и бескультурье не сзади, не впереди, не сбоку, а окружают каждую историческую точку. Так же как в математике рациональные числа окружены в каждой точке иррациональными числами». Но, как хорошо известно математикам, верно и обратное, то есть иррациональные числа тоже находятся в окружении рациональных чисел. Развитие культуры – это всегда протест против «интеллектуального застоя». Нельзя не признать, что современная культура развивается крайне неоднородно. Во избежание «интеллектуальной катастрофы» должна возникнуть новая культура, способная изменить систему ценностных представлений наших дней.

Математикам вполне созвучно одно из суждений выдающегося филолога и философа Сергея Аверинцева: «В нашей культуре то нехорошо, что нет места для тех, кто к ней относится не прямо, а косвенно». Математические объекты как определенного вида социально-исторические объекты также являются общими культурными идеями, подобно знаменитым литературным персонажам. В то же время мы сталкиваемся с реальной неопределенностью в культурной и образовательной мотивации современной математики, с некоторой потерей ее культурной идентичности. Проблема поддержания надлежащего уровня общей математической подготовленности общества или хотя бы его наиболее образованной части постоянно возникало в разные эпохи. Нет ничего глупее, чем взгляд в прошлое с точки зрения современного уровня образования. Каждая культура имеет собственную версию традиций прошлого, поэтому нет единодушия в их определении, поскольку они определяются контекстом рассмотрения. Вопреки традиции, идущей от Древней Греции, в настоящее время в минимум общекультурных университетских знаний довольно редко включаются знания из области современной математики. Опрошение курса общей математики и любые административные ограничения в доступе к ней противоречат определению математики как общекультурной ценности. Например, несмотря на субъективный характер понятия «доказательности математических рассуждений», которое в конечном итоге есть их убедительность, оно носит общекультурный характер в том смысле, что в пределах одной и той же культуры споры о том, доказано или нет математическое утверждение, среди представителей разных методологических направлений, хотя и неизбежны, но сравнительно редки. Для выдающегося французского математика и философа науки Анри Пуанкаре главным критерием культурной ценности

математики являлась ее полезность, включающая в себя не только истинностную, но и эстетическую составляющую.

С точки зрения образовательных ценностей, нас интересует мир математической культуры в котором, например, идея числа допускает существование высказываний арифметики. Тогда язык арифметики, будучи понятным, позволяет нам кое-что в математике знать точно. Говоря о философско-мировоззренческих проблемах математики нельзя не прильнуть к источникам философских идей великих мыслителей прошлого. Для философов науки одна из проверенных временем аксиом звучит так: «Откуда и куда бы ни шел мыслитель по философской дороге, он должен пройти через мост, название которому – Кант» [2, с.639]. Задача преподавания математики заключается, прежде всего, в том, чтобы воспитать культурных людей, обладающих «общим образованием», которое трудно поддается формальному определению. В отличие от математики, не существует «общей философии», хотя пути развития теоретического мировоззрения, все же представляли в курсе «истории философии». Содержание курса общей математики не может быть определено только с чисто прагматической точки зрения, основанной исключительно на прикладной специфике будущей специальности студента, без учета внутренней логики развития нужных разделов математики. «Не растрчивайте впустую свои таланты» – говорил основоположник немецкой классической философии Иммануил Кант. Эта «максима Канта» интересна для нас, прежде всего, в контексте общего математического образования. Среди разнообразных целей общего математического образования можно выделить следующие две: во-первых, прагматическую, направленную на потребности применения математики, и, во-вторых, концептуальную, направленную на усиление мировоззренческой роли математики в общем развитии человека. Мировоззрение имеет свою логику развития, в соответствии с которой научное мировоззрение прочно заняло лидирующее положение среди форм общественного сознания.

Воспитание научного мировоззрения, основанного на данных науки, является сложной и ответственной задачей математического образования, которая состоит не только в констатации современных тенденций в применении математических методов в гуманитарном и естественнонаучном знании, но и в их объяснении. Математику относят к фундаментальным наукам, но, чтобы понять это, необходимо продемонстрировать фундаментом чего она является на многочис-

ленных ярких и доступных для понимания примерах. Математику как часть целостной культуры нельзя изучать без тесного взаимодействия с различными интеллектуальными проявлениями человеческой деятельности. Ни в одном из живых европейских языков нет слова-аналога для греческого слова «матема». В переводе с греческого, «матема» – это «познание, знание, полученное путем рассуждения, наука». Знания, обозначаемые этим словом, Самый знаменитый философ Древней Греции и основатель Афинской философской школы Платон считал самыми важными для эллина и считал математику необходимым введением в философию. Хорошо известно, что Платон, а вслед за ним многие выдающиеся философы прошлого считали математику основой философского образования. Согласно Платону, подлинное знание способна дать только философия. Математика для Платона – необходимое условие философии, но не сама философия. В диалоге «Государство» он утверждал, что арифметика «по своей природе относится, пожалуй, к тому, что ведет человека к размышлению...». Именно древние греки провозгласили «могущество разума» величайшим открытием человечества. В соответствии с мировоззренческой установкой античности, человек может постичь тайны природы с помощью своей способности мыслить.

Проницательный и мудрый Иммануил Кант более двух столетий назад, следуя за древними греками, оценил роль математического мышления в понимании философских законов, управляющих миром. Он фактически стал основателем философии математики как особо наукоемкого направления философских исследований. В своем главном труде «Критика чистого разума», который благодаря философской насыщенности и глубине остается актуальным спустя столетия, Кант замечательно сказал: «Само достоинство математики (этой гордости человеческого разума) основывается на том, что она гораздо больше, чем можно ожидать от опирающейся на обыденный опыт философии, научает разум усматривать в великом и малом порядок и правильность природы, а также удивительное единство ее движущих сил и тем самым дает разуму повод и стимул для применения, выходящего за пределы всякого опыта, и, кроме того, дает философии, занимающейся этими вопросами, превосходный материал, подкрепляющий ее исследования, насколько это допускает их характер, соответствующими созерцаниями» [3, с.263]. Хотя Канту удалось вывести философию из тупика, в который она зашла в споре между рационалистами и эмпириками, современная философия все же не встала на

путь, предложенный им. Это отступление к философской классике мы сделали потому, что Иммануил Кант был первым профессиональным философом, осознавшим значимость проблемы мировоззренческого взаимодействия математики и философии. Но хватит ли у философов «интеллектуальной смелости» продолжить идти по намеченному им пути?

Одной из главных предпосылок философско-методологического анализа современного знания является трактовка познания как процесса его «изготовления» в общекультурном контексте. Хотя отдельные компоненты знания и могут иметь самостоятельное значение, с точки зрения философии в интеллектуальной и предметно-практической деятельности может использоваться знание только как некое целостное культурное образование. Поэтому нас интересуют «онтологические аспекты», а именно, взаимосвязь внешнего мира и особого идеального мира, который создают математики, и который независим лишь условно для простоты рассмотрения интересующих нас свойств. Иммануил Кант считал, что философское познание существенно отличается от математического познания, даже в гораздо меньшей степени, чем философия отличается от математики. Кроме того, по его мнению, философское и математическое познание вместе взятые занимают две области всего априорного познания. Математика, по мнению некоторых философов математики, несомненно, априорна, так как она не основывается на опыте, в том смысле, что никакие повторные испытания не обеспечивают достоверность, например, арифметических утверждений. Тенденция к философскому осмысливанию математических результатов была в высшей степени свойственна одному из самых выдающихся математиков первой половины XX столетия Герману Вейлю, который в начале испытывал сильное влияние философии Иммануила Канта. Математики вполне солидарны с ним, когда в работе «О философии математики» он утверждает, что «в настоящее время математика в отведенном ей участке духовного мира является более дееспособной, чем, например, музыка или же находящиеся в столь плачевном состоянии новые языки на их фронтах». Глубокую связь математики и философии обосновывают тем, что обе они занимают фундаментальное положение в классификации наук по объему познания, как разрабатывающие общие законы познания, исследуя вещи и процессы в их предельном положении и состоянии, стремясь к наиболее высокому уровню абстракции и оперируя наиболее общими понятиями. Именно матема-

тика учит нас правильно оперировать понятиями, изменяя тем самым, как говорят философы, нашу «понятийную деятельность». Важнейшая особенность математической абстракции состоит в том, что абстрагирование здесь чаще всего осуществляется через ряд последовательных ступеней обобщения, то есть в математике преобладают «абстракции от абстракций». Но абстрактность математики, однако, не означает ее отрыва от внешнего мира.

Роль абстракций в познании состоит в том, что они идеально ограничивают реальные объекты и тем самым позволяют определять их с наиболее возможной степенью точности. Слово «абстракция» в научном контексте не несет на себе никаких негативных признаков. Это не математический термин, а философское понятие, хотя оно широко используется в математике, физике и других науках. Абстракция – это форма познания, основанная на мысленном выделении наиболее существенных свойств и связей изучаемого объекта. Абстракция в философском смысле слова наиболее часто встречается в математике как наиболее абстрактной науке. Никого из математиков абстракции не пугают, поскольку приемы абстрагирования применяются в ней осознанно и вполне оправданно. Благодаря этому она основательно вошла в арсенал научной методологии. Философскому мировоззрению, которое представляет собой теоретический синтез общих воззрений на познание, присуща абстрактно-понятийная форма постижения действительности. А одно из наиболее поразительных свойств математики состоит в том, что истинность математических утверждений может быть установлена с помощью абстрактных рассуждений. Поэтому по сравнению с естествознанием в математике процесс абстрагирования идет значительно дальше. Образно говоря, там, где естествоиспытатель останавливается, математик только начинает исследование, хотя «онтологические структуры мышления» сама по себе не задают системы исходных понятий математики. Математика и философия, как теоретические формы мировоззрения, стремятся к предельно широкому уровню обобщения, выходящего на границу бытия и небытия, и указывающего на опасные пределы деятельности за этой границей. Поскольку «онтология» как наука о бытии – это часть метафизики, то нужна изрядная доля «метафизического мужества», чтобы принять «онтологический принцип неполноты бытия». Поэтому так велика роль нашей повседневной жизни, выступающей в качестве, как говорят математики, «граничного условия»

познания и практики. С возникновением науки познание оторвалось от практических целей и стало «ценностью в себе».

С одной стороны, математика неустранимо вплетена в современную жизнь, поскольку без нее наша повседневная жизнь стала бы почти неузнаваемой. С другой стороны, когда мы выводим абстрактные математические умозаключения, то не вторгаемся ли мы, как считают некоторые математики и философы, в некий «мир идей», существующий сам по себе, независимо от нас? Обратимся к вполне естественным размышлениям австрийского философа Людвиг Витгенштейна, которые проникнуты здоровой иронией и реалистичным взглядом на науку: «А неужели нельзя представить себе человеческое общество, в котором не существует ни процесса вычислений в нашем смысле, ни измерения в нашем смысле? – Можно. – Зачем же тогда стараться выяснить, что есть математика?» [4, с.183]. Этот вопрос, считает он, потому нуждается в проработке, «что у нас есть математика и существует ее особое понимание, как бы некий идеал ее положения и функции». Так можем ли мы точно сказать, «что такое математика?» Если придерживаться принципа «не требуй слишком многого», то невозможно дать обстоятельный ответ на основе одних лишь философских обобщений или семантических определений, как нельзя дать общее определение поэзии, музыки или живописи. Математики вполне удовлетворены ответом, что это то, чем они занимаются. Философам поверхностный ответ ничего не дает, поэтому, не вдаваясь в этот вопрос чрезмерно, «возьмем за основу» любое из имеющихся определений, которое не претендует на исчерпывающий ответ, а по мере необходимости будем его дополнять и уточнять. Согласно одному из популярных определений, «математика есть наука, изучающая сходства и различия в области явлений количественного изменения». Если эти явления получены в результате абстрактных операций к пространственным формам и количественным отношениям действительного мира, то тогда можно говорить о связи между математическими структурами и материальными явлениями, которые характеризуют математику через ее внутренние и внешние факторы. Образовательная практика показывает, что любое общее определение математики не дает ее полного понимания, так как остается много вопросов за рамками общей установки.

Современное познание немыслимо без математики, однако одна математика бессильна в развитии разнопланового познания. Математика может взаимодействовать не с кем угодно и не как угодно. Сте-

пень такой взаимосвязи тоже может быть весьма определенной, а не какой угодно. Культура всегда целостна, что является одним из оснований синтеза философии и науки. Математика дает плодотворные результаты в синтезе с идеями естественных, социальных наук и философии. Но существует и такое мнение, что «математика находится в таком же отношении к философам, как, например, занятый делом уличный художник к праздным наблюдателям: художник не может запретить им высказываться по поводу своей работы, но зато он может без ущерба для дела пропускать эти замечания мимо ушей» [5, с.24]. Сторонники подобного мнения убеждены, что философские проблемы науки интересны только для философов, а математические исследования будут тем успешнее, чем меньше математики будут прислушиваться к «некомпетентным» рассуждениям посторонних. Вопрос о взаимоотношении философии и науки, а также статуса философии и науки неоднократно поднимался в философском сообществе. Наиболее радикальный ответ звучит так: «философия науки науке не нужна, она нужна философии». Но поскольку такой общекультурный феномен как наука играет в человеческой жизнедеятельности незаменимую роль, то он не может не стать предметом философского анализа. Согласно одному из фольклорных определений науки, «то, что было искусством, отделяющим умных от глупых, становится наукой, соединяющих их».

Справедливости ради заметим, что поскольку в современной математике высших достижений степень общности приставки «обще» в словосочетании «общекультурный уровень», с которого начинается восхождение на вершину математического доказательства, непрерывно снижается, то многие современные труднообозримые доказательства начинаются с уровня, доступного только узким специалистам-профессионалам. Поэтому неудивительно, что многие математики довольно прохладно относятся к работе профессиональных философов. Если предположить, что все проблемы в математике должны решаться «математиками как математиками», поскольку все, что есть в математике, – это деятельность профессионально работающих математиков, то может быть философские рассуждения на тему «Что такое математика?», не имеют прямого отношения к деятельности самих математиков. Один из наиболее влиятельных философов XX века Людвиг Витгенштейн, интересовавшийся проблемами чистой математики и ее оснований, считал, что собственно математику философия оставляет такой, как она есть, поскольку не может продви-

нужно ни одно математическое открытие. В частности в «Философских исследованиях» он утверждал: «Не дело философии разрешать противоречие посредством математического, логико-математического открытия. Она призвана ясно показать то состояние математики, которое беспокоит нас, – состояние до разрешения противоречия» [6, с.130]. А как тогда быть с окончательными ответами на философские вопросы, если философия, опираясь на свою аргументацию, только лишь способна имитировать математику? Витгенштейну принадлежит оригинальная идея философии как одного из способов терапии. Согласно таким взглядам философия – это некая «форма терапии», цель которой – освобождение от тревожности, возникающей в результате вовлечения в наиболее сложные и проблемные ситуации.

Непредубежденно рассмотрев основные «точки соприкосновения» математики и философии, мы будем вынуждены признать методологическую полезность философии для математики и еще большую полезность математических исследований для развития философии в XX веке. На чем основана такая убежденность? Прежде всего, на невероятной приложимости математических построений к областям реальности, не похожих на доступный нашему восприятию мир, что неизменно привлекало и привлекает внимание философов и математиков. Начнем с философских ценностей. Здесь нам опять никак не обойтись без исконно греческого вопроса «что это такое?». Если обратиться к самой философии, то вряд ли кого-нибудь устроят бессодержательные формулировки подобно: «философия есть искусство названия того, чем люди занимаются» или «знать, что ты не знаешь, – это и есть философия». Продукты деятельности тех, кого причисляют к профессиональным философам, настолько многообразны, что сложно выявить в них то общее, что составляет специфику именно философии. Поэтому профессиональный философ при обсуждении любого вопроса вынужден предъявлять свою мировоззренческую позицию и объяснять, в рамках какой философской дисциплины он ищет ответ. У фундаментального вопроса «что такое философия?» есть много аспектов и различных точек зрения. Глубокий неослабевающий интерес к этому вопросу демонстрирует практически вся история философии. Рассматривая философию «вглубь», дать убедительный ответ на этот вопрос невозможно, хотя «нести числа попыткам» ответить на этот вопрос именно из глубины. Прежде всего, обратим внимание на сам термин «философия». Античная традиция

приписывает его употребление знаменитому математику и мыслителю Пифагору по отношению к людям «стремящимся к мудрости».

Немецкий философ Фридрих Ницше с изрядной долей сарказма писал в «Веселой науке»: «Скромность изобрела в Греции слово «философ» и уступила комедиантам ума роскошную спесь называть себя мудрыми». Человек не обладает мудростью, так как она недостижима для него, но, во всяком случае, ценит ее. Мудрость у человека есть лишь некая идея, которую он никогда не может достичь. Называя себя философом, загадочный даже для современников Пифагор подчеркивал, что он против того, чтобы его называли мудрецом, а о себе он может только сказать, что «любит мудрость». Философия означает буквально не столько учение мудрости, сколько стремление к нему. Мудрость, по-гречески, – «софия» (*sophia*), а любовь (*phileo*) к ней – «философия». То, что древние мыслители относили к мудрости, сейчас можно соотносить с мировоззрением. Это хорошо известные историко-философские факты и нет нужды более останавливаться на них, тем более, что математик вправе сказать: «а какое мне дело до этой любви?», и будет по-своему прав. Это касается, прежде всего, философов. Еще Аристотель сказал: «известное известно немногим». Призовем также на помощь Иммануила Канта, который в последней и незавершенной работе «*Opus postumum*» писал, что «хотя философия все же уступает математике в степени неоспоримого внутреннего преимущества характера (способа мышления) человека, однако его талант образа мыслей гораздо важнее по своему значению» [7, с.351]. Философия ценна для математики и наук в целом своим умением и нацеленностью, выделять то общее, что способно формировать обобщенный взгляд на многие проблемные объекты и явления.

Интеллект в целом характеризует способность применять метод обобщений ко всем доступным явлениям природы и общественной жизни. Философия с этой точки зрения, подобно математике, определена не предметом, а только способом рассуждения и познавательными возможностями. Вопросы познания разумом посредством понятий, Иммануил Кант называет философскими, а задачи разума, решаемые посредством конструирования понятий – математическими. Советский геометр и философ математики академик А.Д. Александров в статье «Математика и диалектика» говорил по поводу вопроса об истине в математике, что такой проблемы нет: «Математика создает свои аппараты, и бессмысленно говорить о том, истинны они или ложны: аппарат либо работает, либо не работает, а если работает, то

либо продуктивно, либо плохо». Поэтому к математике неприменимо понятие «истинности в смысле опытного подтверждения», так как математическая теория сама по себе не истинна и не ложна, и только на уровне «эмпирической интерпретации» становится проверенной в опыте. Методология математического познания не может быть свободной от соответствующего онтологического содержания – в этом его зависимость от философского познания. Как и математическая теория, онтологическая схема не истина и не ложна, а только полезна или бесполезна. Философские утверждения не являются проверяемыми описаниями, поэтому не могут оцениваться как истинные или ложные. Поэтому для преодоления философских разногласий важно определиться, какого рода «онтологический ремонт» необходим для достижения консенсуса в различных направлениях философии математики.

Уместно напомнить известный афоризм Фридриха Ницше: «Ценность – это точка зрения». Ценность философии, даже сравнительно элементарных разделов математики, в том, что в ней, при хорошем понимании предмета исследования, фокусируются проблемы языка, знания и истины. Поскольку математический аппарат потенциально может использоваться практически во всех, за редким исключением, областях знания, то математику, как и философию можно отнести к всеобщим наукам. Важнейшие черты математики: глубина и универсальность математических понятий, конструктивный характер некоторых математических построений и обязательная доказательность математических суждений, – выражают одновременно ее сходство и различие с философией, что способствует их мировоззренческому взаимодействию. Такая «актуализация артефакта» – это то, что нам нужно с точки зрения математического образования философов в контексте развития их познавательных способностей. В набросках к «Критике чистого разума» Иммануил Кант писал: «Коснувшись лишь познавательной способности души, мы видим, что она простирается гораздо дальше, чем того требуют запросы этой жизни и мирские цели. Это доказывают некоторые науки. Математика показывает, что наша познавательная способность простирается далеко за границы нашего здешнего предназначения» [7, с.181]. Естественно возникает вопрос – в чем же тогда состоит существенное различие между философией и математикой? Вопрос хороший, но мы хотим сразу оговориться, что не склонны «разводить мосты» или «противо-

поставлять философию и математику», а наоборот, только приветствуем их самое тесное взаимодействие и сотрудничество.

Принципиальные различия философского и математического знания вызваны различными функциями философии и математики и их различным предназначением. Так уж исторически сложилось, что философия, в отличие от математики, представляет собой набор проблем и аргументацию в пользу различных решений этих проблем, порой взаимоисключающих. Согласно Канту, способствовавшему разведению функций философии и математики, «философское познание есть познание разумом посредством понятий, а математическое знание есть познание посредством конструирования понятий». Таким образом, он усматривает в своем трансцендентальном учении о методе сущность математики в ее построении, хотя его рассмотрение конструктивного метода нельзя признать удовлетворительным с точки зрения современной философии математики. В трактовке Канта, философское познание рассматривает частное только в общем, а математическое знание рассматривает общее в частном. Заметим, что гораздо более принципиальные отличия существуют между гуманитарным и естественнонаучным знанием. Хотя философия и математика основаны на разуме, именно в этом пункте они отличаются друг от друга. Процессу философского познания и его результату – философскому знанию присуща особая эмоциональная окрашенность. Поэтому заключения философов часто диктуются эмоциями, и разум в этих заключениях играет лишь вспомогательную роль. Возможно поэтому, в философии мы не познаем, а выясняем сами возможности познания. Но математик тоже не летописец, поскольку изучает математические законы, а не отдельные математические факты. Сила науки в том, что она дает знание законов природы, а ее слабость в том, что, оставаясь наукой, она не может выйти за пределы знания. Философии предоставлена уникальная возможность соединять научные знания с ценностным осмыслением и пониманием, поэтому некоторые математики осознанно философствуют о своей науке.

Математики, обладающие основательной философской культурой, встречаются также редко, как и философы, имеющие обширные познания в математике. Говоря о разнородности их занятий, Иммануил Кант сетовал на то, что «добившийся в своей области хороших успехов математик нередко с пренебрежением и сочувствием видит философа в затруднительном положении в занятии, которое едва ли принесет ему удачу» [7, с.524]. Философию можно рассматривать как

парадигму принципиально неразрешимых, но с постоянным упорством решаемых проблем, хотя для них нельзя дать окончательное решение, в отличие от математики как парадигмы разрешимых проблем. Показательной для философов в этом отношении является проблема смысла жизни. Математик, подобно художнику или поэту, создает образы, в случае необходимости заново определяя, что считать «решением проблемы». Согласно учению Платона, специфика математического мышления связана с изначальной опорой на образы, тогда как подлинное философское «умозрение» отличается от математического познания тем, что оно не является образным. Долговечность «математических образов» связана с тем, что они состоят из идей. Различая математику и философию, следует исходить не из смутных представлений о сущности математического и философского знания, а из понятийного аппарата науки и способах решения научных проблем, которые являются для нас все же более определенными. В науке мы ценим то, что делает нас умнее, поэтому особенно важна ясность и точность выражения мыслей. Понятийный аппарат хорошей математической теории расширяет наши интеллектуальные возможности при решении, казалось бы, несвязанных между собой задач. Поэтому «онтологию математических понятий» можно охарактеризовать как проблему связи их содержания с существованием прототипа или соответствующей интерпретации во внешнем мире.

Самый общий ответ на поставленный вопрос заключается в том, что различие между философией и математикой проходит не по линии категорий «содержание» и «форма» или каких-то иных категорий философии, а заключается в способах описания «действительности» — в методе и языке описания процессов внешнего мира. Хотя математические теоремы часто могут быть успешно применены к описанию внешнего мира, сами эти теоремы по существу абстракции, принадлежащие миру, далекому от человеческих страстей. Этот мир, как когда-то заметил английский философ и логик Бертран Рассел, который пришел к философии через математику, далек даже от жалких фактов, заимствованных у Природы, «где чистая мысль может существовать естественно, и где человек, по крайней мере, человек, наделенный благородными порывами, может укрыться от унылого изгнания реальности». Американский специалист в области занимательной математики Мартин Гарднер считал, что выражение «улыбка без кота», которую Алиса увидела в Стране Чудес, — это неплохое метафорическое описание «чистой математики». У Льюиса Кэрролла его Чешир-

ский кот обладал способностью становиться невидимым, а когда этот кот растворялся в пространстве, его улыбка еще была видна. Но отделить улыбку Чеширского кота от него самого также невозможно, как отделить чистую математику от прикладной математики. Улыбке Чеширского кота в наибольшей степени соответствуют абстрактные математические объекты. Например, геометрические методы функционального анализа – это геометрические методы, оторванные от евклидовой геометрии, – «кот давно ушел, а его улыбка осталась».

Мы рождены такими, что с доверием относимся к внешнему миру. Словосочетание «внешний мир» можно считать синонимичным словосочетанию «реальный мир» или «физическая реальность». Если бы человек мог включить в свое описание «картины мира» физическую реальность, то он разрешил бы все проблемы метафизики. Окружающий мир может казаться нам реальным, но это может оказаться не так. Платон, используя свой знаменитый «символ пещеры», убеждал, что мы живем лишь в мире теней, что реальный мир находится за его пределами и окружающий нас мир является лишь тенью подлинного мира. Поэтому основное в деятельности естествоиспытателей – это исследование не окружающего мира, а его модели. Хотя мир чувств выглядит весьма привлекательным и кажется людям реальностью. Мировоззрение, с одной стороны, определяется всем многообразием реальных отношений его носителя с окружающей его действительностью, а с другой стороны, мировоззрение способствует организации отношений его носителя с реальным миром, а так же отношения к самому себе. О реальности рассуждают все, кто вообще способен рассуждать. Как же рассуждают о реальности? Каждый, интересующийся философией, вынужден признать, что весьма поразному. Что мы знаем о реальности? Может быть, за «поверхностью» реальности таится что-то совсем другое. Вообще говоря, дело обстоит совсем не так просто, как это кажется на первый взгляд. Даже научное знание о реальности не образует никакого единства. Можно даже предположить, что наши математические абстракции, в определенной степени искажают реальность. Если человек задает вопрос, а «каковы вещи в действительности?», то он опирается на концепцию мира «самого по себе», существующего независимо от любого конкретного способа его познания. Тогда можно ли в принципе ответить на вопрос: «Какие картины мира соответствуют реальному миру?» Многие философы полагают, что ответить на него нельзя. Но

48 *Проблема конструктивности научного и философского знания: Выпуск десятый*
вопрос, не имеющий ответа – это уже метафизика, а она необъяснима
в системе логических построений.

Литература

1. Бычков С.Н., Зайцев Е.А. Математика в мировой культуре. – М.: РГГУ, 2006. – 228 с.
2. Лишевский В.П. Кёнигсбергский отшельник // Вестник РАН. – 1999. – Т. 69, № 7. – С. 636–639.
3. Кант И. Критика чистого разума. – Симферополь: Изд-во «Реноме», 1998. – 528 с.
4. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть II. Замечания по основаниям математики. – М.: Изд-во «Гнозис», 1994. – 206 с.
5. Петровский С.А. О связи философских и математических исследований // Философские науки. – 1967. – № 3. – С. 24–32.
6. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть I. – М.: Изд-во «Гнозис», 1994. – 612 с.
7. Кант И. Из рукописного наследия. – М.: Прогресс-Традиция, 2000. – 752 с.

А.Н. Кочергин
(Москва)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ ЦИВИЛИЗАЦИОННОГО ПРОЕКТА ДЛЯ РОССИИ

Резюме

Дается обоснование конструктивности цивилизационного проекта для России в условиях глобализации, увязывающего проблемы модернизации России с ее ментальностью, геополитическим и экологическим контекстом. Реализация данного проекта будет способствовать переходу России к устойчивому развитию.

* * *

В связи с развертыванием процесса глобализации перед Россией встает вопрос о выработке отношения к ней. В решении этой проблемы важное значение имеют два обстоятельства: отношение Запада к включению России в число лидеров современного глобализационного процесса и способность самой России к принятию необходимых мер для такого включения (т.е. способность осуществить модернизацию, позволяющую претендовать на это включение). На благожелательное отношение Запада к вступлению России в число лидеров глобализации рассчитывать трудно. Содержательно в этой сфере все-таки преобладает борьба интересов, для которой характерно стремление Запада сохранить Россию в качестве источника невозобновляемых полезных ископаемых и места захоронения техногенных отходов производства. Во всяком случае, приглашения вступить в клуб руководителей глобализационного процесса Россия не получит, поэтому ее главные надежды должны связываться с внутренними возможностями ее модернизации. Это предполагает, прежде всего, выработку цивилизационного проекта для России, поскольку в настоящее время она переживает именно цивилизационный кризис, охватывающий практически все основные сферы жизнедеятельности страны. Поэтому этот проект должен быть системным – только на его основе можно определить, что, во имя чего и с помощью чего надо делать. Содержание цивилизационного процесса должно основываться, в числе прочего, на трезвом учете российской ментальности, определении общих

принципов взаимодействия общества и природы применительно к конкретной территории с учетом ее ресурсов, климатических условий и уровня развития научно-технического потенциала.

Существует много вариантов прогнозов относительно исторической судьбы России. Один вариант (К.Н. Леонтьев, И.Р. Шафаревич) исходит из представления, что Россия – это до-Европа. Поскольку Европа – образец «некрофильной» (Э. Фромм) техногенной цивилизации, то не следует идти по ее пути во имя собственного сохранения. Другой вариант (славянофилы – А.С. Хомяков, Ф.И. Тютчев) связан с представлением России как не-Европы – у России свой путь, поэтому развитие по европейскому образцу приведет ее к гибели. Третий вариант (русская православная церковь, К.П. Победоносцев) – представляет Запад как царство Антихриста, а Россию – как анти-Европу, третий Рим, оплот православия, который необходимо сохранить. Четвертый вариант (народники, В.И. Ленин) склонен Россию рассматривать как пост-Европу, которая должна заимствовать у Запада все лучшее, особенно научно-технические достижения. Сейчас ясно, что ни один из этих вариантов выживания России в грядущей геополитической борьбе за источники энергии и минеральные ресурсы не обеспечивает, поэтому необходима разработка цивилизационного проекта развития, учитывающего современные реалии. При этом необходимо иметь в виду, что социальный прогноз с неизбежностью содержит в себе элемент утопизма, поскольку практика, являющаяся критерием истины, представлена в данном случае в виде некоторого идеального проекта, который еще предстоит воплотить в жизнь. Учесть все составляющие достоверного прогноза весьма трудно, так как в быстро меняющемся мире в ход событий часто вмешиваются факторы, которые не были приняты в расчет при составлении прогноза. Сейчас можно констатировать, что Россия в начале XXI века находится в такой бифуркационной точке, в которой на дальнейший ход событий могут оказать влияние и непредвиденные факторы. Вместе с тем к числу базисных факторов, обеспечивающих выживание России, должны быть отнесены составляющие ее цивилизационного проекта.

Прежде всего, необходима инвентаризация того, что имеем как результат непродуманных социальных реформ. Многие эксперты положение современной России склонны оценивать как катастрофическое, а не просто кризисное, проявляющееся в ослаблении военной мощи, научно-техническом отставании, экономической депрессии, возрастании опасности техногенных катастроф и экологической угро-

зы, сокращении населения и ухудшении его здоровья, утрате продовольственной независимости, уменьшении невозобновляемых ресурсов, криминализации всех структур общества, угрозе распада страны, неспособности власти приостановить продолжающийся раскол общества на богатых и бедных и т.д. Речь, следовательно, идет о безопасности страны. Официальная концепция национальной безопасности исходит из того, что главные угрозы в практически обозримом будущем будут иметь преимущественно внутренний характер. Однако наивно игнорировать внешние угрозы России. Безопасность России можно понять только в контексте глобализации – известно, что безопасность любого народа определяется безопасностью и состоянием мира в целом. Поэтому базовыми понятиями безопасности справедливо считаются не абстрактные «общество», «государство», «личность», а конкретные территория, население, природные ресурсы, духовные ценности, исторически сложившийся уклад жизни. Россия же пока не имеет ни четко выстроенных координат своего развития, ни определенного вектора развития. Это выражается в отсутствии четких представлений о том, какое общество мы строим, какова наша цель, какова интегрирующая национальная идея.

Географическое положение России обусловило сплетение в национальном сознании культурных форм Запада и Востока. Базисные характеристики российского национального сознания, выраженные в русской философии и составляющие ядро российской культуры, несут в себе отпечатки Запада и Востока. Сила России определялась слиянием в ней Запада и Востока. Огромная евразийская территория, на которой появился и развивался российский этнос, являлась фактором, защищавшим Россию от набегов захватчиков, которые «вязли» в огромных пространствах. Географическое пограничье России предопределило и «маятниковый» характер сложившейся в ней цивилизации. Эксперты отмечают, что в истории России просматривается некая закономерность в чередовании циклов поддержки глобализации и изоляционизма. Первый цикл поддержки совпадает со временем реформ Петра I. Второй цикл падает на время, начавшееся с последней трети XVIII века и заканчивающееся в начале XIX века. Третий цикл начался с 60-х годов XIX века и закончился в 1917 году. Четвертый цикл начался с 90-х годов XX века и продлится, как ожидается, до конца первой четверти XXI века (именно этот срок и отводится России для самоопределения и выбора пути развития). Циклы самоизоляции России падают соответственно на время, предшествующее

ющее реформам Петра I, затем послепетровский период XVIII века, далее время николаевской реакции XIX века и, наконец, время с 1917 года по 1991 год. В конечном счете, Россия оказалась не в состоянии полностью порвать ни с Западом, ни с Востоком. Если исходить из предположения, что разные культурные миры хотя и взаимопроницаемы, но принципиально своеобразны, то выработка цивилизационного проекта для России должна это учитывать.

Преимущественной формой глобализации, осуществляемой Россией, была территориальная глобализация. Огромная протяженность пространств России затрудняла информационно-коммуникативную глобализацию, что приводило к дезорганизации управленческой глобализации. Этническая глобализация, выражавшаяся в расположении на территории одного государства представителей различных этносов, при использовании националистических настроений, может способствовать распаду России, чему благоприятствуют сложившиеся после распада СССР ее государственные границы.

После распада СССР в России создалась ситуация, объективно обусловившая сдвиг в сторону Востока. Данная ситуация определяется новыми государственными границами России. Распад СССР обусловил возникновение межрегиональной структуры, существенно отличающейся от прежней и тяготеющей к расширению и интенсификации социально-экономических связей с Востоком. Многие эксперты обращают внимание на то, что выделение Украины, Белоруссии, прибалтийских республик, Молдавии объективно актуализирует важность социально-экономического потенциала восточных районов России и увеличивает необходимость усиления ориентации на развитие экономических связей со странами Азиатско-Тихоокеанского региона. Отпадение регионов, богатых природными ископаемыми, увеличивают значение для развития России природно-ресурсного потенциала ее восточных районов. Утрата морских побережий Балтийского, Черного и Каспийского морей, обладавших высокой экономической активностью, усиливает значение в экономике России морских портов восточных районов и дальневосточных морских портов.

Отпавшие от СССР республики создали своеобразную буферную зону, объективно затрудняющую развитие экономических связей со странами Запада, Ближнего Востока и Средиземноморья. Следствием этого является объективная необходимость в усилении связей российских экономических центров с восточными странами. Выработка

новой системы геополитических приоритетов это обстоятельство тоже должна учитывать. Состояние современных российских государственных границ, а также особенности российского менталитета, имеющего глубокие «восточные корни», будут способствовать сдвигу «российского маятника» в сторону Востока. Географическое положение России требует присутствия в геополитическом «раскладе» и восточного, и западного факторов, четкого расчета в каждый момент времени тех преимуществ ориентации на соответствующий фактор, которые объективно «работают» на усиление ее национальной безопасности.

Распад СССР привел к изменению географического положения страны – в России удельный вес восточной и северной ее частей увеличился за счет сокращения удельного веса южных и западных частей. Сложившееся географическое положение не может не повлиять на определение стратегии модернизации страны, поскольку характеризуется тем, что основное население ее живет севернее пятидесятого градуса северной широты, т.е. в зоне преимущественно рискованного земледелия. Но восточные районы располагают огромными запасами сырьевых ресурсов (здесь сосредоточено более 80% российских запасов нефти, газа, алмазов, 90% золота, 95% олова и т.д. Осуществлять модернизацию России можно только за счет этих природных, а также человеческих ресурсов. В Сибири и на Дальнем Востоке работают отделения и филиалы Российской академии наук, Российской академии медицинских наук, Российской сельскохозяйственной академии, множество отраслевых научно-исследовательских институтов. Их соответствующее использование будет способствовать преодолению технической отсталости. Но чтобы осуществить модернизацию на основе новейших технологий, необходима система мер по удержанию в этом районе квалифицированных кадров. В рамках рыночной экономики стимулы «голового патриотизма» не работают. Поэтому необходимо трезво взглянуть на создающуюся геополитическую ситуацию: если мы не сможем (не захотим, не успеем) создать в восточных районах развитую инфраструктуру, их население и далее будет уменьшаться. А это значит, что рано или поздно эти территории будут освоены нашими могущественными восточными соседями, и тогда Сибирью и Ледовитым океаном будет прирастать их могущество, а не России.

Имеющихся в России ресурсов достаточно для осуществления ее модернизации. Поскольку эти ресурсы сосредоточены в основном в

восточных районах, необходим пересмотр приоритетов в их пользу. В настоящее время вложения в эти районы не пропорциональны их вкладу в экономику России. Эффективное интегрирование восточных районов в мировую экономику должно исходить из общенациональных интересов, а не узкокорыстных интересов монополистических групп. Дальнейшее поощрение государством ценностного «террора» (прежде всего энергетического и транспортного) становится угрозой национальной безопасности страны, открывающей дорогу к расчленению России.

У каждой страны свой путь модернизации, учитывающий ее историю, культуру, менталитет, географическое положение, состав народонаселения и многое другое. Для ее успешного осуществления требуется объединяющая население страны идея. Поиски национальной идеи в постсоветской России зашли в тупик. Россия всегда была страной, весьма чувствительной к правде и справедливости. Идеология крайнего либерализма оказалась не способной к установлению равного отношения членов общества к ресурсам страны. Имитационно-догоняющий цивилизационный проект выявил свою неспособность улучшить жизнь основной массы населения. Любая идея национального интереса России, игнорирующая необходимость обеспечения благоденствия ее населения на основе экономического развития, учитывающего экологическую составляющую, при наличии сильного государства, нежизнеспособна. Эта нежизнеспособность обусловлена отторжением направленности современных российских реформ массовым сознанием. Исторический опыт свидетельствует, что никакие проекты модернизации не будут претворены в жизнь, если они не станут достоянием массового сознания. Предельная мобилизация сил в России возможна лишь на основе надэтнической объединяющей идеи. В многонациональной стране этнический сепаратизм губителен.

Осуществление модернизации России в условиях глобального экологического кризиса обостряет вопрос о приоритетах финансирования. Все расходы на модернизацию будут зависеть и от тяжести экологической обстановки. Реальностью является необходимость постоянного увеличения затрат на экологическую безопасность. Мировой опыт свидетельствует о том, что затраты на предотвращение загрязнения природы всегда оказываются меньшими по сравнению с затратами на борьбу с загрязнениями. Поэтому никакая модернизация

без усилий по предотвращению экологической катастрофы невозможно. Здесь необходим трезвый учет реалий.

Совершенно ясно, что от процессов глобализации отмахнуться не удастся. В условиях, когда глобализационные процессы стремительно развиваются, изоляционизм для России не может быть главным вектором цивилизационного проекта. Простое же следование России в хвосте мировых глобальных процессов чревато ее превращением в сырьевой придаток развитых стран с плохо предсказуемым будущим. Условием выживания России и ее устойчивого развития может быть лишь принятие и реализация политики «глобализационного лидерства», что возможно лишь при ориентации ее властной элиты на общенациональные интересы. При этом идеология «глобализационного лидерства» должна обрести общегосударственный статус.

Для реализации данной стратегии необходимо ее главное условие: Россия должна представлять собой системно-организованную страну, способную противостоять главной угрозе со стороны глобализации – возможность утраты своей культурной идентичности. Россия должна стать в полном смысле стратегическим субъектом мировой политики, объединяющим во имя единой цели усилия всех составляющих данной системы. В основе единства может быть лишь отечественная культура и политическая воля сохранить ее.

Выгоду от глобализации в настоящее время получают системно-организованные страны, т.е. способные обеспечить свою национальную безопасность. России пока не удалось привести себя после распада СССР в подобное системно-организованное состояние. Пережитые и еще переживаемые ею потрясения, дезорганизация и даже разрушение основных систем жизнеобеспечения, разгул крайнего либерализма и криминалитета, стремительно увеличивающийся разрыв между богатыми и бедными слоями населения (затрудняющий или даже делающий невозможным предотвратить раскол общества), продолжающееся разграбление национальных богатств и т.д. чрезвычайно затрудняют формирование общей цели. Отсутствие серьезного организованного протеста со стороны большинства населения свидетельствует не о том, что «Россия полностью исчерпала лимит на революции», а скорее о временной растерянности. Приход к власти национально-ориентированной элиты может способствовать пробуждению активности общества и его самоорганизации во имя национального спасения. Опасность длительного отказа общества от активного участия в политической жизни очевидна – история дает не-

мало убедительных свидетельств того, что чем дольше «сжимается пружина», тем сильнее и трагичнее по своим последствиям ее «откат», рождающий «бунт бессмысленный и беспощадный».

Исторически Россия формировалась как цивилизация с нечетко отрефлексированными смысловыми структурами и ценностными ориентациями, что во многом определялось наличием и специфическим переплетением разных культур, религиозных верований, отсутствием постоянной и четко организованной связи между ее регионами. В этих условиях роль «скрепов» государства, удерживающих его от действий центробежных сил, играло государство, формировавшее свою идеологию. При отсутствии четкой цивилизационной организованности формирование объединяющей национальной идеи может мыслиться лишь при наличии государства, способного выработать эти «скрепы». При этом власть не должна быть «опричной», т.е. отделенной от народа. Когда представитель власти назначается, а не избирается, то он становится ответственным не перед избирателями, а перед тем, кто его назначил. Такой «путь» мы, как известно, уже проходили.

Итак, глобализация есть объективный, естественно-исторический процесс. Современный мир не един во многих отношениях. Глобализация выражает историческую тенденцию к единству, игнорировать которую бессмысленно. Опыта решения проблем, связанных с глобализацией, нет. Здесь нужен поиск новых конструктивных подходов. Для национальных государств одной из важнейших глобальных проблем является поиск таких путей включения в глобализационный процесс, которые обеспечивали бы сохранение своей самости, культурной идентичности. В предпринимаемых в этом направлении действиях важно избежать шекспировского образа, когда «безумцы предводительствуют слепцами». Избежать этого можно лишь на основе четкого осознания целей и средств включения в глобализационный процесс. Только конструктивность цивилизационного проекта, позволяющего увязывать проблемы модернизации России с ее ментальностью и глобальным геополитическим и экологическим контекстом, может найти путь, ведущий к ее сохранению и устойчивому развитию.

А.Н. Кочергин
(Москва)

Е.Д. Никитин
(Москва)

О КОНСТРУКТИВНОСТИ УЧЕНИЯ О БИОСФЕРЕ (В.В. ДОКУЧАЕВ И В.И. ВЕРНАДСКИЙ)

Резюме

Обосновывается влияние концепции почвоведения В.В. Докучаева на конструктивность учения В.И. Вернадского о биосфере, из которого благодаря его конструктивности вырастает новая парадигма в учении о взаимодействии общества и природы – биогеосоциосферы, позволяющая объединить всех участников земной эволюции.

* * *

Феномен Владимира Ивановича Вернадского стоит особняком среди выдающихся проявлений человеческого гения ушедшего столетия. У него много ярких особенностей, каждая из которых заслуживает специального исследования, несмотря на уже состоявшиеся науковедческие изыскания. Но одна важнейшая черта В.И. Вернадского должна, как нам представляется, изучаться особенно углубленно: это его дар эффективного синтеза на основе конструктивных идей самой разнообразной информации – естественнонаучной, гуманитарной, прикладной.

Известный французский писатель Жозеф Эрнест Ренан считал, что совершенный человек должен быть одновременно ученым, философом, поэтом (художественной натурой) и добродетельной личностью. Такое совершенство, по Ренану, проявлялось у Иисуса Христа. У других наиболее известных созидателей указанные качества выражаются не одновременно, а с определенными интервалами во времени, но они, тем не менее, постоянно обнаруживают себя, благодаря чему достигаются выдающиеся результаты. В.И. Вернадский относится к тем немногим интеграторам, у которых указанные ипостаси пребывают в постоянном взаимодействии. Отсюда его фундаментальные достижения и в науке, и в философии, и в практике.

Естественно, возникает вопрос: откуда такой результативный универсализм В.И. Вернадского? Одна из таких причин - влияние на В.И. Вернадского В. В. Докучаева и созданного последним и его спо-

движниками научного почвоведения – исследована еще недостаточно. (Признание факта этого влияния содержится в статье А.Г. Назарова «Единство жизни и природы в творчестве В.И. Вернадского» // Бюллетень Комиссии по разработке научного наследия академика В.И. Вернадского». 2003, № 17.)

В чем же главный смысл и направление данного влияния? Во-первых, создатель почвоведения является не только учителем В.И. Вернадского в Петербургском университете, где в это время он блестяще преподавал, но и живым примером осуществления междисциплинарного синтеза на стыке XIX и XX вв., имевшего важное мировоззренческое и практическое значение. По существу именно В.В. Докучаев заложил в своего выдающегося ученика матрицу его будущих успехов в науке. Ведь В.И. Вернадский не только слушал учебные курсы у В.В. Докучаева, но и бывал с ним неоднократно в экспедициях. Не случайно, что первой печатной работой Вернадского, весьма значительной по содержанию и объему, была «Почвенно-геологическое описание» одного из уездов Полтавской губернии [1].

Эта информация исследователям творчества В.И. Вернадского известна, но далеко не всегда их внимание акцентировалось на значении первых почвенных работ В.И. Вернадского для будущих его достижений в естествознании. И не случайно в вышедшем в начале XXI века весьма солидном сборнике «В.И. Вернадский: Pro et contra» [5] из более чем ста публикаций о творчестве ученого и мыслителя нет ни одной работы, специально посвященной взаимодействию В.И. Вернадского с докучаевским почвоведением и его основоположником. А это взаимодействие весьма значительно и представительно. Об этом наглядно свидетельствует подготовленная нами в матричной форме подборка по данному вопросу (см. табл.). Но прежде чем осветить ее основное содержание, необходимо кратко охарактеризовать почвоведение, которое было создано В.В. Докучаевым и его сподвижниками.

Стало уже общепринятым считать, что В.В. Докучаев явился основоположником генетического почвоведения. Это действительно так. Но не менее важно и то, что В.В. Докучаев оказался одновременно основателем и других направлений научного почвоведения, и, самое главное, он заложил основы единой фундаментальной науки о почве. Это обстоятельство нередко упускается из виду, что ведет не только к недооценке вклада великого ученого в развитие естествознания, но и

затрудняет корректный анализ истории развития почвоведения в целом.

Говоря о наиболее существенных чертах создаваемой науки о почве, В.В. Докучаев не столько обращал внимание на ее генетическую направленность, сколько подчеркивал ее самостоятельный фундаментальный характер, фиксировал высокое, равноправное с другими науками значение. Эта позиция ученого отчетливо прослеживается в содержании и названиях трудов, посвященных общим вопросам почвоведения, которое определяется им, прежде всего, как самостоятельная отрасль естествознания: "Почвоведение, несомненно, имея первенствующее, так сказать, основное значение для сельского хозяйства, вместе с тем остается самостоятельной отраслью естествознания, со своими собственными задачами" [12, с. 113].

Аналогичной позиции придерживался и сподвижник В.В. Докучаева Н.М. Сибирцев, который, отдавая должное генетическим аспектам создаваемого в России почвоведения, именовал его естественнонаучным, т.е. трактовал его более широко, что отражено в опубликованном им первом учебнике по курсу науки о почве: "В предлагаемом курсе я старался... дать по возможности... цельный очерк естественнонаучного почвоведения" [22, с. 3]. Такая трактовка науки о почве получила поддержку и отражение в специальных трудах по методологии и истории почвоведения того времени. Так, А.А. Яриловым в 1904 г. выпускается в свет специальная монография "Педология как самостоятельная естественнонаучная дисциплина о земле" [25].

Таким образом, созданное на рубеже XIX и XX вв. В.В. Докучаевым и его соратниками почвоведение, хотя и было, прежде всего, генетическим, вместе с тем воспринималось более широко и трактовалось, по существу, если выразиться современным языком, как фундаментальная наука. Поэтому не случайно, кроме основателя науки о почве — В.В. Докучаева, выделяется группа сооснователей почвоведения, разрабатывавшая различные его разделы. Из отечественных ученых это, прежде всего, П.А. Костычев и Н.М. Сибирцев, а из зарубежных Вольни, Гильгард и др. На данное обстоятельство обращает внимание И.А. Крупеников (1981).

Фундаментальный целостный характер докучаевского почвоведения выражается в первых руководствах по данной науке, особенно в подготовленном Н.М. Сибирцевым учебнике "Почвоведение", не потерявшем до сих пор своей научной и познавательной ценности. В

своим труде Н.М. Сибирцев, прежде всего, идет на сознательное объединение двух разных воззрений на почву, развитых В.В. Докучаевым и П.А. Костычевым, рассматривавшим почву как среду обитания живых организмов: "Было бы, однако, ошибкой думать, что указанные два взгляда мешают или противоречат один другому. Напротив, они взаимно друг друга дополняют и развивают: почва, как... определенный комплекс верхних горизонтов земной коры, есть вместе с тем и масса и среда, точнее группа соприкасающихся сред, — должна быть тщательно изучена как таковая с механической, физической, химической и химико-биологической точек зрения" [22, с. 19]. В "Почвоведении" Н.М. Сибирцев блестяще решает именно задачу целостного, фундаментального изложения и осмысления всей основной информации о почве, накопленной к тому времени: данные о процессах формирования почв, взаимосвязи с различными факторами почвообразования, изменении почв в пространстве и времени; данные по их химическим, физическим свойствам. К этому добавляется анализ вопросов географии, картографии, бонитировки почв и др. Труд Н.М. Сибирцева включает 27 обстоятельных глав (35 п.л.), сгруппированных в несколько отделов: 1. Почвообразование; 2. Учение о почве как о массе; 3. Почва как геофизическое образование; 4. Описательное почвоведение; 5. География и картография почв; 6. Бонитировка почв. Формулировки отдельных глав и разделов, написанных более 100 лет назад, поражают и сегодня своей актуальностью. Среди них такие, как: динамические явления почвообразования, химические преобразования в почвенной массе, состав почвенной жидкости и почвенного воздуха, функциональные физические свойства почв, тепловые явления в почвах, деятельность животных в почве, возраст почв и их "история", естественно-исторические классификации почв, территориальная оценка земель и др.

Такая всеохватность науки о почве, когда в комплексе обстоятельно рассматриваются и общетеоретические, и генетические, и экспериментальные, и прикладные проблемы, является убедительным доказательством того, что классики отечественного почвоведения строили его как интегральную, фундаментальную науку с акцентом на генетических аспектах, что было важно для придания почвоведению статуса особой отрасли естествознания и его научно-организационного утверждения и развития. И не случайно, будучи построенным как одна из базовых наук о Земле, докучаевское почвоведение получило широкое признание как в России, так и за рубежом,

что весьма убедительно отметил Раманн, признав необходимым учиться русскому языку тем почвоведом, которые хотели бы стоять на современном научном уровне, поскольку только благодаря русским ученым почвоведение превратилось в обнимающую весь земной шар науку [15]. Именно фундаментальный интегративный характер докучаевского почвоведения определил его осязаемое влияние на науку XIX – XX вв. и ее ярких представителей синтетического типа, среди которых В.И. Вернадский – бесспорный лидер, учившийся непосредственно у наиболее мощных создателей нового знания – В.В. Докучаева и Д.И. Менделеева.

О повышенной потребности естествознания того периода в синтезе накопленной информации и особой роли в нем почвоведения говорил сам В.В. Докучаев, который, как подчеркивает Г.В. Добровольский [9], призывал к разработке учения о многосложных и многообразных соотношениях и взаимодействиях, а также о законах, управляющих вековыми изменениями их, которые существуют между так называемой живой и мертвой природой. «Но пока настанет это желанное для естествознания и человека время, ближе всего к упомянутому учению, составляя, быть может, главное, центральное ядро его, стоит (не обнимая, однако, его вполне), поскольку мы в состоянии судить, новейшее почвоведение...» [13, с. 416].

В чем же конкретно проявилось влияние науки о почве на творчество В.И. Вернадского и каково ответное воздействие В.В. Вернадского на почвоведение? Прежде всего, следует подчеркнуть исключительную эвристическую продуктивность такого исходного постулата В. В. Докучаева, как рассмотрение почвы в качестве особенно-исторического тела природы, сложной системы, состоящей из ряда сопряженных горизонтов, в совокупности образующих единый генетический профиль. Если до В.В. Докучаева почва ассоциировалась почти целиком с верхним пахотным гумусированным горизонтом, который и изучался для целей сельского хозяйства, то последователи В.В. Докучаева, а вместе с ними и молодой почвовед В.И. Вернадский стали принципиально иначе смотреть на верхнюю пленку земной коры – целостно, системно, естественно-исторически. Важно подчеркнуть – приобщение к докучаевскому почвоведению и системным методам исследования у В.И. Вернадского происходило в период формирования его научного мировоззрения, определяющего, как известно, на долгие годы алгоритм исследований ученого и получаемые им конкретные результаты.

Одним из таких весьма значительных результатов явилось создание В.И. Вернадским генетической минералогии и истории природных вод, в которых в снятом виде отразился естественно-исторический целостный подход В. В. Докучаева к изучению генезиса почв, природных комплексов и деятельности текучих вод суши (см. табл.). Как известно, магистерская диссертация В.В. Докучаева называлась «Способы образования речных долин Европейской России» и была посвящена формированию и динамике, т. е., по существу, генезису речных долин Великой Русской равнины. Поэтому есть все основания усматривать влияние почвенно-гидрологических работ В.В. Докучаева на творчество В.И. Вернадского, которым в рамках монографии «История природных вод» был подготовлен труд «Эволюция представлений о химии природных вод в связи с изучением их истории в земной коре».

В этой работе В.И. Вернадский подчеркивает, что «изучение почвенных растворов вскрывает в истории воды грандиозное явление, связывающее столь разные воды, как морскую, речную и дождевую. Сплошной покров почвенных вод, различных для разных почв, есть область теснейшего взаимодействия *живое вещество* ← *почвенная вода*» [2, с. 237]. Вернадский также показал схему формирования почвенных растворов, которые находятся в вечном изменении под влиянием «вечно меняющейся жизни и не менее меняющихся молекулярных жидких, полужидких и твердых комплексов рыхлых масс вещества» [2, с. 237].

В своей докторской диссертации «Русский чернозем» основатель научного почвоведения реализовал свой генетический естественно-исторический подход к изучению почв и природы в полном блеске. Именно с ее защиты (одним из оппонентов был Д.И. Менделеев) начинается отсчет возникновения научного почвоведения.

Нет нужды специально доказывать повышенную ценность для биосферных устремлений В.И. Вернадского такого важнейшего положения отечественного почвоведения, как признание им особой роли живых организмов в формировании главнейшего свойства почвы — ее плодородия и гумусированности. Данное положение стимулировало и облегчало обоснование В.И. Вернадским выдающегося значения живых организмов в эволюции всех приповерхностных геосфер Земли и подталкивало к введению понятия «живое вещество».

Некоторые взаимодействия докучаевского почвоведения и научного творчества В. И. Вернадского представлены в Таблице 1.

Таблица 1.

Базовые составляющие докучаевского почвоведения.	Значимое влияние докучаевского почвоведения на работы В. И. Вернадского	Влияние В. И. Вернадского на почвоведение
Рассмотрение почвы как особого естественно-исторического тела природы	Естественно–исторический целостный подход В.И. Вернадского к изучаемым объектам	Активизация исторических аспектов изучения почвы как части планеты
Учение о генезисе почв	Создание В.И. Вернадским генетический минералогии и трудов по истории природных вод	Углубление исследований трансформации минералов и пород в почве и коре выветривания
Признание особой роли живых организмов в формировании главного свойства почвы – ее плодородия и гумусированности	Обоснование особого значения живых организмов в формировании приповерхностных геосфер, введение понятия живого вещества.	Стимулирование развития биологического направления в почвоведении
Сбор и хранение натурального почвенного материала, и его музейное коллекционирование	Повышенный интерес к музейному делу и профессиональное занятие им	Поддержание естественно-исторических музеев
Рассмотрение почвы как органической части единого природного комплекса, продукта взаимодействия почвообразователей	Создание учения о биосфере как глобальной системе Земли	Поставка фактического материала для учения об экофункциях почв
Целенаправленная деятельность по использованию научных разработок в практике	Создание прикладных организаций и руководство ими	Работа в почвенных экспедициях и др.

Продолжение Таблицы 1.

Активное взаимодействие докучаевского почвоведения со смежными науками	Яркая выраженность междисциплинарности творчества и научной практической деятельности В. И. Вернадского (создание биогеогеохимии и др.)	Поддержание академического статуса почвоведения, его общественно–научного значения и развития
--	---	---

В свете изложенного не будет преувеличением утверждение: в биосфере В.И. Вернадского отчетливо просматривается «почва» его учителя В.В. Докучаева в планетарном измерении. В научно-практической деятельности В.И. Вернадского также без труда можно усмотреть влияние В. В. Докучаева, посвятившего большую часть своих сил внедрению в жизнь полученных научных разработок. Взять хотя бы музейное дело. В.В. Докучаев, окончивший петербургский университет, начинает свою трудовую деятельность с работы в минералогическом музее этого университета. По такому же пути идет и молодой В. И. Вернадский, но уже вооруженный идеями своего учителя. В.В. Докучаев, став лидером отечественного почвоведения, создает наряду с многочисленными научно–прикладными программами и программу организации и работы естественно-исторических музеев России, благодаря чему в Нижнем Новгороде учреждается первый такой музей, который возглавляет ближайший соратник В.В. Докучаева – Н.М. Сибирцев. В.И. Вернадский также вносит крупный вклад в музейное дело России и не один год возглавляет геологический и минералогический Музей Академии наук. Особо следует отметить использование докучаевских методов изучения природных ресурсов в производственных целях, прежде всего метод крупных комплексных экспедиций: «не будет преувеличением сказать, что крупные комплексные экспедиции - «открытие» Докучаева; их опыт был перенят в 1908 – 1914 годах Переселенческим управлением для обследования почв и природных условий азиатских районов России (возглавил коллектив специалистов К.Д. Глинка), Комиссией по изучению естественных производительных сил при Академии наук (КЕПС), созданной по инициативе В.И. Вернадского, Комплексной научной экспедицией по вопросам полезащитного лесоразведения в 50-х годах XX века, руководимой академиком В.Н. Сукачевым» [9, с. 19].

Наибольшее влияние докучаевского почвоведения на В.И. Вернадского проявилось в формировании ярко выраженной междисциплинарности его творчества, что предопределило создание им пограничных наук – геохимии и биогеохимии. О междисциплинарно-эвристической функции почвоведения хорошо сказал А.Н. Сабанин: «Почвоведение более чем какая-либо другая естественная наука имеет, если можно так выразиться, счастье или несчастье состоять в родстве со многими другими областями естествознания. Исследуя действие организованного мира на мир минеральный, изучая образования, являющиеся как бы центром соприкосновения этих миров, почвоведение, само собой разумеется, возбуждает ряд разнообразных взаимоотношений с родственными и соприкасающимися науками о природе» [21, с. 4]. Естественно, среди представителей почвоведения по силе влияния на другие науки и умы, В.В. Докучаев выделяется как могучая исполинская фигура, что подчеркивал и самый знаменитый его ученик в годовщину смерти своего учителя: «В истории естествознания в России в течение XIX века не много найдется людей, которые могли бы быть поставлены наряду с ним по влиянию и оригинальности их обобщающей мысли» [3, с. 269).

Но не только почвоведение ощутимо влияло на В.И. Вернадского – он и сам заметно воздействовал на него. Отметим лишь наиболее существенный вклад В.И. Вернадского в развитие науки о почве: активизация благодаря В.И. Вернадскому исторических аспектов изучения почвы как части планеты; углубление исследований трансформации минералов и пород в почве и коре выветривания; стимуляция развития биологического направления в почвоведении; поставка фактического материала для учения об экофункциях почв; поддержание естественно-исторических музеев; работа в почвенных экспедициях; поддержание академического статуса почвоведения, его общенаучного значения и развития.

В.И. Вернадский предупреждал: «В геологической истории биосферы перед человеком открывается огромное будущее, если он поймет это и не будет употреблять свой разум и труд на самоистребление» [3, с. 32]. Данная установка В.И. Вернадского имеет принципиальное значение, поскольку свидетельствует об его объективной оценке земной цивилизации, вступившей в эпоху высочайших рисков и ответственности не только за себя, но и за планету в целом. В современную эпоху экологические противоречия резко обостряются и перерастают в глобальную проблему. Биосфера начинает входить в

структуру производительных сил в качестве всеобщего средства труда. Ориентация техногенной цивилизации на комфорт как высшую ценность дала толчок к запуску глобальных техногенных процессов. Поскольку развитие технологии имеет свои закономерности, которые действуют в любых социально-экономических системах, то экологическая проблема коснулась всех стран, независимо от их социально-экономического и политического устройства. Ускоренное наращивание средств производства затронуло существенные экологические связи биосферы, охватило все ее структурные и функциональные уровни. Поэтому понимание предметов природы как чисто природных объектов, которые еще необходимо вводить в процесс труда, не соответствуют современному состоянию процесса взаимодействия природы и общества. Процесс производства из локального взаимодействия с отдельными биогеоценозами перерастает в процесс, охватывающий биосферу в целом. Природа начинает выступать как целостная подсистема, и независимо от того, входят ли все ее элементы непосредственно в процесс производства, она становится многофункциональной. Если рассматривать процесс труда с точки зрения предмета труда, то и средства и предметы труда выступают средствами производства. Образование системы «общество – природа», реализуемое в процессе производства, приводит в согласование целостность общественной деятельности с целостностью биосферы. Биосфера во всей сложности ее внутренних взаимосвязей становится всеобщим предметом труда. В процессе развития производственной деятельности общество начинает взаимодействовать не с локальными участками биосферы, а с биосферой в целом. Как целостная система со своими специфическими законами функционирования и развития биосфера требует единой стратегии общества в природообразующей социальной деятельности, а значит консолидации социальной деятельности по отношению к природе в глобальном масштабе. По сути, мы имеем дело с перерастанием социально-природной проблемы в проблему социальную. Научно-технический прогресс характеризуется, прежде всего, тем, что экологические проблемы становятся все более социальными проблемами. Они включаются в структуру внутрисистемных связей системы «общество – природа», и решение их невозможно без учета всех элементов целостной системы. Иными словами, решение экологических проблем входит неотъемлемой частью в более широкую проблему оптимизации взаимоотношений в системе «природа – общество – человек (личность)». Отсюда вытекает необ-

ходимость согласованного решения проблемы отношений разных типов: «общество – природа», «человек – общество». Таким образом, оптимизация системы «общество – природа» требует овладения тремя противоречивыми сущностями, тремя «видами природы»: внешней природой, социальной природой и внутренней природой человека. Неразвитость, несоответствие одного из компонентов уровню развития системы в целом тормозит ее дальнейшее совершенствование [14].

Именно системность и планетарность мышления В.И. Вернадского позволяет ему сделать вывод относительно судьбы дикой природы (естественно–исторической биосферы) в ее взаимодействии с техносферой. Сейчас В.И. Вернадский оказался бы самым ярким природо-защитником и краснокнижником, так как именно он одним из первых обратил внимание на то, что человечество стало мощной геологической силой, сравнявшейся по воздействию на биосферу с важнейшими естественными геологическими процессами, например процессами передвижения вещества по поверхности Земли. Будучи эволюционистом-диалектиком, В.И. Вернадский постоянно обращает внимание на теснейшее взаимодействие и взаимопроникновение всех геосфер Земли, особенно приповерхностных. Так, он говорит о неразрывности газов и вод Земли, во многом определяющей исключительно благоприятное сочетание физических и химических параметров для использования воды живыми организмами в качестве основы своего существования: «Природная вода как бы предназначена для жизни, и с жизнью связана она одна из всех химических соединений. Эта тесная связь воды с жизнью и ее исключительное распространение в земной коре, резко отличающее ее от всех минералов, не может быть игрой случая: она указывает на закономерность явления, на определенную организованность земной коры. Вода и живое вещество, генетически связанные части этой организованности» [4, с 75]. Поэтому не случайно звучащее лейтмотивом всех биогеохимических работ В.И. Вернадского утверждение о единой судьбе косного, живого и биокосного вещества в масштабах всей биосферы.

Отмечена В.И. Вернадским и выдающаяся роль почвы в жизни Земли. Именно ему принадлежат слова о том, что значение почв в истории планеты гораздо больше, чем это обычно кажется. Включение почвы в число ведущих факторов в жизненных процессах планеты не случайно. Как убедительно показал И.И. Мочалов, именно целостный динамический взгляд на природу, столь присущий В.В. Докучаеву, спо-

собствовал продуктивной разработке ряда проблем, за которые брался его ученик В.И. Вернадский, что и привело его, в конце концов, к созданию фундаментального учения о биосфере [16]. Труды В.И. Вернадского по биосфере имеют все основания называться учением, поскольку отвечают всем необходимым признакам данного высокого статуса: длительность разработки проблемы и наличие достаточного числа специальных публикаций по ней, введение системы сопряженных базовых понятий и их обоснование (живое, косное и биокосное вещество, геохимические функции живого вещества, напор и всюдность жизни и др.), широкое использование научным сообществом обобщающих публикаций автора и др.

Следует сказать и об итоговой монографии В.И. Вернадского «Химическое строение биосферы Земли и ее окружения» - книге жизни, как называл ее сам автор, которую он, к сожалению, не успел полностью закончить. В структуре этого труда предусматривалось рассмотрение и трактовка понятия ноосферы в объеме одной главы. Кончина остановила перо мыслителя, и его небольшая статья «Несколько слов о ноосфере» оказалась фактически чуть ли не единственной специальной публикацией по данной проблеме. Завершить разработку концепции ноосферы он не успел. Опираясь на ход его мысли, можно попытаться «додумать» поднятую им проблему, памятуя, однако, при этом, что ответственность за это «додумывание» ложится на авторов данной публикации. Выскажем в связи с этим некоторые соображения.

Прежде всего, остановимся на весьма продуктивном тезисе Вернадского о научной мысли как планетном явлении, который теснейшим образом связан с другим сопряженным утверждением о человечестве как геологической силе. Эта «понятийная пара» ставит перед нами вопросы: что есть цивилизация и человек? Каково их соотношение с планетой Земля? Являются ли они продолжением общепланетарной земной эволюции? Или же это некоторая «элитная надстройка», непонятно как возникшая на Земле и в таком случае могущая претендовать на свою исключительность?

Мы придерживаемся первой, эволюционной, версии, полагая, что человечество возникло в ходе длительной естественной эволюции Земли и в первую очередь ее биосферы и географической оболочки. В рамках этой версии человечество – равноправная с другими часть Земли, ответственная за судьбу других ее частей. А коль скоро это так, то всякого рода антропоцентристские утверждения типа: человек – мера всех вещей или человек венец мира и потому «все для блага человека и во имя человека» нуждаются не только в корректировке, но и существенном пе-

решителе, ибо такая установка, если и была необходима для актуализации антропоидной составляющей во взаимодействии общества и личности с окружающим миром, то в настоящее время нуждается в переосмыслении и трансформации с позиций поиска гармонии современных гуманоидов с планетарным бытием. Ясно, что человек не может отказаться от преобразования природы. Но, помня о том, что мы действительно не можем провести бесспорных онтологических границ между миром человеческим и миром нечеловеческим, принцип антропоцентризма должен быть заменен принципом биоцентрического эгалитаризма, открывающим путь коэволюционному развитию общества и природы. Исходя из этого, должна быть зафиксирована новая парадигма взаимоотношений человека и природы. Так, понятие геоэтносферы (биогеосоциосферы) позволяет сразу объединить трех ведущих равновеликих участников земной эволюции – биомир Земли (живое вещество, собственно биосфера), геологические процессы и оболочки (гидросфера, литосфера и другие) и социальную форму движения материи (социосфера и ее ядро этносфера). Такой триединый подход позволяет преодолеть многие раздвоенности и разрывы в понятийных построениях, расставляющих объективные смысловые акценты в проблеме взаимодействия базовых компонентов природы и взаимоотношений самой природы с человеком и обществом. Что это дает теории и практике? Во-первых, такой подход позволяет устранить излишнюю биологизацию эволюции Земли и ввести в число равновеликих ее факторов небиологические процессы (процессы косной и биокосной природы). Ведь биосфера В.И. Вернадского по своей сути является биогеосферой, где живое с неживым взаимодействует на равных, и включает в себя: живое вещество, гидросферу, земную кору, педосферу, атмосферу до озонового слоя [20].

Фиксация равноправия во взаимодействии биологического, геологического и социального, отраженного в понятии биогеоэтносферы и биогеосоциосферы ставит ряд новых философских, научных и прикладных задач. Так, очевидным становится необходимость пересмотра подходов к охране природы и вычленения в ней несколько равновеликих по значению блоков. Важной реализацией данного пересмотра явилась концепция полнокомплексной Красной книги природы, которая должна охватывать не только подлежащее сохранению биологическое разнообразие, но и все другие виды природного разнообразия – почвенное, гидрологическое, минералогическое и др. Охранной грамотой самого высокого уровня – Красной книгой должны быть снабжены и уникальные, эталонные и редкие произведения культуры и техники, нуждающиеся в сохранении. Человечество должно задуматься над созданием единой

Красной книги биогеоэтносферы (биогеосоциосферы) с тем, чтобы максимально сберечь все ценное на Земле – и природное и рукотворное.

Введение понятия «биогеоэтносфера» стимулирует и переосмысление понятия биосферы, данное В.И. Вернадским, а также уточнение состава структурно–функциональных ее составляющих. Сейчас уже ясно, что в перечне биосферных компонентов не хватает почвенной оболочки (педосферы). Принятое во времена В.И. Вернадского включение почвы в состав земной коры не может быть используемо в настоящее время, так как докучаевское почвоведение своим появлением и развитием обязано, прежде всего, рассмотрению почвы как особого естественно–исторического тела природы, которое мы не вправе механически присоединять ни к коре выветривания, ни к земной коре. Давно уже общепризнанным является положение о необходимости выделения выполняющей многочисленные незаменимые экологические функции, самостоятельной приповерхностной почвенной оболочки, или педосферы [10; 11; 23; 24].

Данный методологический посыл весьма продуктивен в научном плане, так как позволяет в работах по общему землеведению не комкать информацию о почве, а давать ее равноценно наряду с другими природоведческими обобщениями, характеризующими все взаимопроникающие приповерхностные геосферы Земли. Необходимо провести при этом терминологическую коррекцию понятия живое вещество, вместо которого мы предлагаем использовать понятие биомир (собственно биосфера) – совокупность всех организмов планеты. В итоге на основе подхода В.И. Вернадского мы определяем биосферу как органически целостную полифункциональную глобальную систему, возникшую в результате длительной космической эволюции планеты и состоящую из биомира Земли, почвенной оболочки, гидросферы, нижней части атмосферы и верхних слоев литосферы. Учитывая масштабы антропогенного влияния, целесообразно выделять и геокосмос, осуществляющий механизм контактов Земли с космической средой [8].

При детализации содержания понятия биогеосоциосферы следует обратить внимание на сложную структуру социосферы. Так, в ней можно выделить техносферу и этносферу, необходимость вычленения которой стала явной после работ Л.Н. Гумилева [7]. Имеются также соображения по более детальному вычленению из социосферы отдельных ее значимых феноменов, например предложение Ю.М. Лотмана о выделении семиосферы.

Структурирование социосферы позволяет акцентировать внимание исследователей на необходимости углубленного всестороннего изуче-

ния различных аспектов социальной формы движения бытия. Например, постановка в качестве самостоятельной проблемы «экология и техносфера» позволяет увидеть в новом ракурсе многие срезы во взаимодействии общества и природы и указать на наиболее болевые точки в этом взаимодействии [14].

В заключение подчеркнем, что задача корректной трактовки и дальнейшего творческого развития фундаментальных идей В.И. Вернадского и их связи с докучаевским почвоведением, несомненно, является важной для изучения творческого наследия В.И. Вернадского, поскольку феномен В.И. Вернадского продолжает привлекать неослабевающее внимание, подогреваемое обострением общечеловеческих злободневных проблем, которые великий ум России предвосхитил более чем за полвека до их настоящей актуализации. С течением времени в большинстве случаев имена авторов крупных открытий и учений как бы уходят в историю науки. Значимость же идей В.И. Вернадского с течением времени возрастает – их конструктивный характер выявляется все больше под влиянием возникновения проблем, связанных с выживанием и устойчивым развитием цивилизации.

Литература

1. Агафонов В.К. Академик В.И. Вернадский // В.И. Вернадский: Pro et contra. СПб: Изд-во Русского гуманитарного ин-та, 2000.
2. Вернадский В.И. История минералов Земной коры. Т. 2. История природных вод. Л.: ОНТИ-Химтеорет, 1934.
3. Вернадский В.И. Труды по истории науки России М.: Изд-во «Наука», 1988.
4. Вернадский В.И. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. М.: Изд-во «Наука», 1981.
5. Вернадский В.И.: Pro et contra. СПб: Изд-ва Русского гуманитарного ин-та, 2000.
6. Гирусов Э.В. Система «общество-природа». М.: Изд-во МГУ, 1976.
7. Гумилев Л.Н. Этногенез и биосфера Земли. М.: Гидрометеиздат, 1990.
8. Дмитриев А.Н., Кочергин А.Н. Шансы на выживание. М.: Знание, 1962.
9. Добровольский Г.В. Вся жизнь в науке и борьбе. Вступительная статья к кн.: «В.В. Докучаев. Дороже золота русский чернозем». М.: Изд-во МГУ, 1994.
10. Добровольский Г.В., Никитин Е.Д. Функции почв в биосфере и экосистемах. М.: Изд-во «Наука», 1990.

11. Добровольский Г.В., Никитин Е.Д. Сохранение почв как незаменимого компонента биосферы: функционально-экологический подход. М.: Изд-во МГУ, 2000.
12. Докучаев В.В. Сочинения: В 9-и т.: М.-Л., 1949 – 1961. Т. 6.
13. Докучаев В.В. Дороже золота русский чернозем. М.: Изд-во МГУ, 1994.
14. Кочергин А.Н. Экология и техносфера. М., Изд-во РОУ, 1995.
15. Крупеников И.А. История почвоведения. М.: Изд-во «Наука», 1981.
16. Мочалов В.И. Владимир Иванович Вернадский. М.: Изд-во «Наука», 1982.
17. Никитин Е.Д. О создании Красной книги почв // Почвоведение. 1989. № 2.
18. Никитин Е.Д., Гирусов Э.В. Шагреневая кожа Земли: биосфера – почва – человек. М.: Изд-во «Наука», 1993.
19. Никитин Е.Д., Сабодина Е.П. Философия – наука – образование в контексте глобальных экопроблем // Современная философия науки. М.: Изд-во ИФ РАН, 2003.
20. Никитин Е.Д., Шоба С.А., Лямин В.С. и др. Сохранение биосферы и почв и духовно – экологические проблемы цивилизации. // Охрана почв Калмыкии и прилегающих территорий. Сборник научных трудов. Элиста, 2003.
21. Сабанин А.Н. Труды Первого совещания почвоведов в Москве, 1 – 3 марта 1907 г. М.: 1907. Вып. 1.
22. Сибирцев Н.М. Избранные сочинения. Т.1. Почвоведение. М.: Гос. изд-во сельскохоз. лит-ры, 1951.
23. Соколов И.А. Почвообразование и экзогенез. М.: Изд-во Почвенного ин-та РАСХН, 1997.
24. Таргульян В.О., Соколов И.А. Структурный и функциональный подход к почве: почва-память и почва-момент // Математическое моделирование в экологии. М.: Изд-во «Наука», 1976.
25. Ярилов А.А. Педология. Юрьев: Типография Маттисона, 1905. Ч. 2.

Н.В. Михайлова
(Минск)

СТРУКТУРАЛИЗМ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ДВОЙСТВЕННОСТЬ: ГРАНИЦЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЗНАНИЯ

Резюме

Начиная с 50-х годов XX века были исчерпаны ресурсы традиционных подходов к обоснованию математического знания; последняя четверть века прошла в поисках новых направлений в философии математики, целью которых являлась бы попытка разрешить проблемы, связанные с эпистемологическим статусом математических утверждений и соответствующим онтологическим статусом математических объектов. В данной статье рассмотрено, каким образом теоремы Гёделя о неполноте оказали влияние на выбор возможных путей обоснования математики. В этой связи проведен анализ понятия математической структуры как полезного средства в мире математики, а также выявлена роль абстрактных структур в формировании новых исследовательских программ.

* * *

Результаты, полученные в математической логике, а именно теоремы Гёделя, ограничивают достижение целей, выдвинутых в классических программах обоснования, но, вообще говоря, не подрывают основной идеи обоснования непротиворечивости математики. Всего несколько столетий назад математика больше всего привлекала Рене Декарта, “твердостью и очевидностью своих основных положений”, он даже удивлялся, “что на таком прочном основании не возведено более величественного здания” [11, с.1336]. Теоремы Гёделя о неполноте опровергли предположение о “безвредности” теоретико-множественных методов даже для доказательства теоретико-числовых результатов, то есть совместная работа математиков и логиков в теории доказательств показала, что особенно сильно они заблуждались именно в тех разделах математики, где казалось бы у них не было разногласий.

Это выяснилось в связи с работой по конкретной реализации теоретико-доказательственной программы Гильберта.

Математики рассматривают свое поле деятельности как некоторый особый вполне реальный мир, живущий по своим законам. Он не подчинен “физической действительности”, что делает возможным его самостоятельное изучение, хотя и непосредственно связан с ней, поскольку основная идея математического моделирования состоит в том, чтобы выводы дедуктивной модели совпадали с реальностью. То, что такой путь приводит к полезным результатам в физике, называют “принципом Вигнера”, или “непостижимой эффективностью математики в естественных науках”. С другой стороны, как заметил академик И.М. Гельфанд “существует еще один феномен, сравнимый по непостижимости с отмеченной Вигнером непостижимой эффективностью математики в физике – это столь же непостижимая неэффективность математики в биологии” [1, с.232]. Тем не менее, указанный принцип можно рассматривать как расширение понятия “математической реальности”, которое является одной из основ психологии математического творчества. Возможно, что ответ на трудности применимости традиционных методов науки для понимания наследственности и других базовых биологических проблем содержится в высказываниях Нильса Бора. Он считал, что как физикам, пытавшимся понять поведение электрона, пришлось справляться с принципом неопределенности, точно так же биологи столкнутся с фундаментальными ограничениями, когда начнут “слишком глубоко прощупывать” живые организмы.

Что касается “мира абстрактной математики”, то он, как и прежде, редко бывает открыт для непосредственного восприятия, поэтому его нельзя отождествить с “миром математических идей”. Воплощение идеи в математические утверждения с допустимыми дедуктивными выводами, способными доступно передавать информацию, требует немалых сил и терпения. В определенном смысле подобного рода психологические трудности преодолевали и создатели квантовой теории. Физическая теория, описывающая квантовые частицы, появилась благодаря общефилософской концепции дополненности в теории познания, для создания которой был необходим непредвзятый и свободный взгляд. В математике, с точки зрения анализа и синтеза, можно встретить ситуации, напоминающие ситуацию в квантовой механике. Несмотря на успешное развитие математической терминологии, можно лишь сожалеть, что история математики не знала человека, подобного Бору. Речь идет о том, что характеристики людей, даже культур и цивилизаций, с точки зрения их целостности, требуют типично дополнительных спосо-

бов описания, поэтому развитие терминологии показывает, что мы имеем дело не с “туманными” и “непонятными” аналогиями, а с определенными принципами логической связи. Наиболее полно суть принципа дополнительности сформулирована в одной из посмертных работ Нильса Бора: “Невозможность объединения наблюдаемых при разных условиях опыта явлений в одну-единственную картину ведет к рассмотрению таких по видимости противоречивых явлений как дополнительных в том смысле, что они – взятые совместно – исчерпывают все доступные определению сведения об атомных объектах” [9, с.119]. Дополнительность, по Бору, – это необходимость взаимоисключающих, с точки зрения классической физики, двух систем описания, каждая из которых не может быть объявлена “более правильной”. В этой концепции для математиков существенно то, что классическими системами описания достигается определенное понимание неклассической сути явления.

Перенос “дуализма Бора” на другие области знания требует определенного логического обоснования такого способа описания. Заметим, что при онтологическом обосновании “логики дополнительности” речь идет, прежде всего, об особенностях существования объектов познания, а при гносеологическом обосновании – чаще всего об особенностях познания соответствующих объектов. С точки зрения математического формализма факт корреляции взаимно дополнительных характеристик проявляется в отсутствии коммутативности соответствующих операторов, то есть эти операторы неперестановочны между собой. Поэтому конечный результат зависит и от порядка действия указанных операторов. Специфика математического метода состоит в том, что процесс дедуктивного вывода не поддается прямому сопоставлению с описываемой реальностью, кроме того, для большей части математического символизма не существует ни материальных объектов, ни физических процессов. “Идеи, которые оказываются весьма плодотворными в решении одной проблемы, часто заимствованы из других разделов математики, – пишет французский математик Жан Дьедонне, – что делает очевидным глубокое единство математики и с другой стороны – поверхностное и устарелое ее деление на алгебру, геометрию и анализ” [7, с.12]. Для развития математики важна идея единства математики.

В математике разработана специальная технология, называемая моделированием, которая, в применении к “реальному миру”, может быть полезной, а иногда может приводить к самообману. Поскольку отдельные факты известны только с некоторой долей вероятности или с некоторой точностью, то любой модели присуща идеализация, согласно которой эти факты признаются верными и принимаются за “аксиомы”.

Наряду с такими вопросами, как непротиворечивость и полнота рассматриваемой аксиоматики, приходится исследовать и область ее задания. Такая область, точнее совокупность таких объектов и таких отношений, которая удовлетворяет всем требованиям рассматриваемой системы аксиом, называется моделью этой системы. В широком понимании модель – это множество элементов, находящихся в некоторых отношениях друг с другом. В частности, модели аксиоматических теорий множеств дают теоретико-множественную интерпретацию этой аксиоматики.

Система аксиом называется совместной, если она имеет модель. Совместность системы аксиом является достаточным условием ее непротиворечивости. Это теорема математической логики. Поскольку модели отражают существующие объекты и процессы с помощью аналогий, гомоморфизма или изоморфизма, то в гносеологическом смысле неясно, какая модель, например, для аксиом геометрии будет для нас более убедительной. Такие математические объекты, как точки, прямые, плоскости, не присутствуют в окружающем нас пространстве как реальные физические объекты. Они существуют лишь как мысленные объекты, поэтому вопрос о непротиворечивости исследуемой аксиоматики должен решаться без обращения к этим объектам. Их онтологическая сущность, их право на существование как раз и вытекает из непротиворечивости. Кроме того, для интерпретации большей части важных для математики систем понятий необходимы бесконечные модели, но такие описания могут содержать скрытые противоречия. Поэтому, предъявляя мысленную конструкцию, состоящую из бесконечного числа элементов, мы должны ответить на вопрос: законно ли мы оперируем с мысленными представлениями и не приведет ли это к противоречию или неясности? Ответить на этот вопрос исчерпывающим образом, скорее всего, невозможно. Тем не менее, математики пользуются такими представлениями, если многовековая практика их использования до сих пор не приводила к противоречию. Хотя, по мнению некоторых физиков, математика – это единственный способ понять реальность, возможно, что когда-нибудь ученые при моделировании будут меньше зависеть от математики и будут черпать метафоры и аналогии из новых источников.

Развитию математической науки в целом присуща фундаментальная двойственность, состоящая, по авторитетному мнению Давида Гильберта, в непрекращающемся обмене двоякого рода: с одной стороны – это новые утверждения и формулы, полученные из аксиом посредством формального вывода, а с другой стороны – это добавление новых

аксиом с доказательством их непротиворечивости с помощью содержательного вывода. Поэтому математика столь же далека от своей окончательной обоснованности, как и всякое другое знание. Сегодня понятие формальной системы целесообразно интерпретировать, как состоящую из двух дополнительных частей: формального языка и формальных правил. Даже после генценовского доказательства непротиворечивости арифметики, теоретико-числовая практика не использует всю силу классической арифметики и доказательство Герхарда Генцена осталось лишь “оправданием” для возможных, а не действительных теоретико-числовых рассуждений.

Наиболее важный философский аспект обоснования математики – влияние теорем Гёделя на выбор возможных путей надежного обоснования. Даже отношение Лёйтзена Брауэра к этой проблеме было не столь однозначным, как можно было бы предположить, в связи с его критикой программы Гильберта. Например, выступая против формализаций, Брауэр тем не менее поддерживал Гильберта в самое критическое время дискуссий, когда примитивно понятая теорема Гёделя о неполноте казалась мировому научному сообществу крахом программы Гильберта формализации и обоснования математики. Неопределенность методологических установок позволяет утверждать, что вопрос о возможности достоверного обоснования непротиворечивости арифметики не решен окончательно теоремами Гёделя в отрицательном смысле. Противоположное впечатление возникало потому, что обычно теоремы Гёделя о неполноте обсуждаются при неявно предполагаемом дополнительном тезисе, что финитно оправданы только те арифметические выражения непротиворечивости, которые используются в теореме Гёделя, и дополнительном предположении, что всякое доказательство, выходящее за пределы финитизма, заведомо недостоверно.

Математики С.С. Гончаров, Ю.Л. Ершов и философ К.Ф. Самохвалов, исследовавшие постгёделевские модификации программы Гильберта, утверждают, что “вторая теорема Гёделя о неполноте не только не противоречит программе Гильберта, но и является косвенным подтверждением ее разумности” [5, с.216]. Если трактовать программу Гильберта как поиск арифметических выражений непротиворечивости, то теорема Гёделя в таком контексте направляет этот поиск, указывая тупиковые пути. Однако, после публикации теоремы Гёделя, она была воспринята как окончательный приговор неосуществимости первоначальной программы формализации, и такое мнение утвердилось в философской и математической литературе. Наиболее распространенные негативные интерпретации теорем Гёделя смешива-

ли логическое рассуждение о невозможности вывода в формальной теории утверждения, выражающего непротиворечивость этой теории, с довольно общим гносеологическим положением, согласно которому непротиворечивость достаточно богатой математической теории вообще не может быть обоснована с достоверностью. Последнее никак не следует из первого, более того, от финитного рассуждения в программе Гильберта требуется в конечном итоге только лишь его очевидная достоверность, а основной результат Гёделя никак не затрагивает такого расширенного эпистемологического предположения программы.

Интересный эффект был обнаружен в проблеме непротиворечивости в пятидесятых годах прошлого века российским логиком А.С. Есениным-Вольпиным. Напомним, что традиционная и в целом верная трактовка второй теоремы Гёделя состоит в том, что непротиворечивость какой-либо формальной логической системы не может быть доказана средствами самой этой системы. Ей можно дать более развернутое толкование, а именно, если непротиворечивая формальная логическая система настолько богата выразительными средствами, что в ней “можно записать утверждение о ее собственной непротиворечивости” то, это утверждение не может быть выведено в этой системе. То есть речь идет о том, что можно предъявить некоторое совершенно конкретное “знакосочетание”, которое трактуется и признается как утверждение о непротиворечивости рассматриваемой системы. Однако, по Есенину-Вольпину, можно привести другое “знакосочетание”, которое тоже можно трактовать как выражающее непротиворечивость, но которое все же можно доказать в этой системе, например, в арифметике. Наблюдение А.С. Есенина-Вольпина показывает, что традиционное понимание второй теоремы Гёделя нуждается в существенном уточнении. Потенциальная осуществимость указанного “знакосочетания” оказывается недостаточной для заявлений о его невыводимости, то есть требуется в контексте “эффекта Есенина-Вольпина” большего – указать конкретное знакосочетание. Однако при таком подходе формулировка второй теоремы Гёделя о непротиворечивости теряет свою философскую привлекательность. Как поясняет такое положение Успенский, сказать, что “существует выражающее непротиворечивость знакосочетание, которое недоказуемо”, очень мало, потому что лучше было бы заменить “существует” на “всякое”, но это, по Есенину-Вольпину, невозможно.

Это еще раз подчеркивает ту тенденцию развития современной математики, согласно которой после Брауэра вхождение в новую сферу рациональности является традиционным направлением развития науки. Например, вопрос о том, насколько убедительно доказательство Генце-

на, чтобы считаться финитным, решается в зависимости от индивидуальных воззрений специалистов-математиков. С эпистемологической точки зрения важнейшая характеристика финитного рассуждения состоит в распознавании его безошибочности. Для придания соразмерности “рабочим” целям программы Гильберта, которые с точки зрения философских вопросов теории познания не столь уже необходимы ее “конечной” цели, в философско-математической литературе рассматриваются различные ее модификации. Один из новых императивов программы Гильберта состоит в том, что для новой интересной математической проблемы следует искать систему с обычными правилами вывода, в которой эта проблема представима в виде осмысленной задачи, и уже затем искать для такой системы финитное доказательство ее непротиворечивости в соответствии с прежним императивом программы Гильберта. В духе принципа неопределенности, философские воззрения на современную математику не могут быть сформулированы как нечто окончательное в рамках одной концепции математики, сколь бы убедительной она в начале не представлялась, так же, как не может достичь завершенности и сама математика.

Логицизм Фреге, интуиционизм Брауэра, формализм Гильберта и другие концепции внесли существенный вклад в развитие современной им философской мысли, но удовлетворительного решения проблемы “единообразного” построения математики они не дали. Поэтому группа математиков, преимущественно французских, объединившись в 1937 году под псевдонимом “Никола Бурбаки”, поставила перед собой грандиозную задачу – дать с единых позиций изложение современной математики. Замысел Бурбаки можно сравнить с замыслом Евклида, который систематизировал все достижения математики своего времени. Но как выбрать все фундаментальные теоремы? Свою программную работу “Архитектура математики” (1948) Бурбаки начинают так: “Дать в настоящее время общее представление о математической науке – значит заняться таким делом, которое, как кажется, с самого начала наталкивается на почти непреодолимые трудности благодаря обширности и разнообразию рассматриваемого материала” [2, с.245]. Исходя из убежденности о внутреннем единстве всей математики, они пришли к идее, что объектами современной математики являются математические структуры. Заметим, что в математическом смысле, как математические структуры, неевклидовы геометрии равноправны с евклидовыми, но в контексте восприятия мира их нельзя отождествить психологически. Хотя возможно, что в других условиях опыта, требующих существенно-го использования неевклидовых геометрий, соответствующий матема-

тический формализм стал бы, в конце концов, столь же психологически комфортным.

Начиная с Гильберта, было известно, что большая часть математики может быть, исходя из небольшого числа тщательно подобранных аксиом, изложена красиво и понятно. Это привело к общей идее математической структуры. Нельзя сказать, что это была оригинальная идея исключительно группы Бурбаки. Они вовсе не стремились создать что-то исключительно новое в математике. Несомненная заслуга группы Бурбаки в том, что им удавалось уточнять и даже обобщать идеи, появившиеся в математике намного раньше. В широком понимании понятие “структура” относится к распознаванию некоторого единства и взаимосвязи частей, образующих целое и относящихся к реальным объектам познания. Под математическими структурами, если говорить упрощенно, понимают множества, в которых определены те или иные операции и отношения, удовлетворяющие определенным аксиомам, системы подмножеств и тому подобное. После принятия этой идеи надо было решить, какие структуры наиболее важны в математике. В настоящее время общепринято, что основными или фундаментальными структурами, которые лежат в основании современной математики, являются алгебраические структуры, структуры порядка и топологические структуры.

Вот пример простейшей структуры. На первых стадиях математического образования нас учат, что целые числа обладают следующими свойствами: 1) $n+(m+p)=(n+m)+p$ для любых целых чисел n , m и p (ассоциативность); 2) для любых целых чисел n и m существует единственное целое число x такое, что $n+x=m$ (существование нулевого и обратного); 3) $n+m=m+n$ для любых целых чисел n и m (коммутативность). Любое множество X , оснащенное операцией $+$, удовлетворяющей аксиомам 1)–3), образует одну из простейших математических структур, называемую “коммутативной группой”. Таким образом, целые числа образуют коммутативную группу относительно сложения. Введение в математику понятия группы было одним из главных достижений уже более чем 150 последних лет. Но целые числа можно не только складывать, но и умножать. При этом выполняется свойство: 4) $(n+m) \cdot p = n \cdot p + m \cdot p$, $p \cdot (n+m) = p \cdot n + p \cdot m$ для любых целых чисел n , m и p . Структура, в которой имеются две операции сложение «+» и умножение « \cdot », удовлетворяющие свойствам 1)–4), называется “кольцом”. На множестве целых чисел определена операция вычитания (это свойство описано во второй аксиоме), но на этом множестве, вообще говоря, не определено деление. Поэтому мы естественно приходим к рациональ-

ным и, соответственно, действительным числам, которые можно складывать и вычитать, перемножать и делить. Если к коммутативной группе добавить аксиомы ассоциативности и коммутативности умножения, а также аксиому однозначности деления, получится структура, называемая “полем”. Заметим, что аксиомы, которые характеризуют поле, с чисто алгебраической точки зрения являются самыми важными.

Математические структуры являются “орудием математика” в том смысле, что, когда он замечает некоторые аналогии между отношениями, изучаемых им объектов, и аксиомами структуры определенного типа, он может воспользоваться всеми известными теоремами, относящимися к структурам этого типа. Формальную систему можно рассматривать как “лингвистическое выражение математической мысли” в подходящем специальном языке, но тогда возникают естественные препятствия в виде изначальной многозначности языка. Дополнительный к этой точке зрения подход состоит в рассмотрении формальной системы самой по себе как “простой математической структуры”, объекты которой связаны друг с другом фундаментальными математическими структурами, что позволяет проводить формализацию внутри самой математики. Значение фундаментальных структур математики состоит в том, что за каждой из этих структур стоит фундаментальная идея, отражающая одно из основных свойств реального мира. Например, алгебраические структуры отражают идею операции и вычисления, порядковые структуры – идею порядка, а топологические структуры – идею непрерывности. Каждая из названных структур обеспечивает не только полное, но и одновременно наиболее прозрачное выражение этих идей в рамках сложившихся направлений развития математики. Структурализм, согласно которому математика говорит не об отдельных математических объектах, а о структурах, является одним из наиболее влиятельных направлений в современной философии математики. Математический формализм Гильберта фактически предвосхитил весь структурализм XX века, включая и идеологию машинной математики. Философ науки В.В. Целищев спрашивает: “Но что такое структура с онтологической и эпистемологической точек зрения? И является ли это понятие более простым или удобным, или более фундаментальным, чем понятие абстрактного объекта?” [10, с.49]. Бурбаки предполагали, что понятие структуры является более фундаментальным, чем все остальные понятия математики. Но теперь это понятие перекрыто понятиями “категории” и “функтора”, представляющими его в более общей форме.

Теорию категорий математик Ю.И. Манин даже назвал “социологическим подходом”, поскольку это как бы структуры без элементов.

Поэтому в философии математики структуралисты избегают давать определение структуры, которое само не является теоретико-множественным понятием, поскольку оно не очень-то соответствует базисному онтологическому понятию, и в тоже время не снимает эпистемологических проблем математического познания. Понятие “математической структуры” не претендует на объяснение успехов “математизированного мышления”. Возникшее как способ систематизации приемов внутреннего развития математики, оно затем превратилось в современный язык математики, воспринимаемый сейчас в значительной мере подсознательно. Уместно заметить, что идея Бурбаки об окончательности некоторых уровней общности в математике не противоречит представлению о творческом процессе неограниченного восхождения к абстрактному. Не следует забывать и о дополнительном смысле математического понятия, отличном от его формального определения, а именно, о наборе основных примеров и модельных задач, являющихся для математиков одновременно мотивировкой и содержательным определением. Среди континуума мыслимых множеств с заданными в них отношениями или структур реально привлекает математиков очень редкое, дискретное подмножество и смысл вопроса как раз и заключается в том, чтобы понять, чем же особенно ценна эта исчезающе малая часть.

Несмотря на введение понятия структуры, предназначенного, по замыслу его создателей, для плодотворного развития различных математических теорий, математика упорно сопротивляется разбиению ее на отдельные разделы. Даже традиционное разбиение ее на алгебру, геометрию и анализ уже давно устарело. Тем не менее, понятие математической структуры как полезного средства ориентации в мире математики осознано не только математиками, но также физиками и философами. Абстрактные математические структуры играли эвристическую роль в формировании квантовых исследовательских программ. В результате такого взаимодействия было осознано новое понимание математики как источника структурных схем для теоретического отображения физической реальности. Эти особенности математики послужили основой для принципа Вигнера о “непостижимой эффективности математики”. Негативная реакция на теорию множеств, как “основу всех основ”, проявляется в требовании большей гибкости самой конструкции теории множеств, то есть в том, что исходные элементы “структурированы.” С этой точки зрения “математический мир” наполнен не элементами, по отдельным свойствам которых образуются множества, а структурами и категориями с образующими их свойствами.

Однако до сих пор отсутствует содержательное исследование структуры всего “математического универсума”, а после результатов Гёделя его, скорее всего, невозможно реализовать в рамках самой математической теории. Эту новую для математики ситуацию литературный герой романа Апостолоса Доксиадиса “Дядя Петрос и проблема Гольдбаха” профессор Петрос Папахристос поясняет своему племяннику, интересующемуся математикой, с помощью следующей художественной метафоры “потерянного ключа”. Можно представить себе, что некий друг куда-то засунул в доме ключ и просит помочь его найти, причем он не дает повода сомневаться ни в его памяти, ни в его честности. Если к тому же выясняется, что больше никто в дом не заходил, то естественно предположить, при условии “конечности” дома, что рано или поздно ключ найдется. Такая уверенность питала “врожденный оптимизм” математиков. Но если предполагаемый друг мог, например, страдать амнезией или даже мог не страдать ею, но не было способа узнать это наверняка, то в этом случае, возможно, что “потерянного ключа” вообще никогда и не было. Напомним, что согласно теореме Гёделя о неполноте любое недоказанное утверждение может в принципе быть недоказуемым. Поэтому нельзя, с точки зрения аргументации интуитивистов, быть уверенным в том, что формальная система правильно выражает математические мысли.

Дополнительная трудность состоит в том, что, как показывает теорема Гёделя о неполноте, любая непротиворечивая система, формализующая теорию натуральных чисел, может быть непротиворечиво дополнена различными способами. Настаивая на “едином” языке обоснования математики, будь то язык теории множеств или теории категорий, мы навязываем математике чисто формальное единство. Даже сами Бурбаки, говорившие об “упрочении единства” различных частей математической науки, достигнутом с помощью порождающих их структур, признавали, что довольно большая часть математики, не попавшая в их трактат, не “составлена” из этих структур. Например, в некоторых отношениях прикладная математика может оказаться сложнее чистой математики, так как вместе с теоретической подготовкой она требует так называемого “прикладного чутья” наряду с владением дедуктивным и рациональным мышлением. Кроме того, программа Бурбаки не затрагивает дополнительных структур мышления в контексте дихотомии объективного и субъективного взгляда на математическую реальность. Обратимся к свидетельству одного из лидеров группы Бурбаки шестидесятых годов Александра Гротендика: “Все еще помню свое удивление, когда, в 1970 г., я обнаружил, до какой степени само имя Бурбаки стало

непопулярным в широких слоях математического мира... Для многих людей оно ассоциировалось со снобизмом, узкой догматичностью, культом “канонической” формы (в ущерб живому восприятию математической реальности), заумностью, выхолощенной искусственностью изложения и массой других неприятных вещей!” [6, с.150]. Основной просчет самого замысла группы, по мнению Гротендика, кроется в том, что по статьям и книгам, вышедшим из-под пера Бурбаки, не было видно, что их писали “живые” люди. “Канонические тексты”, написанные в соответствии со строгими правилами группы, были слишком “педантичными и скучноватыми”, поэтому сами по себе они не давали ни малейшего представления о том, в какой обстановке они были составлены.

Александр Гротендик неоднократно подчеркивал, что замысел группы Бурбаки в целом осуществился и их совместная работа “обернулась редкой удачей”. Безусловно, труд Бурбаки способствовал тому, чтобы математика XX века стала тем, чем она есть. И в этом смысле группа Бурбаки наилучший представитель мировоззрения классической математики. Но, пытаясь вывести почти всю современную математику из единого источника, а именно из теории множеств, в самом ли деле Бурбаки всегда пользуются системой аксиом Цермело-Френкеля, свободной от рефлексивных парадоксов? Речь идет о том, что некоторые теоремы огромного трактата Бурбаки, возможно, нуждаются в менее жесткой “интуитивной” теории множеств, тем более что сами члены группы не считали себя “формалистами”, поскольку аксиоматическая теория множеств, как показал Курт Гёдель, в отношении формальной надежности не лучше других систем исчисления. Возможно, что смелый замысел Бурбаки не удался из-за того, что он хотел соединить несовместимое – логику и практическую математику. По существу речь идет о дополнении логики и интуиции математического познания, поскольку с развитием практики математических исследований изменяется и математическая интуиция.

В статье “О некоторых особенностях математики XX века” В.М. Тихомиров описал интересный диалог, состоявшийся в начале семидесятых годов между В.И. Арнольдом и Ж. Дьедонне. Первый из них спросил: “Почему “добурбакистская” математика была понятной и целесообразной, а современная математика стала малопонятной и малоосмысленной”. Второй ответил, что “достигнутое в математике после 1939 года (когда начал печататься Никола Бурбаки) по меньшей мере сопоставимо с тем, что было сделано в математике со времен Фалеса (которого принято считать первым математиком в истории) до 1939 года” [8, с.446]. Возможно, это и не имеет отношения к дискуссии о поль-

зе и вреде программы Бурбаки, но то, что в любом смысле со времен Фалеса до XX века в математике было сделано меньше, чем в одном только последнем веке, безусловно, впечатляет и отчасти проясняет возникающие при этом трудности выделения наиболее содержательной части математики. Кроме того, рост абстрактности математики вошел в противоречие с представлением о ее предмете. Подобный процесс в физике воспринимался вначале как отход от ее истинного предназначения, но затем была понята и ее роль в предсказании и объяснении явлений, исходя из минимального количества понятных принципов. Построение математических структур, полезных для моделирования реальных процессов и отношений, характерно для аналогичных изменений, произошедших в математике.

Однако с функциональной точки зрения математика не может пренебрегать логическими средствами, даже если они выводят ее за пределы интуитивной ясности. Поэтому, сталкиваясь, например, с неполнотой, математики могут сделать соответствующую формализованную систему более мощной, добавляя к ней новые аксиомы, или изменить интерпретацию имеющейся системы аксиом, но это все равно не гарантирует полноту системы. Возникающую в связи с этим познавательную дилемму американский математик и философ Даглас Хофштадтер иллюстрирует с помощью следующей поучительной аллегории. Если мы не можем узнать известную мелодию, то вправе сделать вывод, что что-то должно быть не в порядке – или пластинка, или проигрыватель. Качество пластинки можно проверить, прослушав ее на другом проигрывателе, а качество проигрывателя – с помощью другой пластинки. Но каково будет наше заключение, если этот тест выдержат оба? Например, математический язык теоретической физики “живет в двойном бытии”, точнее имеет двойную семантику, одну с точки зрения математиков послеканторовского периода, а другую – как некое рассуждение о физической реальности. Поэтому противопоставление “формальное – реальное” вытекает из возможного несовпадения синтаксиса языка с синтаксисом реальности и несовместимости соответствующих семантик. Концепция математического мышления, основанная на понятии математической структуры, не предполагает, что все сферы реальности доступны структуризации. А что недоступно для структуризации в нашем мире? По существу, это вопрос о пределах математического мышления, который не имеет пока окончательного решения.

Следует отметить, что наиболее плодотворные периоды обоснования математики проходили при обращении к философским вопросам онтологии и теории познания. Проблемы обоснования математики, в

этом смысле, наиболее яркий пример взаимодействия точной науки и философии. Математике изначально присуща фундаментальная двойственность, привлекающая к ней и философов-онтологов, и философов-эпистемологов: с одной стороны, ее суждения выглядят как абсолютно достоверные, а с другой стороны, ее объекты не существуют как предметы внешнего мира или как внутренние ощущения. Исторически решение этих проблем и привело к формированию оснований математики – дисциплины со специфическим объектом исследования и специфическим рабочим аппаратом математической логики. В этом смысле, с точки зрения теории познания основания математики представляют собой некоторый точный фрагмент ее методологии. Поэтому вопросы оснований математики все еще занимают значительное место в философии математики, поскольку некоторые из этих вопросов имеют важные последствия для развития логики. Брауэровская концепция о роли языка и логики оказала влияние на эволюцию воззрений Людвиг Витгенштейна, в результате чего он начал пересматривать и перерабатывать принципиальные положения своей концепции языка, которые он до этого считал непоколебимыми. Читая в Кембридже цикл лекций по основаниям математики, Людвиг Витгенштейн с самого начала мотивировал правомерность заниматься этими проблемами ему, нематематику. Однако Витгенштейн, даже имея к тому времени репутацию выдающегося философа, тем не менее, специально подчеркнул, что будет стремиться избегать такого подхода и вмешиваться в профессиональные дела математиков, поскольку собирается говорить об интерпретации, а не предлагать новой интерпретации математических символов. Различие между возведением нового здания и уяснением оснований проектируемого здания нигде так четко не проявляется, как в математике. Поэтому вполне естественно постоянное обращение Витгенштейна к математике для иллюстрации своих философских взглядов.

Математические сущности, пребывающие в мире чистых форм, служат иногда идеальным полем для “философских спекуляций”. Критически оценивая вклад философских работ Витгенштейна в основания математики, В.А. Успенский отмечает, что если понимать основания математики как специфическую математическую дисциплину, то тогда влияние Витгенштейна на основания математики прослеживается с трудом. Заметим, что когда комментарии к витгенштейновской философии математики принимаются собственно за философию математики, то к этому нужно относиться весьма скептически. Следует учитывать также и то обстоятельство, что научный опыт, необходимый для альтернативного критического обсуждения философских проблем матема-

тики, вообще говоря, не может быть усвоен в “массовом масштабе”. Возможно поэтому, Витгенштейн, пытаясь предложить что-нибудь подобное такой альтернативе, использовал только примеры из элементарной математики. Вообще говоря, элементарного математического опыта недостаточно для анализа философских концепций оснований математики, но, с другой стороны, интересующиеся математикой, начинают задаваться вопросами оснований, когда они знают еще довольно мало – на уровне школьной математики или древних греков. Если трактовать термин “основания математики” более объемно, охватывающим всю философию математики или, по крайней мере, значительно пересекающимся с ней, то тогда уже несомненно можно говорить и о методологическом вкладе Витгенштейна. Как часть общей философской концепции Витгенштейна, его философия математики в равной мере разделяет и все ее достоинства, и все ее недостатки.

Дихотомия субъекта и объекта, в контексте математического познания, тесно связана с дихотомией символа и объекта, которая была глубоко изучена Витгенштейном в начале XX столетия. Для понимания этого различия позже были введены термины “использование” и “упоминание”. Согласно Витгенштейну, интересно именно то, как мы “употребляем” математические предложения, хотя само понятие “предложение” не слишком отчетливо. Поэтому, по Витгенштейну, “понимать математическое предложение” – тоже “очень зыбкое понятие”. Людвиг Витгенштейн по существу предложил новый способ философствования, определявший многие годы направления исследований западной философии. Философия не может состоять из научных предложений, поскольку, в отличие от конкретных наук, не исследует факты. Поэтому цель философии состоит не в формулировании философских предложений, а в логическом прояснении мыслей. Философский аналог принципа неопределенности Гейзенберга был сформулирован в последнем трактате Витгенштейна, который издатели назовут “О достоверности”. Он сформулировал его следующим образом: “...вопросы, которые мы ставим, и наши сомнения зиждутся на том, что для определенных предложений сомнение исключено, что они словно петли, на которых держится движение остальных предложений” [3, с.362]. Иначе говоря, поясняет он, то, что некоторые вещи “на деле” не подлежат сомнению, связано с логикой научных исследований. Суть не в том, что мы не в состоянии исследовать все и поэтому “вынуждены довольствоваться” некоторыми предпосылками. С помощью метафоры “дверных петель” Витгенштейн раскрывает ее в следующем афоризме: “Если я хочу, чтобы дверь отворялась, петли должны быть закреплены”. То есть для того

чтобы сомневаться в чем бы то ни было, нечто должно оставаться несомненным.

С точки зрения здравого смысла часть положений и выводов любой программы обоснования математики, в том числе и программы Гильберта, кажется сомнительной, поэтому для придания осмысленности используемой в них терминологии, что-то приходится принимать на веру. Людвиг Витгенштейн исписал несколько тетрадей по различным философским проблемам математики, делая это параллельно с подготовкой “Философских исследований” (1953). Извлечения из пяти математических тетрадей были впервые опубликованы уже после его смерти под названием “Замечания по основаниям математики” (1956). Можно выделить следующие три наиболее существенных элемента во взглядах Витгенштейна на проблемы обоснования математики: роль веры в математике, спокойное отношение к противоречию и настороженное отношение к объектам очень большого размера. Здесь уместно пояснить, что “вера” понимается не в религиозном смысле, а под “большим размером” может оказаться, например, и очень длинное необозримое доказательство.

Аргументировано рассуждать о проблеме веры с точки зрения логических оснований науки довольно сложно, поскольку за пределами математики никакое определение этого понятия нельзя признать точным. Поэтому, проще всего согласиться с тем, что вера “есть то, что она есть”, вне зависимости от того имеет ли она какие-нибудь практические проявления или не имеет. Вера в обычном понимании не противопоставляется доказательности. Под верой можно понимать упорство в признании тех или иных положений, предпочитаемых любым доводам разума. Безусловность такого предпочтения вызывается различными практическими потребностями, например, для уверенности в деятельности или для умаления аргументов логики, разрушающих уверенность в единомыслии. Право на любую веру является необходимым условием свободы и творческой эффективности мысли. Теоретико-множественный платонизм – это тоже вера в то, что сведение математики к теории множеств позволит ей иметь базис, заслуживающий большего доверия. Обоснование с помощью теории множеств, придало бы формальную ясность тому, что философы понимают под неясным утверждением об “априорности математики”. Вообще говоря, основной гносеологический вопрос сводится к соотношению веры и знания, точнее насколько обоснованной является вера в непротиворечивость математических теорий.

Проблема противоречий и непротиворечивости занимала Витгенштейна в его исследованиях на темы оснований математики. Его размышления о диагональном методе созвучны развернувшимся на эту тему дискуссиям в современной философско-математической литературе. “Диагональный метод Кантора, – отмечал Витгенштейн, – не выявляет некое иррациональное число, отличное от всех других чисел в системе, а придает смысл математическому положению, гласящему, что такое-то число отлично от всех других чисел в определенной системе” [4, с.63]. Один из выводов упомянутой дискуссии состоит в том, что вопрос о счетности или несчетности множества всех действительных чисел сводится к вопросу о вере. Опыт осмысления оснований математики привел Витгенштейна к выводу о том, что традиционная трактовка математики слишком идеализирована, поскольку математики и философы математики чаще всего исходят из платоновского представления о вечном и неколебимом основании математики и непровержимости математического знания. Но, как говорил Витгенштейн, на дне “обоснованной веры” лежит “необоснованная вера”, поэтому и для основателей интуиционизма, и сторонников формализма эта вера была исходным пунктом всех размышлений. В заслугу Витгенштейну необходимо также поставить исследование ряда философских проблем через тщательный анализ языковой практики, через выяснение близости научных предложений и предложений повседневной жизни.

Именно благодаря ему философы математики, возможно к своему немалому удивлению, узнали, что основания математики, которыми они интересовались, – это вовсе не “основания” всего многообразия математического знания, а всего лишь один из небольших разделов математики со своими внутренними проблемами. Допуская некоторую вольность речи, можно сказать, что основания математики являются не фундаментом всего здания математики, а, вероятнее всего, его верхним этажом. Поэтому его необустроенность не мешает нормальному функционированию здания математики в целом. Устойчивость такой конструкции проверяется ее эффективностью в практическом функционировании. Вместе с достижениями формалистского анализа эта философия математики создала определенную систему ложных верований, в которых достоверность стала отождествляться с финитностью. Поспешные негативные выводы из теорем Гёделя тоже были сделаны в духе крайних идей формалистской философии.

Тем не менее, в постгёделевском периоде развития модифицированных программ Гильберта аксиоматизации математики, “основания математики” воспринимаются математиками как некая вещь в себе. За-

метим, что эпистемологические установки Давида Гильберта близки к кантовской теории познания, поскольку он тоже считал, что при создании специальных теоретических областей необходима некоторая априорная интуиция. Можно даже утверждать, что в математику входит некоторая доля интуиции, имеющая существенно лингвистическую природу и опирающаяся на естественное развитие опыта, поэтому математический формализм должен быть дополнен “семантическими” рассмотрениями платонистского характера. Новое в науке порождает эффект, не согласующийся с самой сутью научной рациональности, когда оно противоречит уже установленным законам и правилам. Речь идет о наличии противоречивых составляющих математической или физической теории, находящейся в стадии становления. В качестве примеров подобного рода чаще всего приводят дифференциальное исчисление Лейбница и модель атома Бора. Деятельность исследователей гораздо более свободна и менее парадигматична, чем иногда думают философы науки. Следует также помнить о неформализуемости употребления понятий в естественном языке, которое, оставаясь содержательным, часто противоречит узко понимаемому формализованному смыслу.

Фундаментальная двойственность “формальное – реальное” возникает на стыке несовпадения синтаксиса языка с синтаксисом реальности. Например, язык квантовой механики, являясь математическим по самому своему существу, ведет “двойное бытие”, поскольку имеет двойную семантику. С одной стороны, как математическая сущность в конструкциях послеканторовского периода, а с другой стороны, как рассуждение, обращенное к физической реальности. Кроме того, на способы аргументации научного знания неявно влияют ограничения классической науки. При анализе математических работ, в которых “предвосхищались” будущие плодотворные идеи и теории, историки математики сталкиваются иногда с феноменом “отхода от дедуктивного метода рассуждений”, когда соответствующие умозаключения получали с помощью недедуктивных рассуждений, а именно, обращаясь к математическим объектам, создаваемым отчасти в процессе рассуждения и подлежащим конструированию в дальнейшем. Подобно тому, как в физическое рассуждение включаются новые экспериментальные данные, в математическом рассуждении могут использоваться элементы будущего понятия и способы оперирования с ним. Веру в исключительную дедуктивность математики расшатывали сами математики. Поэтому неудивительно, что едва ли не самый главный термин в математике “доказательство” не имеет точного определения. Кроме того, с точки зрения постгёделевской математики, финитистски ограниченная схема

доказательства недостаточна, чтобы “разрешать” предложения несчетной математической системы. Тем не менее, суть математического доказательства и основания его убедительности определяются прежде всего тем, что оно представляет собой определенную последовательность действий по строго заданным правилам с конечным числом элементов.

Объяснение специфики математического доказательства является одной из центральных тем витгенштейновской философии математики. Доказательство Людвиг Витгенштейн рассматривает как последовательность предложений, с помощью которых получается образ определенного вида математического эксперимента. Практическая уверенность достигается за счет того, что вызывающие сомнения предложения, входящие в доказательство, сопоставляются с уже известными утверждениями, возможно и из других разделов математики. Включение известных результатов в сложное доказательство приводит к тому, что доказательство по существу составляется “из кусков”. В математике, считает он, в некотором смысле как бы экспериментируют с различными образцами вычислений, некоторые из которых становятся “парадигматическими” в силу своей полезности. То, что показывает математическое доказательство, по Людвигу Витгенштейну, представляется его внутренним отношением. Хотя в задачу философии не входит пояснение или уточнение специальных математических понятий, что вполне по силам только профессиональным математикам, он все же пытается привлечь внимание своих читателей к тому, что доказательства бывают разными и, более того, каждое новое доказательство в математике расширяет понятие доказательства. Только математическое доказательство показывает, что может служить критерием недоказуемости. Доказательство – это часть системы операций и игры, считал Витгенштейн, в которой данное предложение употребляется и показывает свой смысл.

В таком контексте непонимание философской сложности проблемы соответствия между предложением и фактом, а также границ применимости математических утверждений может привести к математическим ошибкам. В духе сократического метода вопросы Витгенштейна иногда бывают интереснее его ответов. Например, он спрашивает: Что общего у математического предложения и математического доказательства? Что математического есть в недоказанном предложении? Что общего между аксиомой и математическим доказательством? В этом же ряду стоят его размышления о том, что устанавливает смысл предложения и если доказательство найдено, то изменяется ли смысл. Действительно ли смысл, суть математического предложения становятся ясными, как

только мы можем следовать за доказательством? Последнее замечание можно пояснить следующим образом. Доказательство требуется, если утверждение теоремы не очевидно. Если же доказываемое предложение не может быть ни истинным, ни ложным, то доказательство служит для установления смысла доказываемого предложения. С такой ситуацией математики неожиданно встретились при доказательстве континуум-гипотезы.

Одна из важнейших проблем логики и мышления состоит в том, что акт математического познания использует не просто бесконечность дискретного счетного типа, а именно континуум. Проблема континуума является одной из любимых тем философствующих математиков и физиков. В ней сконцентрированы фундаментальные дополнительные понятия теории познания. Как лучше описывать мир – с помощью вещественных чисел, поделенных на актуально бесконечно малые величины, или целых чисел? Реальность в различных масштабах непрерывна или дискретна? Почему в современных компьютерах все представляется только в целых числах (единицах и нулях)? Ньютонская физика ограничивалась вещественными числами, а квантовая механика предполагает, что в очень малых диапазонах материя и энергия, возможно, состоят из неделимых частей. После открытия немецким физиком Максом Планком кванта действия произошел кардинальный пересмотр всей физической картины. Согласно квантовой механике, объекты уже не могут быть непрерывно наблюдаемыми, и взаимодействие между объектом и измерительным прибором становится дискретным. Это взаимодействие квантованно и происходит спонтанно. Значительная часть физики может продолжать развиваться по-прежнему, а в квантовой физике получение нового знания связано с глубокими философскими вопросами относительно пределов знания. Например, принцип неопределенности Гейзенберга проявляется на атомных масштабах, когда измерения с высокой точностью приобретают решающее значение. Подобные процессы происходят и в современной математике. В то время как философы математики и логики ведут доступные узкому кругу посвященных дискуссии о неразрешимости, в том числе и проблемы континуума, основная часть математического сообщества продолжает свои исследования, не обращая внимания на то, что происходит у логиков.

Постановка проблемы континуума явилась кульминацией творчества Георга Кантора. Условно говоря, знаменитую проблему Кантора можно сформулировать в следующем виде: существует ли множество, более мощное, чем множество всех целых чисел, но менее мощное, чем множество всех действительных чисел? Проблема континуума стояла

первой в списке проблем, которые, по мнению Давида Гильберта, должны были определить направления развития математики XX века. Несмотря на то, что столь высокая оценка значения проблемы континуума не лишена некоторой доли субъективности, попытки ее решения показали, что она является одним из принципиальных вопросов логического обоснования математики. Приведем одну из эквивалентных формулировок континуум-гипотезы: любое несчетное множество действительных чисел имеет мощность континуума. В математике она часто рассматривается в более общем смысле – это, так называемая обобщенная континуум-гипотеза: для любого кардинального числа k , кардинальное число 2^k следует непосредственно за k . В 1940 году Курт Гёдель опубликовал работу “Совместимость аксиомы выбора и обобщенной континуум-гипотезы”, в которой исследована проблема континуума в некоторых специальных аксиоматических системах. Основной ее результат состоит в том, что во многих аксиоматических системах обобщенная континуум-гипотеза либо верна, либо является независимым утверждением. В частности, он показал, что присоединение обобщенной континуум-гипотезы к аксиоматике Цермело-Френкеля в качестве дополнительной аксиомы не приводит к противоречию, даже независимо от того, включала или нет исходная система аксиому выбора. Но более двадцати лет оставалось неясным, является ли континуум-гипотеза логическим следствием аксиом Цермело-Френкеля. Многие математики были убеждены в том, что неразрешимые, в связи с теоремами Гёделя о неполноте, утверждения находятся где-то на периферии математического знания и потому, возможно, никогда не встретятся ни одному математику. Курт Гёдель показал лишь, что такие утверждения существуют, но не привел ни одного соответствующего примера.

Математический гений, который мог бы дать убедительное описание математической реальности, разрешил бы очень многие из труднейших проблем метафизики. В 1963 году американский математик Пол Коэн разработал метод, позволяющий в некоторых специальных случаях обнаруживать конкретные неразрешимые вопросы. Теоретический “кошмар”, предсказанный Гёделем, стал явью. Пол Коэн доказал, что и гипотеза континуума, и аксиома выбора независимы от остальных аксиом системы Цермело-Френкеля, если те непротиворечивы, то есть они не могут быть доказаны на основе остальных аксиом этой системы. Более того, гипотеза континуума и, соответственно, обобщенная гипотеза континуума не могут быть доказаны в системе Цермело-Френкеля, даже если ее дополнить аксиомой выбора, хотя аксиома выбора следует из этой системы, дополненной обобщенной гипотезой континуума. По-

этому истинность или ложность классической проблемы континуум-гипотезы не может быть установлена средствами современной теории множеств. Результат П. Коэна, оказавшийся своеобразным “решением” континуум-гипотезы, в свою очередь подтолкнул математиков к поиску новых путей обоснования математического знания.

Литература

1. Арнольд В.И. О преподавании математики // Успехи математических наук. – 1998. – Т. 53, Вып. 1. – С. 229–234.
2. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Изд-во Иностранной литературы, 1963. – 292 с.
3. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 520 с.
4. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 2. Кн. 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 207 с.
5. Гончаров С.С., Ершов Ю.Л., Самохвалов К.Ф. Введение в логику и методологию науки. – М.: Интерпракс; Новосибирск: Институт математики Сибирского Отделения Российской Академии наук, 1994. – 256 с.
6. Гротендик А. Урожай и посевы. Размышления о прошлом математика.– Ижевск: Изд. дом “Удмуртский университет”, 1999. – 288 с.
7. Дьедонне Ж. О прогрессе математики // Историко-математические исследования. – М.: Наука, 1976. – Вып. 21. – С. 9–21.
8. Тихомиров В.М. О некоторых особенностях математики XX века // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. – С. 441–460.
9. Хютт В.П. Концепция дополненности и проблема объективности физического знания. – Таллин: Изд-во “Валгус”, 1977. – 180 с.
10. Целищев В.В. Перспективы исследований в философии математики // Философия науки. – Новосибирск, 1999. – № 1. – С. 47–51.
11. Якоби К.Г. О жизни Декарта и его методе направлять ум правильно и изыскивать в науках истину // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169, № 12. – С. 1332–1338.

В.В. Мороз

(Курск)

**ОНТО-ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ
ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В ФИЛОСОФСКО-
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ СОЗНАНИЯ В.В. НАЛИМОВА***

Резюме

На анализе работ В.В. Налимова, современного продолжателя платонифагорейской традиции понимания взаимосвязи философии и математики, выявляются онто-гносеологические основания логического мышления в контексте идей мыслителя о семантическом континууме и космически универсальной и многоуровневой природе сознания. Особое внимание уделяется соотношению уровней логического мышления и «предмышления», на котором работают законы не Аристотелевой, а Бейесовской логики (выраженные в известной в теории вероятностей формуле Бейеса). Делается вывод, что в рамках вероятностно-ориентированной модели сознания В.В. Налимова числовые отношения, отражающие вероятностные закономерности, оказываются гносеологически первичными и онтологически более глубинными по сравнению с законами классической логики. Отмеченное обстоятельство сближает подход Налимова к соотношению математики и логики со взглядами представителей Московской философско-математической школы, П.А. Флоренского, т.е. выразителями русской версии философско-математического синтеза.

* * *

Творчество нашего современника Василия Васильевича Налимова (1910-1997), математика и философа, пронизано размышлениями о

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

природе Мира и Человека, о самоорганизации как творческом процессе, о глобальном эволюционизме, о континуальных потоках сознания, в разной степени свойственных всему существу. Работы Налимова являются наиболее убедительным примером того, что философско-математический синтез, в разнообразных вариантах предлагаемый мыслителями на протяжении тысячелетий, имеет не только историко-философскую значимость, но и плодотворно реализуется в современных исследованиях.

На основании ведущей идеи, проходящей красной нитью через все его произведения, – идеи спонтанности – Налимов построил оригинальную концепцию «семантической вселенной» и вероятностной модели личности, синтезирующую современные исследования по трансперсональной психологии, психиатрии, культурологии, религиоведению и лингвистике. Все работы философа объединяет одна важная мысль о том, что знание человека раздроблено на множество отдельных дисциплин, и это является причиной бессилия науки найти творческие решения глобальных проблем, с которыми столкнулось человечество. Стремление вернуть знанию утраченную целостность, пронизывающее творчество Налимова, сближает его с мыслителями, олицетворяющими линию «положительного» взаимодействия философии и математики, от Пифагора до Флоренского и Лосева.

В соответствии с исходной установкой целостного миропонимания, включающего синтез мистического и рационалистического начал, В.В. Налимов рассматривал Мир в двух проявлениях: как Тайну и как Текст (характеризующийся дискретной и континуальной составляющей), где по-разному обнаруживает себя спонтанность. Устремленность к соприкосновению с Тайной, т.е. сохранение сакрального отношения к Миру, мыслитель считал оплодотворяющим началом в развитии культуры: «наука, в ее познавательной устремленности, оказывается направленной (и в этом ее парадокс) не столько на познание мира, сколько на расширение и углубление незнания его» [5, С. 254]. Очевидно сходство позиции Налимова с мироощущением Флоренского («в мире есть неведомое ... познать мир именно как неведомый, не нарушая его тайны, но – подглядывая за ней» [11, С. 153–158]) и с концепцией «ученого незнания» Николая Кузанского. Тайна по своей сущности не схватываема, к ней можно только прикоснуться, однако это при-

косновение рождает в душе осознание непостижимого величия Мира и преображает человека, расширяя горизонты его мировосприятия и раскрывая его творческие потенции.

С другой стороны, Мир проявляется как Текст, и весь эволюционирующий Мир Налимов рассматривает как множество текстов. Размышляя над «вечным» вопросом философии (материя—сознание), мыслитель предлагает оригинальную модель неразрывной связи материи и сознания, основанную на идее вездесущности смыслов. В центре его понимания – особое толкование смысла, обретающего в его концепции не логический, а онтологический статус, природа которого не дискретна, а континуальна.

Проявленность смыслов в дискретных языковых единицах носит размытый вероятностный характер. Смыслы существуют изначально, подобно фундаментальным физическим константам, не будучи созданными, как особый вид реальности – семантической; таким образом, сознание и материя – различные проявления этой единой реальности. В новых непривычных предикатах (смыслы «спрессованы», «размыты», «спонтанны», «непредсказуемы», «распаковываются», «взвешиваются», «распределяются») мыслитель раскрывает глубинные качества смыслов, скрытых в архетипах нашего сознания. В данном контексте Налимов развивает идею смыслового континуума, которая перекликается с теорией К. Юнга о коллективном бессознательном и позволяет говорить о существовании поля смыслов, которое связано с физическими полями.

По мнению Налимова, возникает «надежда на возможность построения в будущем сверхъединой теории поля, объединяющей оба мира – физический и семантический» [5, С. 263]. Налимов видел явную аналогию между спонтанным порождением новых текстов и спонтанными флюктуациями физического вакуума, порождающего различные физические миры, как это описывается, например, в теории инфляционной Вселенной, широко признанной в современной космологии.

Интересно отметить, что философская интерпретация этой теории содержит ряд идей, очень созвучных концепции, предлагаемой Налимовым. Так, в работе А.Д. Линде, одного из создателей теории инфляционной Вселенной, ставятся вопросы, которые Василий Васильевич считал фундаментальными, а именно: «Не может ли быть так, что сознание, как и пространство-время, имеет

свои собственные степени свободы, без учета которых описание Вселенной будет принципиально неполным? Не окажется ли при дальнейшем развитии науки, что изучение Вселенной и изучение сознания неразрывно связаны друг с другом и что окончательный прогресс в одной области невозможен без прогресса в другой? После создания единого геометрического описания слабых, сильных, электромагнитных и гравитационных взаимодействий не станет ли следующим важнейшим этапом развитие единого подхода ко всему нашему миру, включая и внутренний мир человека?» [2, С. 248].

Основной проблемой философии В.В. Налимов считал выяснение того, как через человека – в его бытии в мире, в культуре – раскрываются смыслы, «распакованные через тексты». Ответ он связывал с решением проблемы сознания. Сознание спонтанно по самой своей природе и тоже может рассматриваться как некий текст (система ценностей, предпочтений). Оно не капсулировано только в мозге, но, обладая трансцендентальной природой, связано с Космическим сознанием. На этом космическом уровне происходит спонтанное порождение импульсов, несущих творческую искру. Природа сознания в этой системе представлений имеет многоуровневую структуру.

В.В. Налимов предлагает следующую картографию сознания: (1) уровень логического мышления; (2) уровень предмышления; (3) «подвалы» сознания; (4) физическое тело; (5) метасознание; (6) космическое сознание [7, С. 127–128]. Введение уровня (2) как уровня творческой активности, играющего в функционировании сознания существенную роль, на котором вырабатываются исходные предпосылки, базовые для собственно логического мышления – принципиально новый момент в концепции мыслителя. Именно исследуя этот уровень, Налимов разрабатывает вероятностно ориентированную теорию сознания, представляющую собой аксиоматическую систему, построенную на обращении к формуле Байеса, хорошо известную в математической статистике.

Бейесовская логика в описанной картографии сознания действует на уровне (2), будучи поддерживаема соответственно уровнями (3) и (4). Вновь возникшая система смыслов передается на уровень (1), где, огрубляясь, обращается в систему атомарных смыслов, над которыми производятся операции Аристотелевой ло-

гики. Уровень (3) в данной модели связан с уровнем (6), т.е. нижним слоем космического сознания.

Строя и обосновывая вероятностную модель порождения смыслов как наиболее подходящую для интерпретации космически универсального феномена сознания, Налимов показывает, как возможно использование математических моделей в раскрытии философской мысли, тем самым демонстрируя ярчайший образец философско-математического синтеза. Остановимся подробнее на этой модели, раскрывающей действие вероятностной, байесовской логики на уровне предмышления.

«Математизировать какую-либо область знания, – пишет В.В. Налимов, – это значит: (1) выбрать некоторые математические структуры; (2) связать с ними некоторые содержательные предпосылки, относящиеся к объекту моделирования; (3) придать структурам, обогащенным дополнительными предпосылками, статус образа» [8, С. 8]. В строящейся концепции выбирается соответственно: (1) линейный континуум Кантора (т.е. множество всех действительных чисел, упорядоченных по их возрастанию); полагается, что на этом континууме изначально упорядочены все возможные смыслы; (2) предложенный выше образ рассматривается как семантический вакуум – в нем все есть, но ничто не проявлено; (3) полагается, что проявленность семантического континуума, т.е. превращение его в текст, осуществляется тогда, когда на нем появляется функция $p(\mu)$, задающая плотность вероятности, – это значит, что различным участкам континуума придается различная мера; (4) изменение смысла текста – его новое прочтение – это появление в некой новой ситуации y фильтра $p(y)$, мультипликативно взаимодействующего с исходной функцией:

$p(\mu/y) = kp(\mu)p(y/\mu)$ (это и есть известная в теории вероятностей формула Бейеса).

В данном случае формула обретает статус вероятностного силлогизма: из двух размытых посылок $p(\mu)$ и $p(y/\mu)$ с необходимостью следует новый текст, порождаемый функцией – $p(\mu/y)$. Логика оказывается числовой: в ее силлогизме стоит знак умножения, имеющий не логическое, а числовое раскрытие. Числовая логика оказалась возможной потому, что язык, в котором она действует, существенно случаен – фильтр $p(y/\mu)$ появляется спонтанно. Но спонтанность – это синоним творческой активности. Числовая ло-

100 *Проблема конструктивности научного и философского знания: Выпуск десятый*
гика, в отличие от Аристотелевой, оказывается не тривиальной – она существенно индивидуальна.

Так как принятая аксиоматика опирается на представление о континуум–множестве, не имеющем пустых мест, открывается неразрывная целостность смыслов. Строгое математическое представление о непрерывности континуума поддерживает такое понимание смыслов – их плотность упакованности не позволяет рассекать смежные, но совершенно отделенные друг от друга семантические единицы.

Налимов подчеркивает, что вероятностная логика диалектична в широком смысле: она легко справляется с исключаящими друг друга смыслами – им может просто придаваться разный вес; в ней нет сильной дизъюнкции, язык оказывается свободным от закона исключенного третьего, соответственно он свободен от жесткого разграничения истинности и ложности.

Вероятностная логика функционирует на уровне предмышления. Функция $p(\mu/y)$, возникшая в ситуации y , редуцируется, резко огрубляясь, к дискретам – семантическим атомам – и передается на уровень логического (Аристотелева) мышления. Ответственным за логическое переосмысление текста оказывается акт спонтанного появления фильтра $p(y/\mu)$. Таким образом, согласно предлагаемой концепции, понимание текста не только является личностным, но и происходит спонтанно, свидетельствуя о том, что внутри сознания происходит процесс самоорганизации. Следовательно, сознание есть феномен, задающий для нас образ самоорганизации.

В концепции Налимова математическая модель раскрывает вовсе не формализованную сторону явления, как обычно это происходит в естественных науках, статистике или социологии, а содержательную сторону, тем самым математические понятия приобретают статус философских категорий.

Налимов показывает, что вероятностная логика, задаваемая бейесовским силлогизмом, дает возможность осмыслить процесс понимания текстов и природу понимания людьми друг друга при общении на языке, не имеющем точечных (атомарных) смыслов. Он любил повторять вопросы: как, к примеру, мы можем понимать смысл английского слова *set*, значения которого в англо-русском словаре разъясняются посредством около 2000 слов? Почему мы

любим метафоры? Как понимаем алогичные высказывания? Как переводим с одного языка на другой, не имея однозначных соответствий? Все эти вопросы имели для Налимова ключевую значимость в понимании природы нашего сознания, и он пытался дать на них ответы в своих книгах. Он показал, что в системе бейесовской логики, отвечающей глубинному мышлению, многие философские проблемы (творческий процесс, биологический эволюционизм, личность, свобода воли и даже состояние нирваны) раскрываются более отчетливо, чем в привычной нам системе логических построений [8, С. 9–10; 7, С. 126].

Согласно Налимову, сознание проявляет себя по-разному – оно играет не только творческую, но и упорядочивающую роль. Одна из его функций состоит в организации наших сенсорных восприятий, позволяющей воспринимать Мир через систему образов.

Размышляя об упорядочивающей роли сознания, В.В. Налимов писал, что образ созерцаемого нами мира есть не просто копия внешней реальности, а ее «реконструкция. Человек не пассивный наблюдатель, а великий архитектор, строящий здание Вселенной» [5, С. 105]. При этом, взаимодействуя с внешним миром, он опирается на свой чувственный опыт, переработанный фильтрами его сознания. К таким фильтрам Кант относил, как известно, пространство и время как а priori заданные формы чувственного созерцания; «теперь мы можем говорить... что априори нам задана возможность интерпретировать воспринимаемый нами мир через пространство различных геометрий» [5, С. 105]. Налимов высказал глубокую идею о «расширении» априорности: (1) к основным фильтрам человеческого сознания, наряду с пространством и временем, следует отнести Число: «Вещи существуют, не будучи сами по себе исчисляемы. Число, даже натуральное, – это понятие, исчисляемое Наблюдателем. Наблюдатель эквивалентен сознанию (осознающему)»; (2) к 12-и кантовским категориям априорных синтетических суждений необходимо добавить спонтанность: «Если мы готовы признать вездесущность сознания, то нам придется согласиться и с тем, что пространство и время, а также число и вероятностная мера существуют во Вселенной и вне человека, существуют как проявления всемирно размытого сознания, оставаясь семантической, а не физической реальностью» [5, С.107]. Спонтанность обретает статус новой философской категории.

Очевидно, концепция Налимова продолжает платоновскую традицию и в целом является своеобразным сплавом различных мировоззренческих идей, как западных (Пифагор, Платон, Плотин, Юнг, Хайдеггер, Гадамер и др.), так и восточных (даосизм, буддизм). В книге «Спонтанность сознания» автор резюмировал, что «не сделал ничего нового, а только изложил Платона на языке вероятностных представлений» [10, С. 285]. Однако стоит отметить, что по сравнению с мыслителями древности Налимов существенно углубляет числовое видение мира, придавая ему бóльшую динамичность. Если у Платона знание – это только воспоминание идей, то здесь оно выступает как творческая распаковка смыслового континуума, которая каждый раз может быть различной. В нашем понимании изначально существуют не готовые идеи, а только смыслы – ипостаси, аморфные по своей природе. Чтобы возникли новые идеи, нужно, чтобы смыслы были как-то распакованы, а затем логически осмыслены на первом уровне предложенной схемы сознания.

Исходя из предложенного анализа философско-математической модели сознания В.В. Налимова, можно сделать вывод, что числовые отношения, отражающие вероятностные закономерности, оказываются гносеологически первичными и онтологически более глубинными, по сравнению с законами классической логики. Отмеченное обстоятельство сближает подход Налимова к соотношению математики и логики с взглядами представителей Московской философско-математической школы, П.А. Флоренского, т.е. выразителями русской версии философско-математического синтеза.

Таким образом, труды В.В. Налимова демонстрируют возрождение пифагорейско-платонической традиции понимания философии, математики и их взаимосвязи. Слова авторов статьи «Апостол спонтанности», посвященной памяти нашего выдающегося соотечественника: «Василий Васильевич Налимов – необычный, нетрадиционный мыслитель. Его место в истории мысли нам еще предстоит оценить, хотя уже и сейчас ясно, что он наметил контуры грандиозного синтеза, опираясь на идею семантического континуума, распаковка которого происходит средствами вероятностного взвешивания. Он наметил и исследовательскую программу,

которую предстоит развивать» [1, С. 316–317], – вселяют уверенность, что эта традиция найдет своих продолжателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казютинский В.В., Дрогалина Ж.А. Апостол спонтанности//Налимов В.В. Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. – М., 2000. – С. 316-317.
2. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и эволюционная космология. – М., 1990.
3. Мороз В.В. Конструктивные тенденции в русской философии: философско-математические концепции XX века (А. Белый, Н.Н. Лузин, А.Ф. Лосев, В.В. Налимов)//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: выпуск четвертый/Предисловие В.Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. Ун-та, 2005. – С. 61-82.
4. Мороз В.В. Философско-математический синтез: опыт историко-методологической рефлексии. – М.: Изд-во МГУ, 2005.
5. Налимов В.В. В поисках иных смыслов. – М., 1993.
6. Налимов В.В. Вероятностная модель языка: о соотношении естественных и искусственных языков. – М., 1979.
7. Налимов В.В. Вселенная смыслов (интервью)//Общественные науки и современность. – М., 1995. – № 3. – С. 126-128.
8. Налимов В.В. Как возможна математизация философии//Вестник МГУ. Серия 7. Философия. – М., 1991. – С. 7-17.
9. Налимов В.В. Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. – М., 2000.
10. Налимов В.В. Спонтанность сознания. Вероятностная теория смыслов и смысловая архитектура личности.– М., 1989.

11. Флоренский. П.А. Детям моим. Воспоминания прошлых дней. Генеалогические исследования. Из соловецких писем. Завещание. – М., 1992.

А. А. Побережный

(Курск)

ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ ЛОГИКИ КОНСТРУКТИВНОЙ МАТЕМАТИКИ*

Резюме.

В статье рассматриваются основные установки конструктивной логики, исследуются основные онтологические аспекты её оснований.

* * *

Принципиальное отличие математического конструктивизма от других направлений в обосновании математики состоит в том, что он ставит иную цель математике: не доказательство истинности теорем, а поиск математических истин. В целом конструктивная математика может быть охарактеризована следующими основными чертами:

- предметом исследования являются конструктивные процессы и возникающие в результате их выполнения конструктивные объекты;
- рассмотрение конструктивных процессов и объектов производится в рамках абстракции потенциальной осуществимости с полным исключением идеи актуальной бесконечности;
- интуитивное понятие эффективности связывается с точным понятием алгоритма;
- используется специальная, учитывающая специфику конструктивных процессов и объектов *конструктивная логика (логика конструктивной математики)*.

В статье будут рассмотрены основные установки конструктивной логики, т.е. совокупности «областей, занимающихся выражением свойств причинно-следственных (импликативных), конъюнктивных и других связей» [2, С.7], обозначены основные онтологические аспекты её оснований.

* Работа выполнена при поддержке РГНФ. Проект № 08-03-00049.

Конструктивная логика определенным образом изменяет понимание логических связок и кванторов (по сравнению с их пониманием в классической логике), сочетая это понимание с конструктивными процессами (процессами, описываемыми алгоритмами). Она строится на основании классической логики, подвергая ревизии и пересматривая основные категории последней.

Язык конструктивной логики совпадает с языком классической логики. Сохраняются и правила естественного вывода для всех связок, кроме отрицания. Для отрицания правило снятия двойного отрицания ослабляется до правила «Из лжи следует все, что угодно». В результате ослабляются возможности косвенного вывода — косвенно можно опровергать, но нельзя доказывать положительные суждения от противного. В конструктивной логике все связки независимы. Более того, для доказательства утверждения A достаточно пользоваться лишь формулами, не содержащими связок, отсутствующих в A . В конструктивной логике нет стандартных (нормальных) форм, аналогичных классическим.

Под *высказыванием (суждением)* в конструктивной логике, как и в классической, подразумевается повествовательное высказывание — высказывание, о чем-то повествующее. Возникает вопрос: есть ли высказывание конструктивный объект? «Можно действовать следующим образом. Фиксируем определенный язык, на котором будут формулироваться наши высказывания. Фиксируем правила построения высказываний. Список этих правил составляет *синтаксис* нашего языка. Высказываниями считаются те тексты, которые строятся согласно синтаксису. При таком подходе высказывания данного языка, разумеется, являются конструктивными объектами» [8, С.5].

Под *предикатами* в конструктивной логике понимают тексты, дающие высказывания в результате замены свободных переменных их допустимыми значениями. В зависимости от того, сколько различных свободных переменных входит в предикат, различают предикаты одноместные, двухместные, трехместные и т. д.

Конструктивная математическая логика отличается от классической прежде всего пониманием *дизъюнкций*, то есть высказываний, образуемых из двух высказываний, соединяемых союзом «или». Два высказывания, соединяемые союзом «или» при построении дизъюнкции, называются первым и вторым членами этой дизъюнкции.

В конструктивной логике дизъюнкция понимается как осуществимость указания ее истинного члена. Установление параметриче-

ского утверждения существования $\forall x \exists y A(x, y)$ «для всякого x существует y такой, что $A(x, y)$ » предполагает указание «общего» конструктивного процесса, начинающегося с произвольного конструктивного объекта x данного исходного типа и заканчивающегося построением искомого y . Другими словами, $\forall x \exists y A(x, y)$ выражает существование алгоритма, находящего y , исходя из x . Из такой трактовки существования вытекает и конструктивное понимание дизъюнкции: суждение « A или B » считается установленным, только если предъявлен конструктивный процесс, заканчивающийся указанием его верного члена. «Осуществимость следует здесь понимать как потенциальную осуществимость конструктивного процесса, дающего в результате один из членов дизъюнкции, который должен быть верным» [8, С.12]. (В классической логике дизъюнкция считается верной уже тогда, когда нам удастся опровергнуть предположение о том, что ни один из ее членов не верен. Умения находить верный член дизъюнкции при этом не требуется). Для дизъюнкции действует переместительный закон, то есть при перестановке членов дизъюнкции переходит в равнозначную дизъюнкцию.

Аналогично двучленным дизъюнкциям могут строиться и пониматься дизъюнкции трехчленные, четырехчленные и т. д. Такая дизъюнкция тоже понимается как осуществимость указания ее истинного члена. В данном случае высказывание о существовании конструктивного объекта, удовлетворяющего определенному требованию, оказывается равнозначным многочленной дизъюнкции, каждый член которой утверждает, что один из объектов списка удовлетворяет выдвинутому требованию и все объекты списка фигурируют в этом смысле в дизъюнкции.

Высказывания, образуемые из двух высказываний, соединяемых союзом «и», называются *конъюнкциями*. Два высказывания, соединяемые союзом «и» при построении конъюнкции, называются первым и вторым членами этой конъюнкции. Конъюнкцию в конструктивной логике понимают как утверждение об истинности обоих ее членов.

Конструктивная математика изучает нашу способность осуществлять конструктивные процессы. Результаты этого изучения формулируются в виде некоторых высказываний, утверждающих, что мы в настоящее время умеем строить такие-то объекты, что мы владеем такими-то общими методами и т. п. Возникает вопрос, как могут выглядеть отрицания высказываний подобного рода. Ведь эти отри-

цания тоже будут что-то говорить о наших конструктивных способностях.

В том случае, когда к высказыванию A удастся подобрать такое несовместимое с A положительное высказывание B , что верна дизъюнкция $A \vee B$, мы будем говорить, что A разрешимо.

В этом случае имеется способ распознавать, верно ли A . Мы распознаём это, устанавливая истинность дизъюнкции.

Для данного разрешимого высказывания A может иметься несколько разных положительных высказываний B , несовместимых с A и таких, что дизъюнкция $A \vee B$ верна. Все эти высказывания называются *прямыми отрицаниями* высказывания A .

Высказывание о существовании слова в данном алфавите, удовлетворяющего данному требованию, выраженному разрешимым предикатом, называется *полуразрешимым*. Оно означает, что мы в настоящее время не владеем способом построения данного конструктивного объекта. Отрицанием полуразрешимого высказывания будет высказывание, гарантирующее истинность высказывания «на веки вечные» и само оказывающееся истинным на веки вечные, коль скоро его истинность будет установлена [8, С.27–29]. Такое высказывание называется *усиленным отрицанием* высказывания A .

Импликациями называются высказывания, образуемые из двух высказываний, соединяемых связкой «если..., то», причем первое высказывание, называемое *посылкой импликации*, ставится между «если» и «то», а второе, называемое *заключением импликации*, ставится после «то». В классической математической логике принято следующее объяснение смысла импликации: импликация утверждает то же, что дизъюнкция, первый член которой есть отрицание посылки импликации, а второй — ее заключение.

В конструктивной логике рассматривают несколько видов импликации:

- a) материальная импликация, – импликация с разрешимой посылкой, понимаемая как дизъюнкция, первый член которой есть прямое отрицание посылки импликации, а второй – её заключение;
- b) усиленная импликация, – импликация с полуразрешимой посылкой;
- c) дедуктивная импликация, – импликация, которая выражает выводимость своего заключения из своей посылки при данной совокупности правил вывода.

Согласно анализу А.А. Маркова, классическая математика базируется на трех абстракциях: абстракции отождествления, не позволяющей использовать свойства, различающие равные объекты; абстракции потенциальной осуществимости, позволяющей пренебречь физическими ограничениями на реализуемость очень больших конечных объектов и процессов, и абстракции актуальной бесконечности, дающей возможность мыслить бесконечные совокупности как завершённые и использовать бесконечные множества и бесконечные процессы для построения других математических объектов [7]. Брауэр принял две первые абстракции и отверг третью. В этом с ним солидарны почти все нынешние продолжатели конструктивных традиций в математике.

В некоторых разделах современного конструктивизма это допущение ослабляется, а в некоторых — усиливается. Но в любом случае принимаются во внимание принципиальные ограничения выполнимых построений: необходимость сведения любой новой задачи к уже решённым, чтобы представить новое построение как композицию старых. При таком подходе логика не может рассматриваться как нечто данное а priori, она должна подбираться в соответствии с классом рассматриваемых объектов и с классом допустимых методов решения задач. Так, классическая логика оказывается либо логикой конечных объектов, либо логикой всех теоретико-множественных построений с аксиомой выбора.

Сама интерпретация логических формул изменяется в корне. Значения истинности представляют собой нечто второстепенное по сравнению с конкретным построением, проведённым при доказательстве теоремы. Поэтому формулы интерпретируются как задачи, логические связки — как преобразования задач, методы доказательства — как методы сведения новых задач к уже решённым либо принятым в качестве решённых. Брауэр предложил воспользоваться для перестройки математики логикой, подобной классической, за исключением законов исключённого третьего и снятия двойного отрицания (которые в данном контексте эквивалентны) — интуиционистской логикой. Он отказался от многих объектов, созданных в теоретико-множественной математике, и ограничился теми, которые хотя бы косвенно сводятся к двум исходным сущностям: к конструктивным объектам, строящимся как конечные конструкции из конечного числа исходных ясно различимых объектов, и к последовательностям выбора, представляющим из себя методы последовательного конструиро-

вания потенциально бесконечного числа исходных объектов. Примерами последовательностей выбора являются алгоритмы, последовательности измерений физических величин и т. п.

В. Я. Перминов отмечает, что «критика Брауэра признана математическим сообществом в том плане, что требование конструктивности лежит в основе большинства современных подходов к проблеме обоснования математики. Можно сказать, что эта критика вошла в практическую психологию математиков, ибо даже в тех областях математики, где классическая логика используется в полном объеме, авторы не упускают случая отметить конструктивный характер своих рассуждений, желая сказать этим, что эти рассуждения не содержат в себе сомнительных моментов. Математики и философы говорят о ненадежности закона исключенного третьего как о некотором хорошо известном и несомненном факте» [10, С. 131].

Примеры гораздо более жестких подходов продемонстрировали Р. Л. Гудстейн и Н. А. Шанин. Сразу же после формализации интуиционистской логики многие математики начали развивать вариации интуиционизма, либо еще сильнее ограничивая логику, либо еще сильнее ограничивая объекты. Йохансон предложил использовать в качестве основы для интуиционизма минимальную логику, но оказалось, что в любой теории, содержащей натуральные числа, интуиционистское отрицание определимо, и переход к минимальной логике ничего нового не дает. Д. Грис предложил рассматривать безотрицательную математику, в которой запрещены пустые понятия типа квадратного круга. Новый импульс исследованиям в области интуиционистских понятий дали интерпретация интуиционистской логики Колмогоровым и ее формализация А. Гейтингом [3].

А. А. Марков и советская школа конструктивизма разработали и развили вариант конструктивной математики, последовательно проводящий идею о том, что нет ничего, кроме конструктивных объектов, а алгоритмы отождествляются с их программами. По определению А. А. Маркова, «алгоритм есть предписание, однозначно определяющее ход некоторых конструктивных процессов» [6, С.135]. Был введен «принцип Маркова», явно разделивший обоснования и построения. Содержательно принцип Маркова гласит, что для обоснования уже проделанных построений можно пользоваться классической логикой (это показал Н. А. Шанин, построив алгоритм конструктивной расшифровки, разбивающий любую формулу на явное построение и классическое обоснование данного построения). Кон-

структивное истолкование логических связок и кванторов допускает различные уточнения. В частности, созданы различные аксиоматические системы конструктивной логики. Отличие этих логик от классической проявляется в том, что хотя конструктивно приемлемыми являются, например, законы $p \rightarrow p$, $\neg p \rightarrow \neg p$, $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$, в этих системах отсутствуют практически все остальные варианты форм рассуждений «от противного» — закон снятия двойного отрицания, закон контрапозиции, закон Пирса и др. Кроме того, в конструктивной логике связки независимы, т. е. не выражаются друг через друга, нет классической взаимовыразимости кванторов всеобщности и существования. В результате оказываются, в частности, необоснованными рассуждения, приводящие к доказательству т. н. чистых теорем существования. Чистые теоремы существования (имеется в виду формулировка теоремы, проистекающая из доказательства) имеют вид $\neg \forall x \neg A(x)$, не переводимый в $\exists x A(x)$, поскольку их доказательства не дают конкретного x , подтверждающего справедливость A , а лишь приводят к противоречию утверждение об отсутствии такого x . Однако ввиду специфики конструктивных объектов и процессов многими представителями конструктивизма (в отличие, скажем, от приверженцев интуиционизма) принимается принцип конструктивного подбора (или принцип Маркова): если имеется алгоритм, позволяющий по произвольному конструктивному объекту x осуществлять конструктивный процесс установления наличия у x свойства A , то в случае обоснования $\neg \forall x \neg A(x)$ считается обоснованным и $\exists x A(x)$.

Кроме аксиоматических систем конструктивной логики, имеются различные семантические построения, отражающие конструктивные воззрения на смысл логических связок, формул и т. д. Наиболее известными являются рекурсивная реализуемость по С.К. Клини и ее варианты, а также разработанная Н. А. Шаниным мажорантная семантика арифметических формул и созданная А. А. Марковым ступенчатая система построения логических языков с одновременным определением их семантики «снизу вверх».

Онтологический статус математического объекта — одна из старейших проблем философии математики. Ни в философии прошлого, ни в современной философии математики не получено ее общепринятое решение. Не решен вопрос о способе бытия математических объектов — о том, где и как существуют математические знаки, что они обозначают. Математические объекты, представляя наиболее стро-

гую науку, сами выглядят как нечто существенно отличное от вещей материального мира.

Конструктивная математика, - математика, строящаяся в соответствии с тем или иным конструктивным мировоззрением, связывающая утверждения о существовании математических объектов с возможностью их построения. В эпистемологии и философии науки XX века конструктивистские направления завоевывали влияние в противовес эмпиристским традициям, ориентированным на естествознание XIX века, и формалистской математике.

Конструктивный объект – логико-гносеологическая категория, обозначающая объекты, возникающие в результате развертывания порождающих их конструктивных процессов. Рассматриваемые безотносительно к смыслу, который им впоследствии может быть придан, а также к их предполагаемому использованию, конструктивные объекты представляют собой некоторые специальным образом устроенные конфигурации элементарных знаков, и как таковые они должны восприниматься чисто синтаксически. Такого рода знаково-структурный подход к объектам впервые возник в математических исследованиях в начале XX в. и затем получил последовательное развитие в работах по математической логике и теории алгоритмов. Впоследствии на базе этих исследований сформировалась специальная наука о знаковых системах — семиотика. Как правило, конструктивные объекты вводятся в рассмотрение путем задания соответствующих семейств порождающих их однотипных конструктивных процессов. В тех случаях, когда описаниям этих процессов удастся придать точный характер, характеристики соответствующих им типов конструктивных объектов также оказываются точными, и тогда объекты этих точно описанных типов могут быть использованы в качестве моделей фундаментальных понятий самых разнообразных научных дисциплин. В виде конструктивных объектов могут быть заданы и алгоритмы точно охарактеризованных типов (например, машины Тьюринга или нормальные алгорифмы Маркова), и тем самым открывается путь к построению на базе конструктивных объектов достаточно богатых и содержательных математических теорий. Аналогично, как конструктивные объекты соответствующих типов могут быть определены структурные химические формулы, релейно-контактные схемы, тексты на разного рода искусственных языках (на алгоритмических языках, на языках каких-либо дедуктивных теорий) и т. п. Фактически можно считать, что любая научная символика до-

пускает задание в виде конструктивных объектов надлежащих типов. Таким образом, понятие «конструктивный объект» обладает чрезвычайно высокой степенью общности. Относительно низкий уровень абстрактности и особая «осязаемость» конструктивных объектов делают более простой проблему понимания суждений об этих объектах (напр., математических), и это обстоятельство в сочетании с высокой выразительной силой превращает конструктивные объекты в важнейший инструмент научного исследования. Немаловажным является и тот факт, что в силу их знаковой природы конструктивные объекты могут служить информацией, непосредственно пригодной для сообщения ее вычислительной машине. Рассмотрение конструктивных объектов и вовлечение их в процесс научного исследования может быть осуществлено с привлечением абстракций различных уровней. Наиболее естественным представляется рассмотрение их на базе одной лишь абстракции потенциальной осуществимости, учитывающее характер возникновения конструктивных объектов. При этом в качестве логической базы естественно взять т. н. конструктивную логику, специально учитывающую специфику понимания суждений о существовании конструктивных объектов как суждений о их потенциальной осуществимости. При рассмотрении конструктивных объектов, ведущемся на базе абстракции актуальной бесконечности, они трактуются совместно и равноправно с объектами теоретико-множественного характера, а основой логической дедукции является при этом т. н. классическая (аристотелевская) логика. Этим в значительной степени игнорируется генезис конструктивных объектов. Исследование их роли в процессе познания и выяснение их соотношения с объектами иных уровней абстракции представляет собой важную философскую и методологическую проблему, находящуюся в стадии интенсивной разработки.

Использование точного понятия алгоритма дало возможность развивать конструктивную математику и конструктивную математическую логику как науки. Н. А. Шанин построил алгоритм конструктивной расшифровки, выделяющий из любой математической формулы явное построение конструктивного объекта и условие, которое необходимо доказать для корректности данного построения. Он заметил, что для обоснования уже сделанного построения можно, в предположении принципа Маркова, использовать классическую логику [12]. Таким образом, при конструктивном понимании формула содержит две задачи: задачу на построение и задачу на доказатель-

ство. Если первая из них практически с неизбежностью требует перехода к неклассической логике, то вторая зачастую может быть решена традиционными средствами. Это разделение двух типов задач явилось важным методологическим следствием, достичь которого помог принцип Маркова, поскольку без него такого простого алгоритма расшифровки и простой характеристики задач на доказательство достичь не удастся. Свойства конструктивных функций оказались резко отличными от классических.

Еще более жесткий вариант конструктивного подхода предложил Р. Л. Гудстейн [4]. Он использовал лишь такие алгоритмы, которые по своему определению заведомо заканчивают работу, и лишь такие свойства их, которые выражаются в виде $\forall x_1, x_n f(x) = g(x)$. Таким образом, он изгнал не только неконструктивные объекты, но и идеальные суждения. Даже столь простые утверждения, как существование предела вычислимой последовательности, пришлось приближать более простой последовательностью. В дальнейшем подобным путем пошел Н. А. Шанин [12], создав теорию приближений идеальных высказываний непосредственно конструктивно интерпретируемыми. Порою такие приближения (трансфинитные развертки, по Шанину) позволяют выявить глубоко скрытый конструктивный смысл классических чистых теорем существования.

Э. Бишоп, создатель американской школы конструктивизма, отвергал принцип Маркова, поскольку он потребовал бы признать, что все эффективные построения являются алгоритмами, а Бишоп заметил [1], что, умалчивая об этом, мы можем получить незаурядные теоретические преимущества (хотя все построенные нами методы остаются алгоритмическими). П. Мартин-Лёф [9] разработал собственную систему, воспользовавшись наблюдением Клини, что фиксация алгоритмических функций еще не означает фиксации алгоритмов преобразования функций. Объекты нижнего уровня у него алгоритмы, а высших — строятся по Бишопу. Конструктивная математика, по Мартин-Лёфу, изложена достаточно строго и включила многие преимущества неформализованного изложения Бишопа. Свойства функций по Бишопу и Мартин-Лёфу оказались значительно ближе к классическим, расходясь с ними лишь в тех случаях, когда классические теоремы существования не дают и не могут дать никакого алгоритмического построения.

При изучении математики, как и любой другой науки, исследователь прежде всего сталкивается с вопросом о реальном содержании

ее понятий и теорий. Чтобы понять, что соответствует математическому знанию в реальном мире, или, иначе говоря, каков тот специфический объект, который служит предметом исследования математики, надо понять, какую сторону действительности отображает математика, как совершается процесс абстрагирования в этой науке и чем он отличается от абстрагирования в естествознании и других опытных науках.

В самом широком смысле слова абстракция означает возможность рассмотрения предметов и процессов с какой-либо одной точки зрения и отвлечения от других сторон, моментов и обстоятельств. Особенность математической абстракции состоит в значительном использовании так называемых идеальных объектов [13, С. 196–197]. Если идеализацию понимать как процесс образования таких понятий, которые или выражают свойства реальных объектов в искаженном виде, или приписывают им свойства, отсутствующие у них, тогда можно будет с известным основанием утверждать, что непосредственным объектом исследования математики являются именно абстрактные, или идеальные, математические объекты. Они, как и вся математика в целом, служат для познания действительности. Но математика оперирует ими именно как идеальными объектами.

По существу такими же идеальными объектами являются понятия математической бесконечности потенциальной и актуальной. «Логика и математика не могут обойтись без какой-либо формы осуществимости и бесконечности, ибо в противном случае теряется всеобщность их законов» [11, С. 31]. При образовании этих понятий приходится прибегать к различным абстракциям осуществимости. Использование различных абстракций осуществимости составляет четвертую важную особенность математического познания.

Сущность абстракции актуальной бесконечности состоит в отвлечении от незавершенности и незавершимости процесса образования бесконечного множества, от невозможности задать такое множество посредством полного перечисления его элементов. Согласно абстракции актуальной бесконечности, в бесконечном множестве можно выделить (индивидуализировать) каждый его элемент. Но на самом деле зафиксировать и описать каждый элемент бесконечного множества принципиально невозможно. Абстракция актуальной бесконечности и представляет собой отвлечение от этой невозможности, что позволяет рассматривать, например, отрезок прямой как бес-

конечное множество точек, каждую из которых можно индивидуализировать, обозначив ее каким-то действительным числом.

Понятие актуальной бесконечности возникает с помощью процесса идеализации. В данном случае идеализация дает возможность применять к бесконечным множествам простой и хорошо изученный аппарат классической логики. Этот аппарат возник и вполне оправдал себя при исследовании конечных множеств. Идеализированный характер актуальной бесконечности состоит в том, что о бесконечном множестве рассуждают по аналогии с конечными множествами. Кроме того, здесь абстрагируются от конкретных способов построения элементов бесконечного множества и даже допускают, что все его элементы существуют одновременно, а не возникают в процессе построения.

Поскольку актуальная бесконечность представляет собой чрезвычайно сильную абстракцию, то с пониманием ее связан целый ряд трудностей. «Абстракция абсолютной осуществимости в применении к какому-либо абстрактному объекту предполагает возможность отвлечения не только от реальных материальных возможностей построения этого объекта, но и вообще от наличия какого-либо эффективного способа его построения» [11, С.36].

Любое утверждение о существовании в бесконечном множестве элемента с определенными свойствами состоит в действительном указании такого элемента. Но очевидно, что нельзя перебрать все элементы бесконечного множества. Именно в связи с этим интуиционисты, а затем конструктивисты отказываются от актуальной бесконечности и возвращаются к бесконечности становящейся, потенциальной.

Принципиально исключая применение абстракции актуальной бесконечности, интуиционисты считают допустимым лишь понятие, потенциальной бесконечности. В основе понятия потенциальной бесконечности лежит гипотеза потенциальной осуществимости.

Эта гипотеза допускает построение не только таких объектов, которые можно осуществить практически (хотя бы в принципе), но и объектов потенциально осуществимых. Конструктивистская критика классической логики посягает не только на правила определений, обусловленные особенностями теории, но и на элементарные законы, лежащие в основе дедукции. Она отвергает надежность самоочевидных принципов, относящихся к сфере реальной логики.

На основании высказываний и выявления неформальных установок конструктивистов (в явной и неявной форме) представляется допустимым выдвинуть предположительное описание онтологических оснований конструктивной логики (логической составляющей математики): логика представляет собой систему схем преобразования, соответствующих понятию конструктивности. «Различие между классической и интуиционистской логикой состоит не в том, что последняя не содержит тех или иных форм вывода, но в смысловой основе, с которой они связаны: если классическая логика опирается на категориальные интуиции, представляя собой универсальную онтологию мышления, то интуиционистская логика базируется только на интуиции конструирования, то есть на представлениях специального вида. Интуиционистская логика, таким образом, — это не общая логика математического мышления, а лишь средство систематизации той части математики, которая допускает внелогическое (конструктивное) представление» [10, С. 141]. Логический релятивизм и математический конструктивизм отличаются концепциями онтологического статуса логических объектов и сущностей [5, С. 57–77]. Законы конструктивной логики представляют собой не законы объективной действительности, а скорее формы создания языковых систем или порождения предметных областей (языка, математики).

Литература

1. Bishop J. Foundations of constructive analysis. – N. Y, 1967.
2. Арепьев Е.И. К вопросам конструирования онтологических и гносеологических интерпретаций понятийного аппарата оснований математического знания. // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск восьмой. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2007. – С. 7 – 28.
3. Гейтинг А. Интуиционизм.– М., 1965.
4. Гудстейн Р. Л. Рекурсивный математический анализ.– М., 1970.
5. Мануйлов В.Т. Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй. – Курск: Изд-во Курск, гос. ун-та, 2003. – С. 57 – 77.
6. Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгоритмов.– М., 1984.

7. Марков А. А. О конструктивной математике // Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР.– Т. 67. – М.-Л., 1967.
8. Марков А.А. О логике конструктивной математики.– М., «Знание», 1972.
9. Мартин-Лёф П. Очерки по конструктивной математике. М., 1975.
10. Перминов В.Я, Философия и основания математики.- М.: Прогресс-Традиция, 2001.
11. Петров Ю.А. Логические проблемы абстракций бесконечности и осуществимости. – М.: Наука, 1967.
12. Шанин Н. А. О конструктивном понимании математических суждений // Труды Математического института им. В. А. Стеклова.– Т. 52. – Изд. АН СССР, М. – Л., 1958.
13. Яновская С. А. Методологические проблемы науки.– М.: Мысль, 1972.

АВТОРСКАЯ СПРАВКА



Арепьев Евгений Иванович

доктор философских наук, профессор кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).

E-mail: arepiev@yandex.ru

Еровенко Валерий Александрович

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей математики и информатики Белорусского государственного университета.

E-mail: erovenko@bsu.by

Кочергин Альберт Николаевич

доктор философских наук, профессор кафедры философии ИППК Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, член Российского философского общества (РФО).

Михайлова Наталья Викторовна

кандидат философских наук, доцент, зав. кафедрой социально-гуманитарных дисциплин Минского государственного высшего радиотехнического колледжа

E-mail: erovenko@bsu.by

Мороз Виктория Васильевна

доктор философских наук, профессор кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).

E-mail: vicmoroz@mail.ru

Никитин Евгений Дмитриевич

доктор биологических наук и философских наук, почетный профессор МГУ, главный научный сотрудник музея землеведения МГУ им. М.В. Ломоносова, лауреат Государственной премии РФ.

Побережный Александр Алексеевич

кандидат философских наук, член Российского философского общества (РФО).

E-mail: alexvtor@yandex.ru

ABSTRACTS

E.I. Arepiev

(Kursk)

**Ontological and Epistemological Elements of Logical Components Interpretation of the Mathematical Knowledge Foundations:
Realism and Its Alternatives in the Directions of Philosophy of Mathematics**

The acceptance of the thesis about logical components available among the initial bases of the mathematical knowledge but not as the single universal component is apparently the most adequate and close to the reality in the light of the history of the development of the ideas of logicism and other directions. However such point of view suppose the necessity of the answer to the questions concerned with ontological and epistemological status of the logic truths and objects or those elements assumed as relating to the basis. The examination of this question in the spectrum of the history of philosophy supposes the generalization of the ideas about logic in the line of tendencies of philosophy of mathematics of XIX-XX centuries. In this article the author makes the attempt to realize such generalization in the light of perspectives of realistic interpretation of onto-epistemological bases of mathematics.

V.A. Yerovenko

(Minsk)

The World Outlooking Values of the Mathematical Culture

The problem of the interaction of mathematics and philosophy exists in the European culture at least since these phenomena of spirit life came into being. The phenomenon of cultural-creative potential of the mathematical knowledge concerns with the lasting meanings of the “artifacts of the mathematical culture” which significance is not being changed in quality eventually. Possibly that is why classical and modern mathematics are always the world looking disciplines as far as serious thinking demands the expansion of world looking horizons. The concept “world look” has been introduced in the system of human knowledge by the well-known German philosopher I. Kant. In this article “world look” means as reached the definite level of systemacity complex of views on the world as some whole unit.

A.N. Kochergin

(Moscow)

Constructivity of the Civilizational Project for Russia

The author of this article gives the substantiation of the constructivity of the civilizational project for Russia in the conditions of globalization. This project connects the problem of the modernization of Russia with its mentality, geopolitical and ecological context. To the author's opinion realization of this project will promote the transition of Russia to the stable development.

A.N. Kochergin, E.D. Nickitin

(Moscow)

**About the Constructivity of the Teaching of Biosphere
(V.V. Dokhuchaev and V.I. Vernadskiy)**

The authors of this article substantiate the influence of the V.V. Dokhuchaev's soil-science conception on the constructivity of the V.I. Vernadskiy's teaching of biosphere. The new paradigm in the teaching of interaction of the society and nature is growing from the V.I. Vernadskiy's teaching Thanks to its constructivity. This paradigm named biogeosociosphere lets to unite all participants of the Earth evolution.

N.V. Mikhailova

(Minsk)

**Structuralism and Mathematical Duality:
Limits of the Mathematical Cognition**

The last resources of the traditional approaches to the foundations of the mathematics were exhaust from the fiftieth of the XX century; the new directions in the philosophy of the mathematics were looked for in the last quarter of the century in order to solve the problem of the epistemological status of the mathematical assertions or the problem of the appropriate ontological status of the mathematical objects. In this article the author give careful consideration in what way the Gödel's incompleteness theorems influenced choice of possible ways of the grounding of the mathematics. In this connection the author is considering the concept of the mathematical frameworks and exposes the role of the abstract frameworks in forming of new research programs.

V.V. Moroz

(Kursk)

**Onto-gnosiological Foundations of Logical Cognition in the V.V. Nalimov's
Philosophic-mathematical Model of Consciousness**

On the base of the works of V.V. Nalimov, the modern continuer of the Pythagorean-Platonic tradition of understanding of interdependence of philosophy and mathematics, the author of this article reveals onto-gnosiological foundations of logical cognition in the context of the V.V. Nalimov's ideas about semantic continuum and cosmically universal and multilevel nature of consciousness. The author pays the special attention to the correlation of logical and "pre-logical" levels where the principles of Bayesian logic but not Aristotelian one are in force (the principles of Bayesian logic are expressed by the formula of Bayes in the theory of probabilities). The author concludes that within the V.V. Nalimov's probability oriented model of consciousness number's relations reflected the regularity of probability prove to be primary in gnosiological sense and more profound in ontological sense in compare with the principles of classical logic. This fact draws the Nalimov's approach to the correlation of mathematics and logic to the points of view of the members of Moscow philosophic-mathematical school and P.A. Florensky i.e. the adherents of Russian version of philosophic-mathematical synthesis.

A.A. Poberezhnyi

(Kursk)

Ontological Settings of Logic of Constructive Mathematics

The author of this article considers the main settings of constructive logic, investigates the main ontological aspects of its foundations.

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДЕСЯТЫЙ

**Редактор Н. Д. Собина
Компьютерная верстка В.Т. Мануйлов**

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Издательство Курского государственного университета
305000, г. Курск, ул. Радищева, 33

Сдано в набор 10.12.08. Подписано в печать 11.12.08.
Гарнитура Times New Roman. Бумага «Снегурочка». Ризография.
Усл. печ. л. 7,69. Тираж 500 экз. Заказ № 647.

Отпечатано: ПБОЮЛ Киселева О.В.
ОГРН 304463202600213