ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДВЕНАДЦАТЫЙ

КУРСК
2009

КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДВЕНАДЦАТЫЙ

КУРСК

2009

ББК 87.3
П 78
Печатается по решению редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П 78
Проблема конструктивности научного и философского знания: сборник статей: выпуск 12/ предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2009. – 147 с.

ISSN 0131–5048

Двенадцатый выпуск сборника статей включает результаты научных исследований, объединенных общей темой: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Сборник содержит работы учёных Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Белорусского государственного университета, МФТИ, Пензенского Технологического института, Курского государственного университета. Сборник рекомендуется специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; материалы сборника могут быть использованы преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

ББК 87.3

ISSN 0131–5048

СОДЕРЖАНИЕ

Периодический тематический сборник «Проблема конструктивности научного и философского знания» выходит в издательстве Курского государственного университета с 2001 года. До настоящего времени вышли в свет одиннадцать выпусков: в 2001, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007 и 2008 годах. Основу сборника составляют материалы исследований, проводимых научной творческой группой сотрудников кафедры философии КГУ в рамках исследовательских проектов, выигравших гранты Министерства общего и профессионального образования РФ (проект № 6: «Концепции конструктивности математического знания в основных направлениях философии науки на пороге XXI века», 1997–2000 гг.), РФФИ (проект № 01-06-80278: «Конструктивность физико-математического знания в историко-философском аспекте», 2001–2003 гг.), совместный грант РГНФ-БРФФИ (проект № 05-03-90 300 а/Б: «Конструктивность и диалог в основаниях физико-математического знания: история и современность», 2005-2007 гг.), грант РФФИ (проект № 08-06-00472-а: «Конструктивность математического знания: от античности до современности», 2008–2010 гг.), грант РГНФ (проект № 08-03-00049а: «Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX – начала XX столетия», 2008 – 2010 гг.). В выпусках сборника печатаются материалы ученых МГУ им. М. В. Ломоносова, других вузов Москвы и Курска. Основу двенадцатого выпуска составляют материалы исследований, проводимых сотрудниками кафедры философии КГУ, учеными МГУ имени М.В. Ломоносова, МФТИ, Белорусского государственного университета. По результатам исследований, опубликованным в предшествующих выпусках и в данном выпуске, защищено пять кандидатских и две докторские диссертации.

Редакционная коллегия сборника приглашает к сотрудничеству всех работающих в области философии и методологии науки или в смежных областях, чьи научные интересы пересекаются с проблемой нашего сборника.

Предисловие редактора

Предлагаемый вниманию читателей двенадцатый выпуск тематического сборника статей продолжает публикацию результатов исследований, объединённых общей темой «Проблема конструктивности научного и философского знания» и направленных на решение фундаментальной научной проблемы на стыке истории философии, философии и методологии науки, связанной с проведением комплексных теоретических исследований взаимосвязи собственно физико-математических, общенаучных и общефилософских методов и подходов в истории европейской науки и философии. Первый выпуск сборника вышел в 2001 году; второй выпуск – в 2003 году; третий – в 2004 году, четвёртый и пятый – в 2005 году, шестой и седьмой – в 2006 году, восьмой и девятый – в 2007 году, десятый и одиннадцатый – в 2008 году.

Основное содержание сборника составляют результаты исследований участников научно-исследовательских проектов, получивших поддержку Российского гуманитарного научного фонда (проект № 08-03-00049а: « Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX – начала XX столетия», руководитель Арепьев Е.И.) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-06-00472-а «Конструктивность математического знания: от античности до современности», руководитель Мануйлов В.Т.), а также статьи ученых МГУ имени М.В. Ломоносова, МФТИ, Пензенского Технологического института и Белорусского государственного университета. Материалы, представленные в данном сборнике, содержат анализ различных аспектов проблемы конструктивности в современном научном и философском знании: от проблем обоснования математического и естественнонаучного знания до проблем конструктивности социально-философского знания.

В статье Арепьева Е.И. предложено обозрение и систематизация представлений о связи основных понятий и истин арифметики с действительностью и процессом познания в ряде наиболее значимых направлений философии математики и программ обоснования математического знания.

В статье Кочергина А.Н. обсуждается вопрос о том, каким должно быть понимание личности, делающее педагогическую антропологию конструктивной.

В статье Курбатовой Е.А. раскрывается характер взаимоотношения музыки и математики в философии числа Лосева: конструкция числа предстает как тождество противоположностей математического и музыкального компонентов; музыкальная форма, в свою очередь, выражает диалектическое соотношение числа и времени. Раскрывается понятие «гилетическое конструирование», играющее важнейшую роль в понимании Лосевым диалектического тождества математики и музыки. Подчеркивается созвучие многих музыкальных концепций современности лосевским построениям. Делается вывод о необходимости дальнейшего развития идеи Лосева о диалектическом единстве музыки и математики в осмыслении категории числа.

В работе Левина В.И. изложена научная биография замечательного человека, педагога и ученого С.А. Яновской. Дан краткий анализ ее научной и педагогической деятельности. Приведены воспоминания ее коллег, друзей и учеников.

В работе Липкина А.И. дается краткое изложение современного состояние спора между «конструктивизмом» и «реализмом», который разворачивается в философии естественных наук. Показывается, что переход к двухуровневой структуре физического (и естественнонаучного) знания дает новые возможности для решения этого спора. В предлагаемом варианте двухуровневой структуры физического знания «конструктивизм» и «реализм», «рационализм» и «эмпиризм» не противопоставляются, а сложно сочетаются друг с другом. При этом в эмпиризме мы от позитивистского принципа «наблюдаемости» переходим к принципам «приготовляемости» и «измеряемости», а от категориальной пары «конструктивизм-реализм» к двум парам «искусственное - естественное» и «идеальное – реальное».

В работе Мануйлова В.Т. рассматривается происхождение, место и роль «конструкций» (построений) в математике XVII-XVIII в.в., выявляются онто-гносеологические основания конструктивности математического знания в этот период. Основные математические теории рассматриваемого периода – аналитическая геометрия и классический математический анализ – строятся «генетическим» способом, в основе которого лежит геометрическая конструкция античной математики, расширенная применением метода координат и методов дифференцирования и интегрирования. Основные математические понятия этого периода – «действительное число», «функция действительного переменного», «производная», «интеграл», «континуум» вводятся методом «геометрической конструкции». В качестве главных методов рассуждения используются методы анализа и синтеза.

Гносеологические основания конструктивности математического знания этого периода сформулированы в философии классического рационализма (Р. Декарт, Г.В.Ф. Лейбниц – предшественники аналитического направления в современной философии математики) и в философии математики И. Канта («дедушки немецкого конструктивизма»). Обосновывается неустранимость геометрических представлений в современной математике, невозможность «полной арифметизации анализа», сведения «геометрической конструкции» к арифметической.

Михайлова Н.В. отмечает в своей работе, *что* любая обоснованная теория феноменологична. Граница между проверяемым и непроверяемым в математике – сложнейшая проблема современной философии математики, для решения которой необходимо переосмысление онтологического основания всего математического знания. Натуральный ряд чисел, как идеализация количественных закономерностей, для больших совокупностей искажает реальную ситуацию. В связи с развитием абстрактной теории дискретных автоматов типа машины Тьюринга проблема сколь угодно больших натуральных чисел влияет и на отношение понятия “конструктивности” к оценке конечного числа шагов тех или иных преобразований, которые заведомо не реализуемы. Модель неархимедовой арифметики можно рассматривать как один из финитных формализмов структуры реальности. Свойства пространства на малых расстояниях не описываются евклидовой геометрией. Нет никаких философских оснований предполагать, что ограничения, накладываемые финитизмом Гильберта, столь уж необходимы для исключения элементов математического мышления. В современной философии математики проблема бесконечности обсуждается не только как проблема актуальной и потенциальной бесконечности или проблема континуума, но и как проблема не-измеримости, не-разрешимости и не-вычислимости. Внедрение вычислительной техники в область математических доказательств требует осмысления новых подходов к современной математике, что в свою очередь побуждает к обсуждению проблем оптимальной финитизации.

В статье Мороз В.В. выявляются онто-гносеологические аспекты логической составляющей математического знания в русской философско-математической традиции конца XIX – начала XX вв, представленной во взглядах представителей Московской философско-математической школы, идеях П.А. Флоренского, Н.Н. Лузина, А.Ф. Лосева. Автор реконструирует точки зрения указанных мыслителей, рассматривая их идеи в контексте процессов, происходящих в развитии логического знания в России конца XIX – начала XX вв. Выявляется и формулируется общая для данного периода позиция: формально-логическая составляющая неотделима от содержательного аспекта мышления, более того, содержание мысли определяет способы ее формализации. В статье утверждается и обосновывается, что при всем разнообразии взглядов в рамках русской философско-математической традиции можно выделить единый подход, выражающийся в том, что логика исследования математических объектов определяется их спецификой и поэтому в зависимости от природы изучаемых объектов законы логики могут и должны варьироваться.

Примечания к статьям сборника сделаны постранично. Библиография в конце статей. Библиографические ссылки в тексте, в квадратных скобках, с указанием номера источника в библиографическом списке и номеров страниц. Статьи снабжены резюме, помещенными в начале каждой статьи.

Сборник может быть полезен специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; он может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

В.Т. Мануйлов

Арепьев Е.И.
(*Курск*)

СУЩНОСТНОЕ ИСТОЛКОВАНИЕ БАЗИСНЫХ ПОНЯТИЙ И ИСТИН АРИФМЕТИКИ В НАПРАВЛЕНИЯХ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ КОНЦА XIX – XX ВЕКА*

В статье предложено обозрение и систематизация представлений о связи основных понятий и истин арифметики с действительностью и процессом познания в ряде наиболее значимых направлений философии математики и программ обоснования математического знания.

* * *

Арифметическая составляющая оснований математического знания выступает в роли одной из наиболее значимых компонент. Практически все программы оснований и философии математики рассматривают арифметику либо в качестве базиса математики, либо пытаются аргументировать возможность подведения под арифметику некоторой иной основы (например, логической, теоретико-множественной и др.) с тем, чтобы доказать, что эта основа и служит фундаментом математики. Таким образом, признание фундаментального статуса арифметики для математического знания не нуждается в какой-либо изощренной аргументации. Это положение является фактически общепризнанным.

Что касается базисных истин и объектов самой арифметики, то традиционно и, на наш взгляд, вполне обоснованно этот вопрос сводится к построению и обоснованию натурального ряда чисел. Исходя из этой установки, мы попытаемся построить вариант описания связи арифметической составляющей математики с действительностью и процессом познания, обобщающий аргументы и установки ряда наиболее влиятельных философско-математических течений и программ обоснования математики прошлого столетия.

Предвосхищая и предопределяя идеи аналитической философии, Г. Фреге предпринимает развернутое логико-лингвистическое

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

исследование и содержательное обоснование понятия числа. Натуральные числа трактуются этим мыслителем с объективистских, реалистических позиций, они включаются им в структуру действительности. Это общеизвестно, так же как то, что Фреге предполагал возможность сведения арифметической составляющей математики к логическим основаниям, предполагал возможность доказательства того, что арифметика — это производная часть логики – науки о реальных, объективных законах, отражающих порядок, границы мышления и, одновременно, свойства реальности. Всем известно также, что программа Фреге не была реализована полностью. Препятствием же для ее реализации послужили несколько причин. Если внимательно рассмотреть эти причины, то, возможно, нам удастся дать достаточно адекватную оценку и даже предложить определенное развитие и реконструкцию теоретико-познавательных и онтологических установок Фреге, в свете современного положения дел в математике и ее философских основаниях.

Прежде всего, нас интересуют два положения Фреге. Первое, – что арифметические исходные понятия и истины объективны, включены в структуру бытия, и, второе, – что арифметика является частью логики. Начнем с последнего.

Как известно, система Фреге подпала под действие парадоксов, обусловивших кризис «наивной» теории множеств. Помимо этого, история идей логицизма, программы формализма, вместе с результатами К. Геделя (и другими аргументами), убедительно демонстрируют нам несводимость арифметики к логике. Попытки сведения основ математики (арифметики) лишь к логическим законам не могли дать ожидаемых результатов, кроме результатов, утверждающих неотъемлемость логической составляющей в сущностном фундаменте математического знания. Последнее положение на сегодняшний день становится все более очевидным, в том числе, благодаря все более глубокому осмыслению наследия философии математики прошлого и, в частности, наследия Фреге.

Этот мыслитель, будучи одним из основателей современной математической логики, тем не менее, не смог окончательно избавиться от определенной противоречивости, и непоследовательности в своем содержательном обосновании исходных арифметических понятий – натуральных чисел. Как известно, Фреге определяет числа как множества множеств, или как множества понятий, объемы которых взаимнооднозначно сопоставимы, то есть как множества всех равноэлементных классов. Определяя ноль, как первый элемент натурального ряда, а также единицу и другие числа, Фреге указывает на их сущностную общность. Ноль определяется им как число, соответствующее понятию «неравное себе», или любому другому понятию, под которое ничего не подпадает [23, С.98-99]. Он также дает определение отношения, в котором находятся друг к другу два смежных члена натурального ряда. Фреге говорит, что если понятие F и подпадающий под него элемент x существуют так, что n – это число, соответствующее данному понятию, а m – число, соответствующее другому понятию: «подпадающий под понятие F, но не равный x», то это означает, что число n в натуральном ряду следует непосредственно за числом m [23, С.98-99].

Определив 0 и процедуру следования в натуральном ряду, Фреге говорит, что для определения единицы необходимо показать, что в натуральном ряду существует нечто, следующее непосредственно за нулем. Он рассматривает понятие «равно 0», под которое подпадает 0, и понятие «равно 0, но не равно 0». Под это второе понятие ничего не подпадает. Таким образом, Фреге определяет, что число, соответствующее первому понятию («равно 0»), есть число 1. Тогда число, соответствующее второму понятию, есть число 0, и, по приведенному ранее определению, число 1 непосредственно следует в натуральном ряду за числом 0 [23, С.101]. Далее Фреге демонстрирует возможность выведения из приведенных определений некоторых свойств натурального ряда чисел.

Однако во фрегевском определении единицы можно обнаружить принципиальное отличие от определения остальных чисел. По существу, он определяет числа, например 2, как бесконечное (и даже несчетное) множество двухэлементных множеств, число 4, как бесконечное множество четырехэлементных множеств, число 0, как бесконечное (счетное?) множество пустых множеств, служащих объемами разных понятий: «неравное себе», «круглый квадрат», «треугольный шар» и пр. А вот с определением единицы вопрос встает несколько иначе. Можно сказать, что понятие «равное 0» имеет бесконечный объем, так как под него подпадает бесконечное несчетное множество выражений типа «5 - 5», «3 - 3» и т.п. Даже если считать числа еще не определенными, то их все равно необходимо определять, и объем понятия «равное 0» получается бесконечным. Тогда понятию «равно 0» будут равночисленны понятия бесконечного (несчетного) объема. В итоге получается, что единица определяется Фреге не по аналогии с другими числами (0, 2,3,4…), то есть не как бесконечное множество одноэлементных множеств, а как бесконечное множество множеств, имеющих бесконечный несчетный объем.

В такой интерпретации фрегевское определение единицы можно назвать сомнительным. Если же считать, что под понятие «равное 0» подпадает единственный предмет, то можно подобрать равночисленные понятия так, чтобы их смысл не вызывал сомнений, например, «равное Платону», «равное Сократу», а можно и так, чтобы это опять выглядело сомнительным: «равное 4», «равное 5», «равное 6» и т.п. Ведь если полагать единственным предмет, подпадающий под понятие «равное 0», то под понятия «равное 4», «равное 8» и т.п. также подпадают единственные предметы, что с математической точки зрения опять же сомнительно.

Таким образом, мы видим, что фрегевское понятие единицы нуждается в уточнении, например: объем понятия «быть равночисленным понятию «равное Платону»».

Определения натуральных чисел у Фреге, начиная, по крайней мере, с двойки, предполагают также некоторую динамичность, нестатичность этих понятий. Так, если число 2 есть класс всех пар, или двухэлементных множеств, то создание новой пары, например супружеской, расширяет это множество пар, хотя и не изменяет (в силу бесконечности) его мощность.

Тем не менее, вышеописанные недостатки не являются главными аргументами несводимости арифметики к логике, напротив, их, скорее всего, достаточно легко преодолеть технически. Однако представимость базисных арифметических понятий логическим путем еще не доказывает сущностную тождественность этих основ математики. Онто-гносеологические различия и нетождественность их, как мы отмечали выше, вполне очевидны.

Другая установка Фреге, – о реальности, объективности исходных математических истин и объектов, о включенности их в структуру бытия, – сталкивается с трудностями совершенно иного характера. Фреге отмечает объективность и неизменность, вечность исходных арифметических истин и объектов: «Теоремы арифметики, – пишет он, – никогда не относятся к символам, – они относятся к тому, что представлено символами… …Числа не подвержены изменениям, ибо теоремы арифметики охватывают вечные истины. Стало быть, мы можем сказать, что эти объекты находятся вне времени, а из этого следует, что они не являются субъективными представлениями или идеями, поскольку последние непрерывно изменяются в соответствии с психологическими законами. Арифметические законы не образуют часть психологии» [24, С.100]. Если на ошибочность представления о сводимости арифметики к логике сегодня указывает множество убедительных аргументов, о чем мы говорили выше, то позиция объективизма в философии математики, напротив, находит множество аргументов и убедительнейших подтверждений: объективизм, или реализм, выступает безотказным философским фундаментом работающих математиков, признанные математические истины согласованы и непротиворечивы, даже если это не удается продемонстрировать на уровне формализации, математика неизменно эффективна в практическом преобразовании действительности человеком. Таким образом, на объективность истин математики указывают эмпирические критерии, критерии рационализма, критерий практики и сама история математического знания и его оснований. При этом, математические истины никогда не устанавливаются эмпирическим путем и никогда не опровергаются ни эмпирическими фактами, ни результатами практической деятельности человека, что ясно указывает на их неэмпиричность.

Таким образом, положение Фреге о реальности, объективности математических истин нужно признать весьма убедительным. Это не отметает трудностей с построением онтологической модели оснований математики, раскрывающей связь ее истин и объектов с действительностью. Напротив, данные трудности подчеркиваются тем, что весомые аргументы указывают нам на необходимость их разрешения!

Еще одной важной установкой Фреге, имеющей теоретико-познавательный характер, является представление об априорности исходных арифметических истин. Он говорит, что хотел показать в своей работе аналитичность, априорность арифметических законов. Для Фреге априорность как раз и означает сводимость к логике [23, С.109]. Сейчас, по-видимому, достаточно ясным является то, что несводимость к логике не обязательно должна отрицать априорную сущность исходных понятий и принципов арифметики. Именно такое разграничение позволит наиболее полно оценить позитивную составляющую результатов Фреге: арифметические законы действительно априорны и объективны, реальны, но они не сводятся к логике!

Таким образом, исследования Фреге вносят многоаспектный позитивный вклад в развитие оснований арифметической компоненты математики. Одной из составляющих этого вклада является логическая, или логико-математическая компонента, заключающаяся в незавершенной, но вошедшей в фундамент математической логики программе построения арифметики в виде логического исчисления. Вторая компонента носит онтологический характер и заключается в утверждении объективности арифметических законов и истин. Третья же позитивная установка Фреге состоит в утверждении, что эти законы и истины априорны, то есть относятся к свойствам разума, который, опять-таки, трактуется реалистически, объективистски.

Можно сказать, что Бертран Рассел с той или иной степенью последовательности развивает все три вышеперечисленные идеи Фреге. Однако, как известно, Рассел неоднократно меняет взгляды в ходе своей творческой эволюции. Наверное, наибольшую последовательность он соблюдает в представлениях о сводимости арифметики и всей математики к логике. Рассел и Уайтхед в своей совместной работе «Principia Mathematica» [27] используют определение числа как множества всех равноэлементных множеств, данное Фреге, считая его наиболее правильным. В результате, базисным понятием арифметики становится понятие множества, через которое определяется понятие числа. Однако Рассел рассматривает возможность избавления также и от понятия множества. Он говорит, обращаясь к теореме Кантора, что число классов сущностей будет больше, чем самих сущностей, поэтому признание классов (множеств) в качестве сущностей порождает проблемы. Поэтому хорошо, отмечает Рассел, что все утверждения, в которых фигурируют классы, могут использоваться без предположения о том, что классы (множества) действительно существуют [21, С.149-151]. Числа и множества, по Расселу, – это логические фикции.

Рассел развивает принцип Оккама, говоря, что нельзя обосновывать онтологический статус объектов там, где без этого можно обойтись, или где это может быть сомнительным. Распространенную точку зрения о том, что целые числа, или, по крайней мере, число 1, являются сущностями, не удается опровергнуть, но, говорит Рассел, можно доказать, что математики не в состоянии это обосновать [20, С.173-174]. Рассел также ставит вопрос о существовании универсалий. Он говорит, что слова, являющиеся именами, можно осмысленно употреблять в атомарных предложениях любого рода. Существуют еще слова-отношения. Они могут быть включены в некоторые атомарные предложения в случае, когда они содержат соответствующее число имен. Рассел говорит, что универсалии – это значения слов-отношений (тех слов-отношений, значения которых существуют). Слова-отношения не имеют значений сами по себе, как например слова «если», «или» и др. Так, Рассел указывает, что отношение сходства различных объектов существует, является реальным элементом, свойством действительности. Поэтому, говорит он, мы вынуждены признать существование универсалий, по крайней мере, существование сходства. А в этом случае нет никакой необходимости изобретать средства избавиться от других универсалий [19, С.390; 393-394].

Представляется вполне очевидным, что эволюция взглядов Рассела, по крайней мере, в отношении философии математики, содержит в себе долю регресса, уменьшения порядка и тенденцию к противоречиям. В частности, Рассел пересматривает реалистическую трактовку Фреге математических истин и объектов, признавая, в то же время, фрегевское определение числа. Получается буквально следующее: Рассел согласен с Фреге, что числа – это объемы понятий («быть равночисленным понятию…»), Рассел определяет универсалии как значения слов-отношений (там, где эти значения существуют), и, наконец, Рассел объявляет, что нет никакого смысла отрицать существование универсалий, но, в то же время, объявляет числа фикциями! Получается, что отношение равночисленности не обладает реальностью, в отличие от отношения сходства. Такой ход рассуждений, на наш взгляд, указывает на неубедительность сделанных Расселом выводов. Поэтому можно с определенным основанием сказать, что наибольшую ценность и потенциальную перспективность для философии математики имеют онто-гносеологические воззрения Рассела, согласующиеся с реалистической позицией Г. Фреге.

В рассмотрении фундаментальных основ математики Рассел выстраивает иерархическую структуру. Он утверждает, что арифметическая составляющая предшествует геометрической: «Вся традиционная чистая математика, включая аналитическую геометрию, может рассматриваться как состоящая полностью из суждений о натуральных числах. То есть термины, которые она содержит, могут быть определены через натуральные числа, а ее утверждения могут быть выведены из свойств натуральных чисел, если добавить идеи и утверждения чистой логики» [18, С.71]. Арифметической же компоненте предшествует логическая: «Пеано имел дело с тремя неопределенными терминами и пятью аксиомами. Но когда числа и сложение определяются логически, арифметика не нуждается в каких-либо недоказанных предложениях, кроме предложений логики» [22, С.318]. Таким образом, можно сказать, что отношение исходных математических истин и объектов к действительности и процессу познания, по большому счету, сводятся Расселом к онто-гносеологическим основаниям логики, что, на наш взгляд, не является правомерным.

Против сводимости математики к логике говорит множество убедительных аргументов. Эти аргументы указывают на то, что арифметическая составляющая математики, наравне с геометрической и логической, выступает фундаментальной компонентой этой науки, лежит в ее основе, не сводится к другим компонентам и является в онтологическом и теоретико-познавательном отношении специфичной и значимой. На это, в том числе, указывает и сама история программы логицизма: полностью осуществить сведение математики к логике не удалось, а результаты Геделя (теорема о неполноте) убедительно продемонстрировали принципиальную ограниченность формально-логического подхода.

Таким образом, если наиболее перспективные онто-гносеологические установки Рассела в понимании основ арифметики относятся к идеям, созвучным фрегевской позиции, то установка Фреге о полной сводимости арифметики и, по Расселу, всей математики к логике, должна быть признана несостоятельной.

Л. Витгенштейн, начинавший свою философскую деятельность в качестве ученика Б. Рассела, предлагает свое видение вопроса. Он утверждает, что числа представляют собой формальные понятия, данные вместе с объектами, которые под них подводятся, и, поэтому, такие понятия и подпадающие под них объекты не могут вводиться в качестве исходных. Согласно Витгенштейну, традиционный подход к введению исходных понятий арифметики натуральных чисел, подразумевающий включение в перечень этих понятий понятия числа вообще и понятия конкретного числа (нуля или единицы), неправомерен. Понятие числа, согласно Витгенштейну, есть общее свойство, общая форма всех чисел, есть переменное число [6, С.11;12]. Математика, по Витгенштейну, это языковая игра, и, поэтому, она не нуждается ни в каком обосновании, особенно в логическом. Ее обоснование в самой человеческой активности, математики – изобретатель, а не открыватель [5, С.52;57]. Такая точка зрения в определенной степени близка интуиционистским и конструктивистским принципам обоснования математики. При этом следует отметить, что усмотрение основ математики в деятельности человеческого разума, при достаточно глубоком осмыслении, оказывается далеко не однозначно субъективистской позицией: разумная деятельность выступает полноправной компонентой реальности, и она подчинена вполне объективным, устойчивым законам действительности. Мы не можем произвольно устанавливать правила математических языковых игр, конструирование математических объектов и утверждений не может отождествляться с фантазированием, и, таким образом, арифметика и математика не субъективны.

Следует отметить, что позиция Витгенштейна по этому, как и по ряду других вопросов, несколько непоследовательна, противоречива и, в связи с этим, не слишком проясняет природу математики. Так, он отмечает определенную объективность логических и математических законов, говоря о том, что невозможно выразить в языке нечто нелогичное, так же как в математике (геометрии) нельзя описать нечто, противоречащее ее законам. Логические и математические истины предстают у Витгенштейна в виде выражения возможного. Такая интерпретация вполне адекватна, но, в то же время, связана с ошибочными представлениями о невозможности выразить в языке нечто нелогичное или описать в геометрических терминах объект, противоречащий свойствам пространства.

Р. Карнап, как и Витгенштейн, проявляет явную непоследовательность. Будучи представителем неопозитивистской ветви аналитической философии математики, он высказывает, тем не менее, вполне определенную онтологическую позицию. Так, Карнап утверждает, что формулы логики и математики не говорят сами ничего о действительности, но служат для преобразования высказываний о действительности. Истины математики и логики являются истинными уже в силу своей формы, и, поэтому, эффективны в языковых системах науки. Однако, говорит Карнап, эффективность того или иного языкового средства никак не может нам помочь в определении того, действительно ли средства выражения близки по своему характеру к свойствам реальности: «Язык вещей в обычной форме в самом деле работает весьма эффективно для большинства целей повседневной жизни. Это – фактическое положение, основанное на содержании нашего опыта. Однако неверно было бы описывать эту ситуацию следующим образом: «факт эффективности языка вещей есть свидетельство, подтверждающее реальность мира вещей». Вместо этого мы скорее сказали бы: «Этот факт делает целесообразным принятие языка вещей»» [10, С.3].

Такая позиция, несомненно, противоречит критериям истинности, предъявляемым эмпиризмом, рационализмом, критерию практики и, наконец, здравому смыслу. Карнап, для того чтобы оставаться последовательным позитивистом, здесь практически впадает в нигилизм и скептицизм. Он старательно игнорирует очевидный вывод, что эффективность некоторой языковой системы для описания определенной предметной области должна быть причинно обусловлена, и что наиболее вероятной причиной такой эффективности может служить значительная степень соответствия положений данной системы состоянию дел в описываемой предметной области.

По мнению Карнапа, вопрос об онтологическом статусе чисел до сих пор не сформулирован в научных терминах, и пока это не сделано, считает он, мы вправе рассматривать его как псевдовопрос, как вопрос, имеющий теоретическую форму, но на самом деле теоретическим не являющийся: «в данном случае это практический вопрос о том, включать или не включать в язык новые языковые формы, образующие каркас чисел» [10, С.4]. Таким образом, онтологическая проблема заменяется проблемой логико-лингвистического характера, то есть проблемой формирования языкового каркаса. При этом Карнап, как и Рассел, игнорирует значимый для теории познания результат, утверждающий, что практика выступает критерием истинности знания [2, С.3-14], то есть критерием определенной степени его соответствия действительности, демонстрирующий, что практическая эффективность языкового каркаса должна свидетельствовать в пользу его достаточной адекватности реальному положению вещей.

Еще один представитель аналитической философии, – У. Куайн, – придерживаясь достаточно традиционной позиции, состоящей в признании базисным понятием арифметики понятия множества (класса), в то же время указывает на допустимость элиминации абстрактных понятий, в частности – классов, с номиналистических позиций. Однако он признает, что такое устранение порождает множество трудностей, которые периодически приходится преодолевать постфактум, то есть после того, как более сильные математические теории, предполагающие более обширные онтологические допущения, позволяют нам справиться с текущей задачей [11, С.9; 12, §§ 7.7,7.8]. Представляется естественным заключить, что если мы признаем практику в качестве адекватного, значимого критерия истинности, то большая функциональность математических теорий с широкими онтологическими допущениями, отмечаемая Куайном, должна истолковываться как свидетельство большего соответствия действительности и ее свойствам именно таких теорий, онтологические основы которых предполагают реалистическое истолкование исходных истин и абстрактных объектов. Куайн, однако, такого заключения не делает.

Близкий по духу своей философии к позиции У. Куайна, Х. Патнем развивает идеи Канта, говоря о том, что познать мир таким, каков он сам по себе невозможно, что стремление к этому ведет нас ловушку неразрешимых проблем. Сознание, говорит Патнем, не творит и не копирует мир. Сознание и мир совместно создают сознание и мир. В отношении математики Патнем утверждает существование математического мира, творимого человеческой математической практикой[1]. Можно отметить, что позиция Патнема допускает вариативные интерпретации и оценки. В качестве одного из приемлемых допущений вполне уместно предположение о том, что Патнем признает силу аргументов, указывающих на адекватность реалистического понимания природы математики, но из-за отсутствия сколько-нибудь убедительной конкретной интерпретации такой версии он вынужден искать способы обхождения трудностей, в том числе – путем варьирования и ограничения самого понятия реализма.

Курт Гедель, непосредственно связанный в своем научном творчестве с Венским кружком, аналитической философией и логицизмом, отстаивает позицию, согласно которой математика имеет дело с объектами и истинами, существующими объективно, до и независимо от создания математических теорий в некотором внечувственном мире, постижение которого доступно человеку при помощи особой способности, аналогичной чувственному восприятию, но несхожей с ним[2]. Рассматривая позицию раннего Рассела по этому вопросу, Гедель отмечает, что арифметика является областью элементарной неоспоримой очевидности, наиболее близко сравнимой с чувственным восприятием, и что законы математики и логики (как считает и ранний Рассел) аналогичны по своей сути законам природы [7, С.239].

---

[1] Подробнее об этом см.: [14, С.66-68]

[2] Об этом подробнее см.: [16, С.58 и далее]; см. также: [26].

Таким образом, Гедель во взглядах на онтологические основы арифметики является продолжателем реализма Фреге.

Можно заключить, что онтологическое и гносеологическое истолкование основ математического знания и, в частности, арифметической их составляющей, в концепциях представителей логицизма и аналитической философии, включает, помимо прочего, устойчивую реалистическую тенденцию. Обобщение реалистических взглядов аналитиков на природу арифметики в настоящее время может предложить нам следующую картину: большей частью авторов признается убедительная сила аргументов в пользу реалистического понимания исходных объектов и истин арифметики, подразумевающего их объективность, их соответствие свойствам реальности, их включенность в структуру действительности. Однако, вместе с тем, весьма устойчивым, если не доминирующим является представление о проблематичности, или даже невозможности построения убедительной модели онто-гносеологических основ арифметики и математики в целом. Поэтому, за исключением Фреге и Геделя, практически все рассматриваемые мыслители тяготеют к истолкованию математики, допускающему компромисс вышеуказанных установок, либо путем преобразования понятия реализма, либо путем аргументации принципиальной невозможности или ненужности выявления свойств и характера связи исходных арифметических истин и объектов с действительностью, либо иными способами. Подобная позиция (вернее их типовой набор), на наш взгляд, бесперспективна и является уклонением от проблемы, которую необходимо обозначить как можно четче. Только в таком случае есть надежда на ее разрешение в обозримом будущем. Как справедливо отмечает В.Я. Перминов, «основная проблема современной философии математики состоит в том, чтобы прояснить отношение математических понятий к аспектам реальности, составляющим онтологическое основание математического мышления» [16, С.60]. Рассмотрение подходов к истолкованию природы арифметики и арифметической составляющей основ математики в концепциях логицизма и аналитической философии позволяет сделать вывод о необходимости построения современной онто-гносеологической модели, соответствующей всем ожиданиям, которые неизменно обуславливают многочисленные весомые аргументы в пользу реализма.

В определенной мере схожая ситуация наблюдается в ряде других направлений философии математики, в программах ее обоснования. Так, Давид Гильберт во многом разделяет взгляды Фреге на природу чисел. Вместе с тем, однозначного мнения о понятиях арифметики как о производных от законов логики у Гильберта нет. Наоборот он выделяет арифметические понятия в категорию фундаментальных и ставит их наравне с законами логики в основании математического знания: «Обычно характеризуют арифметику как часть логики и при обосновании арифметики чаще всего предполагают традиционные основные понятия логики известными. Однако, присматриваясь более внимательно, мы замечаем, что при обычном изложении законов логики применяются уже некоторые основные понятия арифметики, например понятие множества, отчасти понятие числа, особенно в смысле количества. Мы попадаем, таким образом, в порочный круг, а потому для избегания парадоксов необходимо в некоторой части одновременное развитие и законов логики, и законов арифметики» [8, С.400][3].

О связи чисел натурального ряда Гильберт и Бернайс утверждают также следующее: «Характер этой связи таков. Пусть нам дана какая-нибудь конкретная (и, значит, конечная) совокупность объектов. Предположим, что мы перебираем друг за другом объекты этой совокупности и приписываем им по порядку в качестве номеров цифры 1, 11, 111. Когда все эти объекты будут исчерпаны, мы дойдем до некоторой вполне определенной цифры n. Учитывая характер ее происхождения, естественно назвать эту цифру порядковым числом указанной совокупности при заданном способе перечисления» [9, С.55]. Таким образом, в большинстве высказываний Гильберт придерживается идеи главенства порядковой характеристики в формалистской концепции арифметики. Но в работе «Об основаниях логики и арифметики» обнаруживается противоречие такого подхода и выделяется важность количественной характеристики числа, которую, по его мнению, невозможно выразить посредством законов логики [8, С.400]. В связи с тем, что сами числа, по словам Гильберта, выступают абстрактными конструкциями, их гносеологическое значение определяется связью между цифрами и понятием количества. То есть, несмотря на абстрактность понятия числа в формалистском истолковании арифметики, значение чисел заключается именно в их

[3] Подробно об этом см.: [1, С.5-13].

связи с реальными процессами действительности, выражающимися в количественных характеристиках[4].

Предложенная Гильбертом онтологическая трактовка основ арифметики оперирует понятием «мыслимой вещи», под которое он как бы подводит два объекта, обозначаемых символами «1» и «=». Такое содержательное обоснование вряд ли можно считать достаточно строгим с философской точки зрения, однако далее Гильберт высказывает вполне определенную онтологическую позицию. Он говорит, что комбинирование и повторение указанных символов будет приводить к построению различных комбинаций, конструкций, которые можно разделить на два класса – на существующие и несуществующие конструкции. Здесь, по-видимому, Гильберт утверждает критерий объективности арифметических высказываний, выражающийся в их осмысленности [8, С.400-401; 1, С.5-13].

В теоретико-познавательном отношении позицию Гильберта современные исследователи справедливо характеризуют как априористскую: ««Школьная математика» Гильберта, на основе которой он хотел дать абсолютное обоснование непротиворечивости всех математических рассуждений, представляет собой не что иное как такого рода априорное знание, абсолютное и не подверженное эмпирической критике. Так же, как и интуиционисты, Гильберт надеялся обосновать математику на априорных началах, придав им, однако, более строгое, собственно математическое определение» [16, С.8]. Таким образом, в программе формализма онтологические и гносеологические принципы трактовки арифметики имеют ярко выраженные объективистские и априористские тенденции, которые дополняются фактическим признанием фундаментальности арифметической компоненты для математики в целом.

Если вопрос о фундаментальном для всей математики статусе арифметики обсуждается в формализме, и, как мы видели ранее, признание такого статуса связано с некоторыми сомнениями, некоторой противоречивостью высказываний Гильберта, то в программе интуиционизма, предложенной Л.Э.Я. Брауэром, категорично утверждается не только фундаментальность арифметической составляющей, но и единственность арифметики в том смысле, что именно одна она имеет онтологическую и теоретико-познавательную основу, достаточную для всей математики вообще, и что именно арифметика выступает ба-

[4] Об этом подробно см.: [1, С.5-13].

зисом для построения всех остальных разделов математики [25, P.55,58].

Установка о фундаментальности арифметической составляющей для математического знания не вызывает, на наш взгляд, сомнений, в отличие от утверждения о ее единственности. Аргументами, указывающими на необходимость выделения других фундаментальных и сущностно значимых составляющих оснований математики, выступают и принципиальное различие типов интуиции в арифметике, геометрии, логике, различие исходных очевидностей в этих областях, исторически установленная несводимость математики к одной из них и пр. [3, С.99-108]. По поводу же отношения арифметических истин и понятий к действительности, к процессу познания, Брауэр утверждает, что эти понятия и истины базируются на присущей человеку интуиции последовательности событий во времени, то есть на интуиции, адекватно отражающей некоторое свойство внешнего мира, свойство действительности. Таким образом, арифметическая компонента математики, в трактовке интуиционизма, имеет объективную и, можно сказать, априорную основу[5].

На идейном фундаменте формализма и интуиционизма в XX веке возникает ряд влиятельных течений в основаниях и философии математики, объединяемых под общим названием конструктивизма. Конструктивистский подход к математике не разделяет интуиционистскую установку о первичности для математического знания интуиции последовательности событий. Конструктивисты указывают, что сама эта интуиция формируется под влиянием практической деятельности человека. Таким образом, хотя математическому конструктивизму традиционно приписывается субъективистская позиция, конструктивизм трактует сущностную основу математики как объективную в том смысле, что этой основой являются простейшие, реально наблюдаемые конструктивные процессы [17, С.149]. Содержание математики, согласно конструктивистской трактовке, создается мышлением субъекта, и, в этом смысле, субъективно, однако процесс и результаты такого созидания, конструирования не являются произвольными: «Натуральное число в конструктивной математике – это слово в алфавите, то есть ряд вертикальных штрихов «|». На любом шаге построения можно остановиться, чтобы исследовать, обладает ли полученное число некоторым определенным свойством» [17, С.150-151]. Натуральные числа, являющиеся базисными объектами арифме-

---

[5] Подробнее об этом см.: [13, С.70-80].

тики, выступают как конструктивно определяемые объекты, то есть группы элементарных знаков, строящихся на основе определенных правил. Выделяются различные типы знаков в конструктивной математике «… В одних случаях они являются объектами изучения, в других случаях – техническими средствами, применяемыми для записи алгоритмов, понятий, суждений и т. п. При этом определение групп знаков, относящихся к какому-либо конкретному типу, обычно осуществляется посредством задания тех или иных правил конструирования» [17, С.150].

Здесь сама собой напрашивается аналогия бытийных и познавательных основ математики с игровой сферой, в которой мы создаем правила и, действуя по ним, получаем нечто, обладающее определенной самостоятельностью, требующее исследования и предлагающее новые результаты, например, эффективные стратегии шахматной игры. Напрашивается также аналогия с трактовкой математики Витгенштейном, как системы языковых игр, создаваемых и развивающихся согласно принятым правилам. Однако все эти интерпретации, так же как и позиция математического конструктивизма, нуждаются в дополнении, состоящем в учете аргументов, опирающихся на критерии эмпиризма, рационализма, критерий практики, и указывающих на объективность, реальность математических истин, на их соответствие действительности. Конструктивистский подход, так же как и интуиционистский, отражает деятельностную компоненту действительности, но отнюдь не доказывает субъективность природы математики.

В русской философско-математической традиции значительное влияние имеют аритмологические идеи Н.В. Бугаева, относящиеся к разделам математики, исследующим разрывные функции, прерывистые множества, последовательности, процессы и пр. Бугаев, по-видимому, впервые «…использует термин «аритмология» для обозначения идеи прерывности, свойственной, по его мнению, всему формирующемуся миросозерцанию, грядущему на смену аналитическому миросозерцанию, основанному на идее непрерывности» [15, С.113]. Арифметика натуральных чисел также входит в состав аритмологических дисциплин и трактуется Бугаевым как неотъемлемая составляющая фундамента математики, и, в то же время, как форма адекватного отражения, познания и преобразования действительности: «Человек стремится, при помощи числа и меры, возвыситься до идеального состояния, которое обусловливало бы полную власть над внешнею и внутреннею природой и вносило бы гармонию и эстетическое чувство в каждое проявление человеческого духа …при помощи математических истин самым лучшим образом складывается удовлетворение материальных нужд и вносится гармония и порядок в миросозерцание»[6].

Объективистское понимание математических и, в частности, арифметических истин свойственно и П. Флоренскому. Считая центральными теоретико-познавательными понятиями для математики понятия множества (группы) и функции, Флоренский говорит о числах как о первичных категориях бытия и мышления, что ясно указывает на объективистское, реалистическое истолкование природы арифметики. Этот мыслитель практически разделяет пифагорейскую установку о выразимости всего при помощи чисел и утверждает, что математика содержит в себе описание всех возможных закономерностей действительности [15, С.123-127].

Созвучная онто-гносеологическая позиция в понимании основ математики представлена учением другого выразителя русской версии философско-математического синтеза – А.Ф. Лосева. Согласно А.Ф. Лосеву арифметическая составляющая является фундаментом математики. Математика выступает у него как развитие понятия числа, и, в то же время, как отражение механизма превращении в сознании хаотичного в структурно-смысловое [15, С.129 и далее]. Очевидно, что арифметическая составляющая математики в концепции Лосева, так же как и других русских представителей философии математики, выступает как фундаментальная для математики компонента, обладающая теоретико-познавательной и онтологической значимостью, и понимаемая с объективистских, реалистических позиций, как адекватное абстрактное отражение наиболее общих свойств бытия, действительного мира.

Обобщая вышеизложенное, мы можем заключить, что в перечисленных направлениях и концепциях философии математики в отношении онтологических и гносеологических основ арифметической компоненты математического знания наблюдается устойчивая тенденция, которая характеризуется признанием фундаментальности этой составляющей математики, признанием, по крайней мере, наличия весомых аргументов в пользу объективистского, реалистического понимания ее базисных истин и объектов, в пользу их априорной данности человеку. Можно заключить также, что самым главным ар-

[6] См. [4, С.28]. Приводится по: [15, С.118].

гументом против реалистической трактовки основ математики выступает устойчивое отсутствие приемлемой онтологической модели, раскрывающие связь математических истин и объектов с действительностью! На основе этого аргумента и выдвигаются различные антиреалистические трактовки математического знания, безуспешно пытающиеся игнорировать все многочисленные свидетельства объективности положений математики. Адекватным же выводом из этой ситуации, на наш взгляд, должно стать признание необходимости построения современной приемлемой версии реалистической интерпретации оснований математики, несмотря на всю сложность этой задачи.

Литература

1. Алябьев Д.И. О теоретико-познавательном и онтологическом статусе основных понятий арифметики в программе Д. Гильберта // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. – С. 5–13.
2. Арепьев Е.И. Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций // Актуальные проблемы социогуманитарного знания. Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XVI. – М.: Прометей, 2003. – С. 3–14.
3. Арепьев Е.И. О сущностном фундаменте математики и ее арифметической составляющей / Е.И. Арепьев // Философская Россия 1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 99–108.
4. Бугаев Н.В. Математика как орудие философское и педагогическое: Речь, произн. в торжеств. собрании Имп. Моск. ун-та 12.01.1869. – 2-е изд. – М., 1875. – С. 28.
5. Витгенштейн Л. Замечания по основаниям математики // Философские работы. Часть II, книга I. – М., 1994. – С. 52,72.
6. Витгенштейн Л. Логико-философский трактат // Людвиг Витгенштейн Философские работы. – Ч. I. – М.: Гнозис, 1994. – С. 11, 22. (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)
7. Гедель К. Расселовская математическая логика / К. Гедель // Рассел Б. Введение в математическую философию. Избранные работы [Текст] / Бертран Рассел; вступ. статья В.А. Суровцева; пер. с

англ. В.В. Целищева, В.А. Суровцева. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. – С. 239.

8. Гильберт Д. Об основаниях логики и арифметики // Гильберт Д. Избранные труды. Т. I. – М.: Факториал, 1998. – С. 400;

9. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Т. I. – М.: Наука, 1982. – С. 55.

10. Карнап Р. Эмпиризм, семантика и онтология // Карнап Р. Значение и необходимость: Исследование по семантике и модальной логике. – Биробиджан, 2000. – С. 3. (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)

11. Куайн У. Вещи и их место в теориях / Перевод выполнен А.Л. Никифоровым. Quine W.V. O. Things and Their Place in Theories. The Belknap Press of Harvard University Press. Camb., Mass., 1981, pp. 1 – 23 / – С. 9. (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html);

12. Куайн У.В.О. Слово и объект / Перевод Т.А. Дмитриева // http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_ 22dec2006.html - §7.7, §7.8.

13. Левченко А.С. Онто-гносеологические аспекты интуиционистского истолкования арифметики / А.С. Левченко // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. – С. 70–80.

14. Макеева Л.Б. Философия Х. Патнэма. – М., 1996. – С. 66–68. (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)

15. Мороз В.В. Смысл чисел в концепциях выразителей русской версии философско-математического синтеза / В.В. Мороз // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. – С. 113.

16. Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – С. 8.

17. Побережный А.А. Арифметическая составляющая конструктивной математики / А.А. Побережный // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. – С. 149.

18. Рассел Б. Введение в математическую философию. Избранные работы / Бертран Рассел; вступ. статья В.А. Суровцева; пер. с англ. В.В. Целищева, В.А. Суровцева. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. – С. 71.

19. Рассел Б. Исследование значения и истины. – М.: Идея-Пресс: Дом интеллектуальной книги, 1999. – 399 с. (ссылка приводится по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html) – С. 390, 393–394.

20. Рассел Б. Логика и онтология // Рассел Б. Философия логического атомизма. – Томск: Водолей, 1999. – С. 173–174.

21. Рассел Б. Логический атомизм // Рассел Б. Философия логического атомизма. – Томск: Водолей, 1999. – С. 149–151.

22. Рассел Б. Человеческое познание: его сфера и границы. – М., 2000. – С. 318 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html).

23. Фреге Г. Основоположения арифметики: Логико-математическое исследование понятия числа. – Томск: Водолей, 2000. – С. 98–99.

24. Фреге Г. Целое число // Философия науки – № 2 (21). – 2004. – С. 100. (приводится по электронному изданию http://www.philosophy.nsc.ru/journals/philscience/2_04/07_frege.htm)

25. Brouwer L.E.J. Intuitionism and formalism // Bulletin (New Series) of the American mathematical society. Volume 37, Number 1. – P. 55, 58.

26. Gödel K. What is Cantor’s continuum problem? // Philosophy of mathematics. Selected readings. New York, 1964.

27. Russell B., Whitehead A. Principia Mathematica. – Volume I-III – Cambridge At the University press, 1910–1913.

Кочергин А.Н.
(Москва)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ АНТРОПОЛОГИИ И ПЕДАГОГИКИ

Личность – единственная реальность,
которую мы познаем и одновременно
создаем изнутри (Эммануэль Мунье).

Резюме

В статье обсуждается вопрос о том, каким должно быть понимание личности, делающее педагогическую антропологию конструктивной.

* * *

Глобальные проблемы резко обострили интерес к человеку как центральной фигуре – субъекту и объекту практической деятельности, познания, обучения и воспитания. Возрастание значения «человеческого фактора» в условиях усиления взаимозависимости мира проявляется практически во всех сферах человеческой деятельности. Активизация тех сторон человеческой деятельности, которые непосредственно определяются свойствами и особенностями самого деятеля, становятся одной из центральных задач и в решении глобальных проблем. Опыт прошедшего века дает множество подтверждений того, что решающим фактором социальной жизни являются не технологические структуры, сколь бы совершенны они ни были, а творческие силы людей. Способность управлять машинами, цели, установки, которыми руководствуются люди, эффективная социальная организация, необходимые навыки интеллектуальной и практической деятельности, возможность раскрывать все творческие потенции – определяющие моменты современной жизни общества. Обращение философии и педагогики к человеку, проблемам его бытия в мире, проблемам образования и воспитания отвечают современным насущным запросам социальной практики. В современном мире роль человека возрастает как в позитивном, так и негативном плане. Человек создал своей деятельностью глобальные проблемы, ему же их и решать. Человек в этих условиях становится центральным звеном стратегии выживания. Поэтому обращение к человеку как объекту и субъекту практической и познавательной деятельности, образования и воспитания важно как с теоретической, так и практической точек зрения. В настоящее время человек является объектом анализа все более дифференцирующего множества научных дисциплин. В этих условиях человек как бы «распадается» на большое количество отдельных его «проекций», утрачивая в глазах исследователей свою целостность. Отсюда следует необходимость преодоления гипертрофии аналитического, узкоспециализированного подхода к человеку, что позволит более четко представить его сущность и механизм формирования и усвоения знаний и ценностных ориентаций, без чего не может быть конструктивной педагогической антропологии и педагогики. Для педагогической антропологии и педагогики особенно важно уяснение того, что есть человеческая личность [1].

Представление о социальной сущности человека определяет собственно человеческую сферу бытия, позволяя тем самым решить проблему соотношения природного (биологического) и социального в развитии человека: в ходе генезиса человека осуществляется диалектическая замена природного (биологического) социальным – на структуры биологического характера накладываются социальные структуры, в определенных отношениях подчиняя себе первые. Что это значит? В качестве иллюстрации проанализируем следующий тезис – речь идет о нравственных аспектах человеческого поведения. Одна из имеющихся здесь позиций заключается в том, что и формирование морали, и передача моральных норм от поколения к поколению, т.е. воспитание, обусловливаются действием механизмов биологического порядка: в первом случае – естественным отбором, во втором – генетическими факторами. Не отрицая полностью значения социальных факторов, социальной среды, сторонники данной точки зрения исходят из первичности биологических предпосылок. «Можно с большей долей уверенности утверждать, - пишет один из них, - что эмоции человечности, доброты, рыцарского отношения к женщинам, к старикам и охрана детей, стремление к знанию – это те свойства, которые направленно и неизбежно развивались под действием естественного отбора и входили в фонд наследственных признаков человека. Они развивались по мере увеличения мозга и удлинения срока беспомощности детей, как развивались мозг, условные рефлексы, разум, память, способность к членораздельной речи. Разумеется, постепенно возникнув, совокупность альтруистических эмоций может быть закреплена как норма поведения и передаваться далее по законам социальной наследственности. Но без генетической основы эта социальная преемственность не имела бы универсальности и стойкости» [9, С. 196].

Но если это так, то правомерно сделать вывод, что в отклоняющемся поведении значительную роль играют биологические факторы. Например, можно посчитать, что имеются биологические наследственные предпосылки преступности. В подтверждение подобной точки зрения приводят обычно данные, свидетельствующие о существовании будто бы корреляции между определенными генетическими отклонениями и статистикой преступлений. Есть критики приведенной точки зрения, ссылающиеся на исследования, говорящие об отсутствии связи между аномалиями хромосомной структуры и преступностью. Но главное, с нашей точки зрения, не в этом. Социализация, т.е. приобщение индивида к социальным нормам, с необходимостью должна протекать противоречиво и приводить к аномалиям в случаях, когда сталкивается с биологическим аномальным материалом. Культура, очевидно, «не рассчитана» на человеческий материал, отклоняющийся от биологической нормы (точнее, биологический материал не должен выходить за определенные границы, ибо понятие «норма» в анатомии, медицине и т.п. весьма неопределенно). Речь, таким образом, должна идти не о генетической предрасположенности к преступному поведению, а о «неспособности» культуры ассимилировать биологически аномальный результат. Следовательно, в случаях такого рода необходимы дополнительные и целенаправленно построенные механизмы социализации, предполагающие отличные от обычных методы воспитания, раннюю диагностику биологических аномалий и т.д. В противном случае возрастание процента отклонений в сфере социального поведения становится неизбежным.

Верно, конечно, что разум человека от рождения не есть «чистая доска». Но дело и не в особых альтруистических потребностях, закрепленных уже на уровне генетического кода. Говорить следует о другом. У человека, как и многих других видов, в процессе биологической эволюции сложился и генетически передается комплекс инстинктов «социального» поведения. Эти инстинкты стадного поведения сыграли, конечно, очень важную роль. Без них не было бы ни человеческого общества, ни морали. Однако между стадными формами поведения животных и человеческими нравами – дистанция огромного размера. Механизмы генезиса и функционирования морали существенно иные. Возникновение морали во многих отношениях означало блокирование наследуемых «социальных» инстинктов путем включения их в специфические культурные формы, задающие подчас траектории поведения, которые прямо противоположны исходным формам поведения. В целом можно утверждать, что отношение биологического и социального в человеке – это подвижное, противоречивое, напряженное единство данных факторов, единство, чреватое всякого рода прорывами, где социокультурному началу принадлежит доминирующее, а биологическому – рецессивное положение. Иными словами, «Культура, т.е. субстанциальный, сущностный процесс саморазвития человеческой истории, есть всегда драматическое, напряженное единство и борьба «исторического» и «природного», есть выражение этого «пограничного» положения человека, создающего свою жизнь, новую субстанцию на основе – и вопреки – другой жизни (в широком смысле, как «жизни природы»), другой субстанции» [8, С. 151]; «Реальное основание личности человека лежит не в заложенных в нем генетических программах, не в глубинах его природных задатков и влечений и даже не в приобретенных им навыках, знаниях и умениях, в том числе и профессиональных, а в той системе деятельностей, которые реализуются этими знаниями и умениями» [4, С. 185 – 186].

Важно обратить внимание на то, что в приведенных утверждениях понятия личности и человека не отождествляются. Дело в том, что категория личности в учебной и методической литературе часто не получает адекватного выражения. Чаще встречаются два типа определений. Одно из них понятие личности связывает с понятием индивидуальности. Так, в одном из учебников утверждается: «Личность – это человек, рассматриваемый не только с точки зрения его общих свойств и черт, а и со стороны его социальных, духовных, физических качеств. Эти качества могут быть как положительными, так и отрицательными, а чаще всего в них сочетаются, хотя и в различных соотношениях, и достоинства, и недостатки» (6, С. 370). Второй тип определения личности исходит из того, что личностью является человек вообще, взятый в его социальном аспекте: «Социальные качества человека делают его личностью» (5, С. 222). И тот и другой подходы не могут не вызвать возражений. Если исходить из того, что личность специфицируется через индивидуальность, то придется признать ее феноменом, выходящим за границы научного анализа. В противном случае пришлось бы допустить столько наук о личности, сколько в обществе существует отдельных личностей. Кроме того, подобный подход малопродуктивен и в смысле тех следствий, которые он позволяет вывести относительно социальной практики. Какие выводы следую из него применительно к задачам воспитания, развития личности? Способствовать тому, чтобы один индивид был максимально непохож на другого, искал бы себе какие-то уникальные формы деятельности и т.д.? Подобное же недоумение вызывает и интерпретация личности, выраженная в определении второго типа – только в этом случае термин «личность» перестает обозначать что-то специфическое, становится просто синонимом социальности человека.

Личность – это лишь один из атрибутов социальной сущности человека. Она выражается не через все качества и свойства, носителем которых является человек. Все люди, составляющие общество, являются социальными существами, носителями социального качества, включены в систему общественных отношений. Однако одно дело быть включенным в систему общественных отношений, а другое - то, как каждый человек сам в нее включается. Один человек может относиться к своей профессии как к скучной повинности, для другого она может быть источником радости и самоутверждения. Выполняя социальные функции, реализуя свои права и обязанности, каждый человек еще и относится к ним определенным образом, по-разному воспринимает и присваивает их. Личность в этом случае характеризуется способом включения данного человека в систему общественных отношений.

Не являются синонимами также понятия личности и индивида. Вот что писал по этому поводу А.Н. Леонтьев: «Наш язык хорошо отражает несовпадение этих понятий: слово *личность* употребляется нами только по отношению к человеку, и притом начиная лишь с некоторого этапа его развития. Мы не говорим «личность животного» или «личность новорожденного». Никто, однако, не затрудняется говорить о животном и новорожденном как об индивидах, об их индивидуальных особенностях (возбудимое, агрессивное животное и т.д., то же, конечно, и о новорожденном). Мы всерьез не говорим о личности даже и двухлетнего ребенка, хотя он проявляет не только свои генотипические особенности, но и великое множество особенностей, приобретенных под воздействием социального окружения; кстати сказать, это обстоятельство лишний раз свидетельствует против понимания личности как продукта перекрещивания биологического и социального факторов. Любопытно, наконец, что в психопатологии описываются случаи раздвоения личности, и это отнюдь не фигуральное только выражение; но никакой патологический процесс не может привести к раздвоению индивида: раздвоенный, «разделенный» индивид есть бессмыслица, противоречие в терминах» [3, С. 175].

Личность может быть рассмотрена в разных подходах, с точки зрения разных научных дисциплин, т.е. в принципе возможно существование нескольких специально-научных теорий личности. Например, с позиции разрабатывавшейся А.Н. Леонтьевым психологической концепции, ядро личности определяется как «иерархия деятельностей», как «соподчинение разных жизненных отношений» и скрывающихся за ними мотивов. Соответственно этому в рамках социологического подхода личность может быть, очевидно, интерпретирована как система соподчинения социальных ролей. «Термин «социальная роль» заимствован из драмы и относится к тому факту, что в общих или повторяющихся ситуациях существует нечто подобное сценарию, который регулирует в некоторой степени деятельность людей. Сценарий детерминирован обычно традиционными способами деятельности, или даже может быть записан формально, обладая предписательной силой, как, например, в случае с рабочим предписанием на фабрике. Способ, которым мы испытываем (переживаем) данный сценарий, определяется тем, как другие ожидают, что нам следует или не следует делать в соответствующих ситуациях» [11, P. 131].

Личность, однако, не есть простой набор тех или иных играемых человеком ролей. Речь должна идти об определенном соподчинении, иерархии. Само по себе исполнение социальных ролей и необходимые для этого предпосылки в виде осознания усвоенных норм еще не делают человека личностью. Скажем, личность гоголевского Тараса Бульбы проявилась не в том, что он выполняет роли отца, казака, атамана и т.д. Характеристику его личности следует искать в том, как он поступил по отношению к сыну-предателю, или в решении продолжить борьбу, когда другие соглашались принять предложенные врагами условия перемирия. Данные поступки свидетельствуют о том, что среди социальных позиций, присущих герою гоголевской повести, некоторые занимают доминирующее положение, подчиняя и блокируя при определенных обстоятельствах, требования, исходящие от всех других ролей. И дело здесь не в своеобразии «социальных, духовных, физических качеств» того или иного индивида. Они, конечно, всегда имеют место. Но не они должны интересовать социолога как ученого. Главное для него – это определенные общие формы, способы и механизмы такого доминирования, соподчинения, иерархизации социальных ролей. Многочисленные, известные из повседневной жизни и литературы примеры показывают, что физические и прочие качества человека проявляются отнюдь не сами по себе, независимо от личностных особенностей. Физически очень сильный человек подчас оказывается гораздо слабее другого, не обладающего подобными данными. В этих случаях говорят о «силе духа». Но что такое сила духа, если не способность следовать определенным нормам («сценарию») вопреки всем другим? Причем в этом смысле личность представляет собой диалектическое единство единичного, особенного и всеобщего.

Итак, ни индивидуальная неповторимость, ни приобщенность к культурному наследию, ни наличие сознания и самосознания сами по себе еще не делают человека личностью, не являются ее характеристиками. Это лишь необходимые предпосылки. Что же, однако, представляет собой ядро личности, ее специфический отличительный признак? Определение личности своим центром должно иметь категорию «выбор», а также ряд соответствующих категорий: «свобода», «ответственность» и т.п. Личность – это та сторона социализированного индивида, те качества, которые определяют его выбор.

Целостность общества не реализуется автоматически. Общество – не муравейник. Здесь действуют люди, наделенные волей и сознанием. Наряду с общими интересами существуют интересы частные, индивидуальные, между которыми возникают сложные коллизии. Количество факторов, из которых в своих действиях должен исходить человек, неопределенно, границы их размыты, а время, отпущенное на принятие того или иного альтернативного решения, ограничено. Все это и выступает в качестве общей предпосылки формирования как в филогенез, так и в онтогенезе особых механизмов выбора. С этой точки зрения, например, все громадное здание человеческой морали служит таким средством, обеспечивающим человеческий выбор. Усвоение этих механизмов индивидом, их интериоризация составляют важнейшую сторону процесса социализации, впрочем, не исчерпывая его. Овладение родным языком, разнообразными навыками и умениями не имеет непосредственного отношения к развитию личности. Поэтому формирование личности в процессе становления социальной сущности человека может идти по не вполне совпадающими траекториями.

Важнейший элемент данных механизмов выбора – ценности. Ценности – это феномены, в которых находят свою форму сущностные силы человека, факторы предпочтения. Они обусловливают значимость тех или иных явлений действительности для человека. Ценностное освоение мира «делает» его соизмеримым человеческим потребностям. Дело в том, что, очевидно, отнюдь не все изменения, привносимые человеком в реальный мир, одинаково приемлемы с точки зрения человеческой природы. Ценности и выступают в качестве средств соотнесения событий и изменений окружающей действительности с собственно *миром человека.* Количество всех возможных траекторий деятельности значительно больше, чем число приемлемых, адекватных человеческой сущности. Факторами, обеспечивающими здесь необходимое соответствие, а значит, основаниями выбора приемлемых для человека форм действительности служат ценности. Вся совокупность форм ценностного освоения действительности составляет аксиологическую сферу культуры.

Исходя из сказанного, можно сделать вывод, что процессы формирования и развития личности по своему содержанию представляют усвоение систем ценностей или их перестройку. Поэтому воспитание (а его сущность и составляет формирование личности) заключается в выработке определенных ценностных ориентаций, предпочтений, определенных установок выбора. Средствами и формами развития личности не могут быть явления и процедуры, аналогичные тем, которые используются в актах научения тем или иным видам деятельности. Подобный вывод вытекает из учета природы ценностей, из того, что ценности определяют не технологию, не операции, посредством которых осуществляется процесс решения некоторой задачи, а позицию деятеля, субъекта.

Между тем в учебной и монографической литературе, затрагивающей, например, проблемы нравственного воспитания, чаще всего нравственность расценивается как особого рода деятельность, в которой нужно упражняться, которая должна давать результаты. Не случайно в большинстве рассуждений о нравственном воспитании говорится о методах, принципах, средствах, навыках, умениях безотносительно к воспитателю. Процесс формирования нравственной культуры представляется как какой-то отчужденный от субъекта процесс, как своего рода химическая реакция и т.п. Действительно, весь ход реакции никак не связан с чувствами и качествами человека, оператора, который реакцию запускает. Поэтому в учебнике химии, конечно, не будут ничего говорить о характере химика, о его моральных качествах. Но в руководствах по нравственному воспитанию не говорить об этом представляется весьма странным.

Вот характерный текст, взятый из учебника педагогики: «Учитель создает в коллективе такие условия, которые требуют от учащихся быть нетерпимыми к проявлениям грубости, нечестности, анархизма, нарушения порядка и т.д. Посредством применения других методов, в частности контроля, оценки поведения учащихся, изменять характер упражнений, постепенно переходя от простейших (например, упражнений в вежливости) к более сложным и важным (например, упражнения в честности, гуманности и т.п.») [7, С. 134]. Насколько можно судить, учитель здесь – нечто среднее между оператором, например, доменной печи, создающим наилучший режим плавки, и тренером, развивающим у своих подопечных прыгучесть, координацию движений или силу. Суть, однако, в том, что моральность – не особый вид деятельности, а отношение к деятельности, отличающее его от всех других аспектов педагогической деятельности. Фундамент воспитания составляют образцы его выбора. Но если обучение деятельности во многих отношениях безразлично к личностным аспектам учителя, то воспитание, по определению, от личности отчуждено быть не может.

Итак, личность репрезентируется прежде всего присущим данному индивиду механизмами выбора. Поэтому до тех пор, пока такие механизмы еще не сформировались, пока индивид и его поведение целиком и полностью направляются нерефлектируемой традицией, о возникновении личности говорить нет оснований. Данное представление о природе личности позволяет существенно иначе взглянуть на проблему гармонического развития личности. Обычно она трактуется как проблема универсального развития способностей человека, разнородности его устремлений и интересов. Разумеется, этот момент имеет значение. Но можно ли сводить все дело только к универсализму деятельности? Гармония в развитии личности должна предполагать в первую очередь не присвоение максимально широкого набора социальных специальностей, реализацию, так сказать, принципа «Землю попашет, попишет стихи». Это, по крайней мере, в современных условиях невозможно. Гармоническое развитие личности означает складывание у индивида таких структур выбора, которые обеспечивали бы оптимальный его вариант, не приводили бы человека к конфликтам и разрывам ни со своими собственными стремлениями, ни с социальными и природными необходимостями. Показательно в этом отношении, что социологи в своих интерпретациях личности фиксируют дисгармоничность в качестве ее важнейшей характеристики. «Двойственность и парадоксы пронизывают человеческую жизнь: инстинкты и культура, индивидуальное бытие и жизненно важные социальные связи, уникальность «Я» и тождественность со всем человечеством; социальные узы связывают и в то же время освобождают человека. Культура открывает человеку мир и в то же время делает человека слепым и глухим» [12, P. 3]. Дело, однако, в том, что противоречия личности – это отражение систем ценностей, которыми она руководствуется. Это особенно важно для периодов времени, когда нравственному кризису способствует идеология, пробуждающая в человеке животные инстинкты. Бессовестная «прихватизация», борьба за передел собственности любыми средствами обесценивают саму человеческую жизнь. Еще К. Юнг предупреждал, что освобождение влечений цивилизованного человека есть страшно разрушительная сила, гораздо более опасная и разрушительная по сравнению с первобытным человеком [10,С. 183]. В то же время, как справедливо подчеркивает Л.П. Буева, «…природа не дала человеку достаточных механизмов торможения агрессивности как внутри-, так и вневидовой. Эти «механизмы» человек выработал исторически, и они закреплены в морали и культуре в целом. Отсюда понятно, что человек становится опасен для себя и окружающих, если эти «культурные тормоза» слабо развиты» [2, С. 84]. Образование и воспитание в основе своей должно иметь духовность, без которой они теряют смысл. Представляется поэтому, что для повышения конструктивности педагогической антропологии и педагогики философская рефлексия над основаниями становления субъекта личностью не является излишней.

Литература

1. Антипов Г.А., Кочергин А.Н. Методология исследования общества как целостной системы. – Новосибирск, 1988.
2. Буева Л.П. Человек, культура и образование в кризисном социуме / Философия образования. – М., 1996.
3. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М., 1977.
4. Маркс К. Энгельс Ф. Соч. Т. 42.
5. Методика семинара по философии. – М., 11975.
6. Основы марксистско-ленинской философии. – М., 1977.
7. Педагогика школы. – М., 1978.
8. Челидзе Д.Л. Что такое история? – Тбилиси, 1978.
9. Эфроимсон В. Родословная альтруизма // Новый мир. 1971, № 10
10. Юнг К. Психологические типы. – М., 1995.
11. Endeman R (ed.). Personally and Social Life. - N.-Y., 1977.
12. Faunce William. Problems of Industrial Society. - N.-Y.? 1968/

Курбатова Е.А.
(Курск)

ДИАЛЕКТИКА МУЗЫКАЛЬНОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО В КОНСТРУКЦИИ ЧИСЛА А.Ф. ЛОСЕВА

Резюме

В статье раскрывается характер взаимоотношения музыки и математики в философии числа Лосева: конструкция числа предстает как тождество противоположностей математического и музыкального компонентов; музыкальная форма, в свою очередь, выражает диалектическое соотношение числа и времени. Раскрывается понятие «гилетическое конструирование», играющее важнейшую роль в понимании Лосевым диалектического тождества математики и музыки. Подчеркивается созвучие многих музыкальных концепций современности лосевским построениям. Делается вывод о необходимости дальнейшего развития идеи Лосева о диалектическом единстве музыки и математик в осмыслении категории числа.

Взаимосвязью между музыкой и математикой интересовались еще в древности. И это неудивительно, поскольку присутствие в музыке математического компонента очевидно. Обратимся к истории. Так, в античности под влиянием пифагореизма огромное значение придавали исследованиям в области теории музыки. И это неудивительно: ведь у пифагорейцев музыка рассматривалась не столько как искусство, сколько как наука, а именно – как наука о числах. Таким образом, музыка была ближайшим приложением арифметики, и многие чисто музыкальные проблемы создавали стимулы для развития математики. В средневековье музыканты часто для придания своим произведениям геометрической стройности пользовались числовыми закономерностями, в том числе и знаменитыми «числами Фибоначчи». Интересно, что и в двадцатом столетии известнейшие композиторы И.Ф. Стравинский и А.Н. Скрябин также экспериментировали с «числами Фибоначчи» и пытались выстроить художественную форму в соответствии с пропорциями «золотого сечения».

Таким образом, связь музыки и математики отмечали в истории и философы, и математики, и музыканты. Не случайно А.Ф. Лосев, занимаясь исследованиями в области античной философии, проникся идеей единения философии, математики и музыки, столь характерной для античной культуры: «Хочется музыки... с затаенной надеждой я изучаю теорию комплексного переменного... И сама-то математика звучит, как это небо, как эта музыка» [6, С. 716].

Несмотря на то, что мысль о тождестве музыки и математики буквально пронизывает многие его исследования, Лосев предлагает свою концепцию музыки лишь в конце 30-х годов. Так, в работе «Музыка как предмет логики», написанной в 1927 году, он отмечает: «Музыка не есть ни материя, ни живое тело, ни психика, и вообще она не есть никакая вещь и никакая совокупность вещей» [8, С. 483]. И далее читаем: «Любое произведение музыкальной литературы предстоит нам в той идеальной законченности и неподвижности, как и всякое произведение изобразительного искусства. Мало того, нельзя указать подлинную сферу бытия, к которой относится музыка…. С этой точки зрения только идеальность численных отношений может быть сравниваема с эйдетической завершенностью музыкального объекта» [8, С. 523]. Таким образом, в своих размышлениях Лосев приходит к одной из важнейших идей своего труда: музыка не предмет психологии, а абстрактная идеальная конструкция – сродни математическому объекту.

Интересно то, что великий философ оказался здесь солидарен с великим композитором, И.Ф. Стравинским, чья философия музыки буквально совпадает с лосевской, хотя вряд ли он был знаком с работами философа. Характеризуя музыкальную форму, Стравинский говорил, что эта форма «гораздо ближе к математике, чем к литературе – возможно, не к самой математике, но к чему-то безусловно похожему на математическое мышление и математические соотношения... Музыкальная форма математична хотя бы потому, что она идеальна...» [13, С. 203]. Здесь следует уточнить: не только «идеальна» (поскольку идеальна любая художественная форма), но отвлеченна, абстрактна. Эта абстрактность музыки лучше всего обнаруживается собственно не в музыкальных текстах, а в литературных произведениях, в живописи, в киноискусстве, которые можно назвать «музыкальными».

В музыке мы находим нечто гораздо более глубокое, чем только «о т р а ж е н и е реальной действительности». Своими средствами музыка непосредственно п р е д с т а в л я е т те действующие силы мироздания, которые осуществляют творение. Но чтобы охватить и зафиксировать их, необходимо абстрагироваться от того, что разделяет эти силы в их конкретности от проявлений в музыке, то есть от физического материала вещей, в том числе и от физического материала музыкальных вещей. То, что останется, составит мир отношений, выражением которого и являются числа. Разумеется, числовые отношения никоим образом не исчерпывают музыкальной красоты и далеки от полного выражения музыкальной гармонии. Мы останавливаемся на них как на важнейшем из компонентов, тесно связанном с неизменным в музыкальной гармонии.

Распространенное в эпоху Возрождения определение музыки как «языка чувств» авторитетно и в наше время. Число же, в качестве объекта математики, понимается как нечто бесстрастное, абстрактное, невыразительное («сухой язык цифр»). В такой интерпретации число есть нечто несовместимое с музыкой и даже опасное для нее: абсолютный рационализм чисел может уничтожить чувственную наполненность и не поддающуюся никаким точным измерениям эмоциональность, непосредственность музыкального образа. Древнее определение музыки как отрасли математики («musica est scientia numeris») представляется тогда бессмысленной и безнадежно устаревшей схоластикой.

В настоящее время числа понимаются как обобщения свойств материального мира. Чтобы серьезно говорить о числах в музыке, необходимо прежде всего уточнить, что под числами подразумеваются первоначально количественные категории. В первую очередь, это – простые величины. В широком смысле сюда относятся также отношения между величинами, так как они также величины. В качестве величин в категорию числа включаются и «отношения отношений», сложные системы, где элементами являются отношения. Общим признаком здесь следует считать категорию отношения, которую можно обозначить также как структуру (или числовую количественную структуру, то есть систему элементов-количеств, находящихся в устойчивой соотнесенности друг с другом).

Эстетическое в числовых структурах есть чувственно переживаемая гармония отношений, «сияние порядка» (Августин), наслаждение красотой, открывающейся чувственному восприятию разумной организованности целого. С этой точки зрения, музыкальное произведение есть сложнейшая система числовых отношений, как бы звуковая структура наивысшего порядка, где красота целого реализуется через согласование множества иерархически расположенных уровней, в каждом из которых соответствующие эстетические качества оказываются отражением в чувственном восприятии слившегося в единое целое комплекса закономерных числовых отношений.

Таким образом, все звуковые элементы музыки могут быть сведены к числам, либо представляют собой числа (количественные отношения). Однако, как справедливо отмечает А.Ф. Лосев, музыка основана на соотношении числа и времени. Она не существует без них, так как она есть выражение чистого времени. А время, в свою очередь, объединяет длящееся и недлящееся. Время всегда предполагает число и его воплощение. Но ведь «без числа нет различения и расчленения, а, следовательно, нет и разума» [8, С. 514]. А число, в свою очередь, есть подвижный покой самотождественного различия смысла (или «одного», «этого», «сущего»). Поэтому в музыкальной форме существуют три важнейших слоя — число, время, выражение времени, а сама музыка есть «чисто алогически-выраженная предметность жизни числа» [8, С. 528]. Музыкальная форма тем самым является реализацией диалектического соотношения числа и времени.

В этих определениях чувствуется неизменный для Лосева диалектический подход к сущности бытия и его проявлениям. Здесь говорится о том, что в музыкальном времени нет «прошлого», так как о прошлом можно говорить, только «уничтожив» предмет, а в музыке есть только настоящее, которое творит будущее. Переживать музыку — значит вечно стремиться к идее и не достигать ее.

Таким образом, музыка теснейшим образом связана с числом, числовыми отношениями, математикой в целом и ее отдельными теориями. Согласно Лосеву, только идеальность численных отношений можно сравнить с эйдетической завершенностью музыкальных образов. Сфера математики — идеальна, так как она не имеет дела с реальными пространственными телами и психикой и т. п. «Теорема верна или не верна сама по себе» [7, С. 714]. Вот к этой чисто идеальной сфере относится музыкальное бытие, а значит, «музыка и математика — одно и то же» в смысле идеальной сферы. Отсюда Лосев делает вывод о тождестве математического анализа и музыки в смысле их предметности. Ведь в музыке происходит прирост бесконечно малых «изменений», «непрерывная смысловая текучесть», неугомонность и «вечная ненасытимость», «беспокойство как длительное равновесие — становление» [8 , С. 420].

Но музыка, будучи тождественна математике, одновременно и противоположна ей. Лосев утверждает, что и музыка, и математика конструируют число, но математика делает это логически, а музыка –

гилетически (от греческого hyle – «материя») и художественно-выразительно, символически.

Выясним, что же является гилетическим конструированием в музыке. Ответ на этот вопрос Лосе находит в платоновском «Тимее»:

«Положим, некто, отлив из золота всевозможные фигуры, без конца бросает их в переливку, превращая каждую во все остальные; если указать на одну из них и спросить, что же это такое, то будет куда осмотрительнее и ближе к истине, если он ответит «золото» и не станет говорить о рождающихся фигурах как о чем-то сущем, – ибо в то мгновение, когда он их именует, они уже готовы перейти во что-то иное...» [7, С. 565].

В этом фрагменте «Тимея» нет ни слова о музыке, но он с поразительной точностью характеризует сущность музыкального конструирования. Музыкальные темы подобны платоновским отливкам из золота – мы часто не в состоянии ответить на вопрос «Что это означает?», когда слушаем музыку. Словесные разъяснения музыки с большей охотой отвечают на вопрос: «какой?», чем «что?».

У Лосева читаем: «Когда мы слушаем музыку, то ясно, что, как музыка ни далека от логики, она требует всего того феноменологического аппарата восприятия, какой нужен и для восприятия раздельных вещей в целях логического мышления над ними. И прежде всего тут необходимо особое sui generis восприятие формы... Ясно, ...что перед нами типичный эйдос... Но какой это эйдос? Чего, собственно, эйдос?... Всякое музыкальное произведение таит в себе некий скрытый эйдос [смысл] ... эйдос этот, однако, не дан, и в этом – вся музыка.» [6, С. 715].

Таким образом, и в музыке, и в математике мы имеем дело с самодовлеющими, «замкнутыми в себе» структурами, но в математике каждый элемент этой структуры имеет четкий смысл, а в музыке этот смысл принципиально нечеток, лишь гипотетически реконструируем.

Охарактеризованная таким образом противоположность музыки и математики выражается и в результатах труда математика и композитора. Математик, вполне «гилетически», «алогично» изобретающий новые теоремы, придает математическому тексту предельную логическую ясность, а композитор создает как бы вторичную гилетическую конструкцию, служащую шифром, кодом, символом некоторого скрытого смысла. И именно такая специфичная символичность музыки является, по Лосеву, решающим признаком, отделяющим музыку от математики. То есть, способ конструирования предмета у музыки и математики разный: «Математика логически говорит о числе, музыка говорит о нем выразительно» [8, С. 499]. Характерно, что чистую музыкальную форму А.Ф. Лосев в дальнейшем планировал рассмотреть как бытие социальное, о чем он упоминал, ссылаясь на свои пока не изданные работы по античной музыке. Смысловая субстанция музыки предполагает, прежде всего, слаженность элементов (в сфере звуковысотности – гармонию). Всеобщая слаженность и упорядоченность в музыке постигается как ее эстетическая ценность. Однако как эстетика, так и логика музыки погружены в чувственное и выражаются в эстетическом удовольствии как одном из аспектов объективации духовного начала.

Таким образом, налицо противоположность музыкального и математического конструирования. Но по всем правилам диалектики эти противоположности должны проникать друг в друга: гилетическая конструкция должна проникнуть в математику, которая как таковая есть парадигма логического конструирования, а логическая конструкция должна содержаться в сфере музыки, являющейся парадигмой гилетического конструирования.

Выше мы рассуждали о гилетической конструкции в музыке. Но возникает вопрос: что же является гилетической конструкцией в математике? Здесь прежде всего необходимо сказать о гилетическом конструировании числа в процессе измерения, хотя эта конструкция и не лежит в области самой теоретической математики. Если представить, что некто разбросал перед нами всевозможные геометрические тела, и нам надлежит измерять их размеры, то получится картина, подобная вышеприведенной платоновской. Из нерасчлененной «бездны» («континуума») «изнедряются» конечные (до конца понятные, анализируемые) структуры – рациональные числа, но числовая «алогическая» бездна никогда не освобождает до конца эту ясную форму: мы имеем дело всякий раз с некоторой рациональной аппроксимацией истинного размера аналогично тому, как мы имели дело с «аппроксимацией» смысла музыкального образа, выбрасываемого, но тут же и поглощаемого бездной музыкального «континуума».

Настолько же, насколько музыка есть отражение действительности, логос музыки есть воплощение в материале звукоотношений некоторых коренных (может быть, даже точнее сказать, предельных) движущих сил вечного становления действительности. Сущность музыкального логоса и состоит в воспроизведении этих предельных факторов музыки (вместе с присущей им внутренней структурой) [6, С. 709], действие которых раскрывается в тождестве противоположностей (диалектике) числа и времени: неподвижного и движущегося; неизменного и изменяющегося;

определенного и беспредельного; структурированного и бесструктурного.

Диалектика заключается в закономерной и необходимой связи противоположных пар и в обусловленном ею закономерном и необходимом переходе одного в другое, где доминирующим является принцип подъема (вперед и вверх), то есть движение от менее организованного к более организованному, от низшего к высшему. Сами категории «менее организованное — более организованное» («менее дифференцированное — более дифференцированное»), «низшее — высшее» предстают как ступени подъема, то есть как определенные величины, движение через которые и создает линию подъема.

К диалектике относится и то, что при переходе качества в свою противоположность свойства исходного состояния частично сохраняются, притом продолжают принадлежать к наиболее существенным, до некоторой степени регулирующим новое качество. Благодаря этому, последующая ступень вбирает в себя свой генезис, который влияет на образование структуры более высокой организованности. Тем самым структура оказывается свернутым генезисом, а логическая необходимость структурных отношений как отражение столь же необходимых пройденных эволюционных ступеней выстраивается в неподвижную лестницу строго и абсолютно пропорционированных качеств-состояний.

Наша характеристика диалектического тождества («тождества-противоположности») музыки и математики была бы неполной, если бы мы дополнительно не подчеркнули взаимной устремленности этих двух сфер друг к другу. В недрах математики дремлет «гилетическая стихия», размывающая самые основы ее логически безупречных построений и, с другой стороны, позволяющая математику придумывать правильные теоремы, которые он не в состоянии немедленно доказать. А музыка из сферы своей «алогичности», из «прикованности к миру чувств» рвется к кристальным построениям математики. В современной музыке мы имеем яркий пример такой «математической» музыки – творчество Софии Губайдуллиной, которой принадлежит собственная концепция истории мировой музыки, с присущим ей строго научным подходом выраженная в трех таблицах, представляющих собой кольцо. В определенном смысле С. Губайдуллиной удается «проверить гармонию алгеброй», если принять во внимание ее слова: «чувство – это всего лишь число, но и число иногда может быть чувством, потому что мир един» [12, С.32].

Таким образом, конструкция числа А.Ф. Лосева является по существу подлинно научным вкладом, как в философию математики, так и в теорию музыки. Многие музыкальные концепции современности (мы упомянули лишь некоторые из них) оказываются созвучными лосевским идеям. С другой стороны, философские построения Лосева помогают тенденции развития математики, переходящей от конструирования отвлеченных «логических цепей», к целостному отображению мира в его фактической действительности [8, С. 550]. Древняя идея единства музыки и математики вырастает в творчестве Лосева в оригинальную и новую концепцию, содержащую плодотворную основу для дальнейшего развития.

Литература

1. Асафьев Б. В. Музыкальная форма как процесс. – М.: Муз. сектор, 1930.
2. Бобровский В. П. Тематизм как фактор музыкального мышления. – М.: Музыка, 1989.
3. Дубравская Т. Н. Музыка эпохи Возрождения//История полифонии в 7-и вып. Вып. 2-Б. – М.: Музыка, 1996. – С. 12–24.
4. Зенкин К. В. Музыка и наука в философском творчестве Лосева//Муз. академия. – 1994. – № 5. – С. 23–31.
5. Конен В. Д. Театр и симфония. – М.: Музыка, 1975.
6. Лосев А.Ф. Философия имени// Лосев А.Ф. Бытие — Имя — Космос. М., 1993. – С. 613–802.
7. Лосев А.Ф. Диалектика числа у Плотина// Лосев А.Ф. Миф — Число — Сущность. М., 1994. – С. 713–877.
8. Лосев А.Ф. Музыка как предмет логики//Лосев А.Ф. Форма — Стиль — Выражение. – М.: Мысль, 1995. – С.405–603.
9. Рассева Е., Сикорский Р. Математика метаматематики. – М.: Наука, 1972.
10. Соллертинский И. И. Исторические типы симфонической драматургии// Из истории советской бетховенианы. – М.: Сов. композитор, 1972. – С. 17–34.
11. Холопов Ю. Н. О формах постижения музыкального бытия//Вопросы философии. – 1993. – № 4. – С. 5–19.
12. Холопова В. Н. «Классицистский комплекс» творчества И.Ф. Стравинского в контексте русской музыки//И.Ф. Стравинский. Статьи. Воспоминания. – М.: Сов. композитор, 1985. – С. 30–56.
13. Ярустовский Б. Игорь Стравинский. – М.: Сов. композитор, 1968.

Левин В.И.
(Пенза)

С.А. ЯНОВСКАЯ И ИСТОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Резюме
Изложена научная биография замечательного человека, педагога и ученого С.А. Яновской. Дан краткий анализ ее научной и педагогической деятельности. Приведены воспоминания ее коллег, друзей и учеников.

* * *

1. Введение

С.А. Яновская
Фото 1955 г.

С фамилией «С.А. Яновская» я столкнулся впервые в начале 1970-х гг., когда заинтересовался применениями математической логики в технике. Однако только спустя почти 30 лет, услышав воспоминания проф. Б.В. Бирюкова о С.А., начал осознавать, личностью какого масштаба была эта небольшая, скромная с виду женщина. Появилось непреодолимое желание высказаться о ней и о тех принципах, которые она, как мне кажется, исповедовала всю жизнь.

Передо мной фото от 3 января 1955 года, на котором запечатлены участники семинара по математической логике и ее приложениям кафедры истории математики Мехмата МГУ, руководимого С.А. Яновской и П.С. Новиковым. Среди них – уже знаменитые или ставшие знаменитыми впоследствии ученые – С.И. Адян, Д.А. Бочвар, А.С. Есенин-Вольпин, А.В. Кузнецов, В.Г. Лазарев, В.Н. Рогинский, В.И. Шестаков, С.В. Яблонский, Ю.И. Янов и др. На лицах участников мы видим научную сосредоточенность, амбициозные планы, чувство собственного достоинства, переходящие местами в самоуверенность. Ничего этого нет на лице Яновской – одни только спокойствие, скромность и простота. Кем же была на самом деле эта небольшая женщина, которую при всей ее очевидной простоте и доброжелательности любили и уважали не только ее многочисленные ученики, что вполне естественно, но и такие выдающиеся, и отнюдь не простые люди, как А.Н. Колмогоров, А.А. Марков, И.Г. Петровский, М.А. Гаврилов? Попытаемся ответить на этот вопрос.

2. Детство и юность. Революционная деятельность, участие в Гражданской войне

Софья Александровна Яновская (девичья фамилия Неймарк) родилась 31.01.1896 г. в захолустном местечке Пружаны Гродненской губернии (ныне Брестской области) в семье евреев-служащих. В детстве она получила обычное для таких семей воспитание в духе библейских ценностей, понимаемых, однако, не как церковно-догматические установки на спасение души после смерти, а как призыв к установлению социальной справедливости при жизни на Земле. Это воспитание, по нашему мнению, сыграло решающую роль в становлении С.А. Яновской как человека, общественного деятеля и ученого. Когда Яновской не было еще двух лет, ее семья переехала в Одессу – четвертый по уровню культурного и экономического развития город Российской Империи. Это позволило ей учиться в одной из лучших в городе, второй женской гимназии, которую она окончила в 1914 году с золотой медалью. В гимназии преподавали не только собственные гимназические учителя, но и некоторые преподаватели Одесского (официальное название – Новороссийского) университета, в частности, видный историк математики И.Ю. Тимченко. Яркие учителя и замечательные гимназические подруги (достаточно сказать, что одной из них была А.М. Панкратова, в будущем знаменитый историк, академик АН СССР) способствовали быстрому созреванию Сони Яновской как личности и будущего ученого.

В 1914 году сразу после окончания гимназии С.А. Яновская поступила на естественное отделение только что образованных Одесских высших женских курсов при Новороссийском университете. Она готовилась стать химиком, чтобы работать на заводе и помогать отцу. Но интерес к математике, возникший еще в гимназии, побуждает ее посещать лекции, которые читал на математическом отделении курсов профессор С.О. Шатуновский. Однажды профессор предложил слушательницам решить одну задачу. Соня оказалась единственной, кто решил задачу, причем необычным путем. Этот случай изменил ее жизнь. По настоянию Шатуновского она перевелась на математическое отделение курсов. Там преподавали многие крупные математики: специалист по матанализу Е.Л. Буницкий, геометр В.Ф. Каган, историк математики И.Ю. Тимченко и сам С.О. Шатуновский, занимавшийся основаниями математики. Под их влиянием сложился круг научных интересов С.А. Яновской: история, методика и философия математики, математическая логика и основания математики.

Октябрьская революция 1917 года внесла существенные коррективы в жизнь С.А. Яновской. В надвигавшихся событиях она увидела возможность осуществления своей мечты об обществе социальной справедливости и с головой окунулась в них. В 1918 г., еще слушательницей женских курсов, она «стала принимать участие в работе подпольного Красного Креста. В ноябре 1918 г. вступила в подпольную организацию большевиков. Перевозила инструкции обкома через фронт. Была секретарем редакции «Коммуниста» во время англо-французской интервенции. По установлении советской власти была секретарем редакции «Известий», затем была послана с группой товарищей в Елисаветград (ныне Кировоград) на ликвидацию последствий «григорьевщины». При отступлении из Елисаветграда вступила в ряды Красной Армии: была политработником на фронте, зав. информотделом в газете «Красная Армия», органе Политуправления XII армии. С 1920 по 1923 г. работала в Одесском губкоме партии: зав. информотделом, отделом учета, статистики и распределения» [17]. За этими скупыми строками автобиографии Яновской, написанными спустя 40 лет после упоминаемых в них событий, скрыты смертельная опасность, тяготы подполья и военной жизни, потери товарищей по борьбе. Сама Софья Александровна из-за скромности никогда не рассказывала подробности тех далеких событий. Поэтому приведем свидетельство об одном из таких событий ближайшей подруги С.А. – Х.И. Кильберг: «Во время отступления из Одессы белые захватили в плен нескольких красноармейцев. Пленных они расстреливали на мосту, и те падали в реку. Среди них… была и Софья Александровна.

Пуля прострелила высокую тулью шляпы. Софья Александровна упала в реку, сумела выплыть и потом целую ночь отсиживалась в воде в камышах» [8]. Это была далеко не единственная подобная история в ее революционной биографии. В этот период своей жизни, – в 1918 г., – С.А. Яновская вышла замуж за Исаака Ильича Яновского. Этот человек, по воспоминаниям ее подруги еще со времен Высших женских курсов М.Г. Шестопал, был «ее наставником и другом, человеком яркой индивидуальности, чистой души и глубокого, ясного ума. Вместе с ним Соня вела активную политическую деятельность в рядах партии большевиков, с ним разделяла тяготы военной жизни в гражданской войне, неоднократно подвергаясь смертельной опасности» [15].

3. Начало научной работы

Партийно-государственная работа, при всей ее важности, не могла полностью удовлетворить С.А. Яновскую, поскольку главным ее призванием была научно-педагогическая деятельность. В 1923 году она добилась согласия Одесского губкома ВКП(б) на ее командирование в Москву на естественное отделение Института красной профессуры и в 1924 году начала учебу. Параллельно с занятиями в ИКП она посещала математические семинары Д.Ф. Егорова и В.В. Степанова. Благодаря такой интенсивной индивидуальной программе занятий она смогла в короткое время ликвидировать отставание, вызванное длительным (шестилетним!) перерывом в занятиях наукой. Более того, еще не закончив институт, в 1925 г., она организовала в МГУ семинар по истории и философии математики для студентов и аспирантов, который, в числе прочих, посещали ставшие впоследствии крупными учеными А.Н. Колмогоров, Л.А. Люстерник, А.О. Гельфонд, П.К. Рашевский, И.В. Арнольд, А.П. Юшкевич [3]. Кроме этого, она была одним из руководителей и активным участником собраний секции естественных наук Коммунистической академии, где обсуждались вопросы методологии математики, и участницей интересных заседаний отдела философии и истории естествознания Научно-исследовательского института им. К.А. Тимирязева. Сверх всего, параллельно с учебой в институте, Софья Александровна с 1925 г. преподавала там же математику, а в МГУ – историю и философию математики.

В 1929 г. С.А. Яновская успешно окончила Институт красной профессуры; одновременно она стала сложившимся ученым, с полностью определившимися научными интересами: методология, философия и история математики. Ее первые научные труды «Категория качества у Гегеля и сущность математики» [24], «Закон единства противоположностей» [19], «Идеализм в современной философии математики» [20] написаны с марксистских позиций. Однако в них нет догматизма и начетничества: Софья Александровна была настоящим профессионалом, для которого научная истина не может быть принесена в жертву никаким (в данном случае – марксистским) убеждениям. Большое значение в научной деятельности Яновской с самого начала имело изучение рукописей К. Маркса. Уже в 1933 г. она напечатала большую статью «О математических рукописях Маркса» [28], предпослав ее впервые опубликованным там же самим рукописям. Высказанные Марксом мысли о динамике развития математического анализа сыграли существенную роль в повышении внимания отечественных историков математики к истории оснований математического анализа. В последующие годы Софья Александровна вернулась к изучению математических рукописей К. Маркса и совместно с К.А. Рыбниковым подготовила полное издание рукописей с обширными комментариями, вышедшее в свет уже после ее смерти [11]. Работы С.А. Яновской по истории математики отличаются повышенным вниманием к базовым вопросам становления математической науки. Это не значит, что Софья Александровна не обращала внимания на факты истории математики. Тем не менее, ее, например, больше интересовала не фактология появления аксиоматики Евклида, а то, почему у Евклида геометрия строится аксиоматически, а арифметика – нет (статья «Из истории аксиоматики» [21]); не столько конкретные факты развития математической науки и ее преподавания в Московском университете в XIX в., сколько принципиальные вопросы истории развития основных понятий анализа и принципов его преподавания и т.д. (статья «Из истории преподавания математики в Московском университете» [22]). Характерными чертами работ С.А. Яновской по истории математики были простота и глубина проработки исходных исторических материалов, требовавшие много труда и сил, из-за чего Софья Александровна, страдавшая тяжелой болезнью, не смогла завершить ряд начатых работ. В частности, не была закончена важная книга по работе Р. Декарта «Геометрия», задуманная еще до Великой Отечественной войны. Вместо этого была опубликована лишь статья «О роли математической строгости в творческом развитии математики и специально о «Геометрии» Декарта» [30]. В этой работе анализировался вопрос о значении строгого математического и логического уточнения понятий для развития математики и логики. Все основные труды С.А. Яновской по истории, методологии и философии математики были изданы уже после ее смерти в книге «Методологические проблемы науки» [27].

4. Педагогическая деятельность

В 1931 г. С.А. Яновская была утверждена профессором в Московском университете, Институте красной профессуры и АН СССР. Но последняя должность не была связана с регулярными занятиями, а ИКП был вскоре расформирован. Таким образом, вся последующая жизнь Софьи Александровны оказалась связанной с Московским университетом. Здесь за свою жизнь она прочитала десятки самых разнообразных курсов, руководила семинарами и аспирантами, создала свою научную школу и осталась в памяти всех знавших ее людей как человек высшей пробы.

Первые несколько лет работы Софьи Александровны в университете пришлись на тяжелый период его истории. Советская власть пыталась поставить науку и вузы на службу «трудовому народу», дореволюционная профессура отчаянно сопротивлялась. В этих условиях власти, нуждавшиеся в старых специалистах, вели активную пропагандистскую кампанию по перевоспитанию старых и подготовке новых, «пролетарских» научно-педагогических кадров. Большие надежды при этом возлагались на «пролетарскую» прослойку студентов и на «красных профессоров» – выпускников ИКП, конечно же, членов Коммунистической партии и носителей марксистской идеологии. К этим «профессорам» принадлежала и С.А. Яновская. Вероятно, некоторые «красные профессора» в своем рвении, кроме воспитательной и идеологической работы, занимались и доносительством на старых профессоров, что могло быть использовано властями при проведении репрессий против них. (Заметим, что доносительством занимались непринужденно и некоторые «простые профессора» – см. § 7). Однако сказанное не имеет никакого отношения к С.А. Яновской, которая всегда защищала науку и ученых и выступала против упрощенчества в науке, свойственного марксистам-догматикам.

В начале 1930 г. С.А. Яновская и ее ученик М.Я. Выгодский вместе начали читать в МГУ курс истории математики. В этом курсе основной упор делался на историю обоснования математики, начиная от эпохи античности до современности. В частности, здесь рассматривались вопросы обоснования понятий числа, величины, предела, бесконечно малой величины, дифференциала и интеграла. В 1933 г. С.А. Яновская вместе с М.Я. Выгодским организовала в университете семинар по истории математики. Впоследствии соруководителем этого семинара стал и второй ее ученик А.П. Юшкевич. Семинар стал на долгие годы центром подготовки отечественных исследователей по истории математики. В 1935 г. С.А. Яновской была присуждена ученая степень доктора физико-математических наук (без защиты диссертации) и присвоено ученое звание профессора математики. Во время Великой Отечественной войны Софья Александровна проживала в эвакуации в Перми. Там она заведовала кафедрой высшей алгебры Пермского госуниверситета и читала множество новых для себя курсов, в т.ч. высшую алгебру и теорию чисел. Условия жизни и работы в Перми были очень тяжелыми, однако Софья Александровна трудилась в полную силу, не делая никаких скидок на тяготы военного времени. В частности, во время проживания в Перми она нашла там трех подающих надежды подростков, пригрела их, а впоследствии помогла перебраться в Москву и поступить в МГУ. Эти молодые люди – Е.Б. Дынкин, О.А. Олейник и М.М. Постников со временем стали крупными математиками. Вообще, она всегда посвящала много времени обучению и воспитанию научной смены, отдавала начинающим ученым все силы, любила их, а некоторым просто помогала написать диссертацию. Немудрено, что у нее было много учеников (более 20), которые высоко ценили ее. Среди ее учеников можно назвать И.Г. Башмакову, Б.В. Бирюкова, Е.К. Войшвилло, Д.П. Горского, Л.Е. Майстрова, В.Н. Молодшего, А.Е. Райк, К.А. Рыбникова, Н.И. Стяжкина и др.

У С.А. Яновской был свой неповторимый стиль преподавания. Она никогда не стремилась довести до блеска форму изложения, считая, что чем эта форма проще, тем легче донести до слушателей суть содержания излагаемой темы. Она использовала часто необычные методические приемы, чтобы выпятить эту суть, рассказывала не результаты, а процесс их получения, как бы приглашая слушателей самих поучаствовать в этом увлекательном процессе. Она также очень умело подбирала примеры, которые сразу делали понятной суть проблемы, а иногда и взвинчивали творческий настрой аудитории, незаметно подключая ее к научной работе. В то же время она была очень осторожна в своих лекциях, особенно в отношении формулировок, часто ссылалась на классиков марксизма, в первую очередь, на Ленина, делая это всегда уместно и умело. Чаще всего она ссылалась на ленинскую работу «Материализм и эмпириокритицизм», в особенности, когда хотела подчеркнуть материальность происхождения основных понятий математики. Кстати сказать, эта форма изложения материала оказалась эффективным средством защиты науки логики от отечественных философов-догматиков, пытавшихся объявить ее «буржуазной лженаукой» и запретить.

5. Создание советской школы математической логики

В начале 1930-х гг. С.А. Яновская впервые заинтересовалась математической логикой. Это произошло, по-видимому, под влиянием ее коллеги, видного математика, специалиста по математической логике, алгебре и теории вероятностей проф. Валерия Ивановича Гливенко. За короткое время она освоила этот новый для себя предмет и с 1936 г., впервые в СССР, начала читать его на механико-математическом факультете Московского университета. Она продолжала читать этот курс до конца жизни, непрестанно совершенствуя и пополняя его и приспосабливая к нуждам различных категорий потребителей логико-математических знаний. Кроме того, в 1938 г., совместно с В.И. Гливенко она подготовила для первого издания Большой советской энциклопедии важную статью «Логика математическая», которая явилась первой в СССР обзорной статьей по данной теме [39]. Обычно С.А. Яновская читала минимум два курса математической логики ежегодно, однако эти курсы никогда не повторялись, поскольку она каждый год включала в программу курса новый по содержанию материал и вдобавок совершенствовала методику изложения.

Огромную роль сыграла организационная деятельность Софьи Александровны, направленная на издание логико-математической литературы в СССР, формирование новых научных структур логического профиля, защиту математической логики от нападок «марксистско-ленинских» философов, пытавшихся поставить на матлогике клеймо «буржуазной лженауки» и добиться ее запрета, подобно тому как это уже было сделано в отношении генетики и кибернетики. Уже в 1943 г. С.А. Яновская организовала первый в СССР семинар по математической логике при МГУ, которым она руководила совместно с И.И. Жегалкиным и П.С. Новиковым (а позже – вместе с А.А. Марковым). Эту науку Софья Александровна всячески поддерживала и на руководимой ею кафедре истории математики МГУ – именно на этой кафедре в конце 1940-х гг. появились первые в СССР аспиранты по математической логике. В 1947 г. вышел в свет русский перевод книги Д. Гильберта и В. Аккермана «Основы теоретической логики». Это была первая монография по математической логике, изданная в СССР. Редактором перевода книги, автором вступительной статьи и комментариев была С.А. Яновская, по инициативе которой книга была издана [18]. За эту работу ей крепко досталось от доктринерствующих философов-марксистов. Однако она цепко защищалась, используя оружие самих нападавших – марксистско-ленинскую философию – и готовила к переводу новые книги западных логиков. Разумеется, все это требовало много сил и здоровья. Тем не менее, уже в 1948 г. вышел русский перевод книги А. Тарского «Введение в логику и методологию дедуктивных наук» [37], в 1957 г. – перевод книги С. Клини «Введение в метаматематику» [9], в 1960 г. – перевод книги А. Черча «Введение в математическую логику» [14], в 1961 г. – перевод книги Р.Л. Гудстейна «Математическая логика» [6]. Переводы книг А. Тарского и Р.Л. Гудстейна вышли по инициативе, под редакцией и с предисловиями С.А. Яновской, а переводы книг С. Клини и А. Черча по ее инициативе и при ее поддержке.

В 1948 г. в сборнике «Математика в СССР за тридцать лет» вышел первый большой обзор С.А. Яновской, содержавший анализ достижений отечественных логиков-математиков [33]. Второй ее обзор на эту тему вышел в 1959 г. в сборнике «Математика в СССР за сорок лет» [26]. Эти обзоры сыграли важную роль в становлении логических исследований в стране. Их особенность была в том, что вопросы теории математической логики рассматривались в них совместно с вопросами истории и методологии этой науки, аналогично тому, как это было сделано в ее ранней работе «О так называемых определениях через абстракцию» 1935 г. [31].

Большое значение придавала С.А. Яновская прикладным вопросам математической логики и ее применениям в технике, кибернетике и других областях. Для нее этот интерес был связан с часто повторявшейся ею мыслью Ленина о том, что истина всегда конкретна. Ее первое знакомство с применениями логики в технике относится еще к 1930-м гг., когда В.И. Шестаков, бывший тогда аспирантом ее коллеги проф. В.И. Гливенко, работал над кандидатской диссертацией по применению булевой алгебры логики для математического моделирования статики релейно-контактных схем. Спустя 10 лет, в 1948 г. Софья Александровна в своем вышеупомянутом обзоре [33] выступила в защиту приоритета В.И. Шестакова в открытии логического моделирования релейно-контактных схем. Причем ее авторитет в научном мире привел к тому, что данная точка зрения стала в СССР широко распространенной. За два года до этого, в 1946 г. она выступила официальным оппонентом по докторской диссертации М.А. Гаврилова – первой докторской диссертации в СССР, посвященной логическому моделированию релейно-контактных схем. И именно ее принципиальность и мастерство полемиста спасли защиту. Если бы этого не произошло, неизвестно, как развивалась бы советская кибернетика и существовала ли бы она вообще. В 1957 г. в докладе «О некоторых чертах математической логики и отношении ее к техническим приложениям» на Всесоюзном совещании по теории релейных устройств [29] С.А. Яновская дала анализ роли практики в развитии математической логики. В 1960 г. под ее редакцией и с ее предисловием вышел русский перевод небольшой книжки А. Тьюринга «Может ли машина мыслить?» [36]. В своем предисловии С.А. Яновская проанализировала с позиций философии наиболее трудную проблему кибернетики (а впоследствии – искусственного интеллекта) о соотношении возможностей человека и машины. Близкие вопросы рассмотрены в двух других ее работах: «О философских вопросах математической логики» [32] и «Преодолены ли в современной науке трудности, известные под названием «апорий Зенона»?», опубликованных в сборнике «Проблемы логики» в 1963 г. [38]. В то же время Софья Александровна разрабатывала и весьма абстрактные вопросы логики и методологии науки. Так, в 1961 г. она написала работу «Проблемы введения и исключения абстракций более высоких (чем первый) порядков», где рассмотрела вопросы введения абстрактных терминов и понятий высших порядков и их исключения при применении теории, когда абстрактные термины и понятия высоких порядков заменяются терминами и понятиями более низких порядков (т.е. более простыми). Этот материал был доложен в том же году на международном коллоквиуме по методологии науки в Варшаве, где имел большой успех.

Большую роль в популяризации логико-математических знаний сыграла основанная С.А. Яновской в издательстве Физматгиз книжная серия «Математическая логика и основания математики», в рамках которой вышли многие основополагающие труды по указанной тематике как зарубежных, так и отечественных ученых. Ее личный вклад в эту популяризацию выразился также в чтении многочисленных общедоступных лекций в широкой аудитории, включавшей также и школьников. В частности, многих участников школьных математических олимпиад 1950-х – 1960-х гг. поражала ее лекция «Что значит решить задачу?», в которой давался такой, неожиданный на первый взгляд ответ на поставленный вопрос: решить задачу означает свести ее к уже решенным.

Особое значение имела деятельность С.А. Яновской по продвижению математической логики в философию. Здесь, в первую очередь, следует назвать ее работу в качестве инициатора, автора и редактора раздела «Математическая логика» четырехтомной «Философской энциклопедии», изданной в 1960-е – 1970-е гг. Из ее собственных статей в этом издании наибольший интерес вызывают «Логика высказываний» [25] и «Исчисление» [23]. Такое же, если не большее, значение имели усилия Софьи Александровны, направленные на включение математической логики в философское образование и постоянное повышение уровня логико-математической подготовки будущих философов. Так, она сыграла решающую роль в постановке преподавания математической логики на философском факультете МГУ, активно участвуя в обсуждении связанных с этим проблем и лично ведя разнообразные логико-математические курсы для философов в 1940-е – 1960-е гг. Она также явилась инициатором и научным руководителем нескольких первых диссертаций по математической логике, защищенных на философском факультете МГУ. Кстати сказать, аналогичную деятельность она вела и на мехмате МГУ, где уже в начале 1950-х гг., т.е. задолго до открытия там кафедры математической логики (1959 г.) появились первые аспиранты по математической логике (Ю.Т. Медведев, В.А. Успенский и др.), числившиеся на руководимой ею кафедре истории математики. Здесь уместно также отметить большое внимание, которое Софья Александровна уделяла вопросам математической логики, важным, в первую очередь, для философов. В этой связи упомянем ее предисловие к русскому переводу книги Р. Карнапа «Значение и необходимость (исследование по семантике и модальной логике)» [35], где она анализирует принципиальные трудности, возникающие в связи с попытками уточнения семантических категорий языка.

Вся эта деятельность вызывает восхищение и смело может быть названа подвигом, особенно если учесть, что ее начальный период пришелся на годы, когда в МГУ, в первую очередь, на философском факультете, была практически полностью задушена живая, творческая мысль, а математическая логика была кандидатом на объявление ее буржуазной лженаукой (подобно генетике и кибернетике). В этих условиях деятельность С.А. Яновской была одним из редких в те годы островков, куда могли прийти лучшие студенты, чтобы узнать, что такое настоящая наука.

С.А. Яновская была одним из немногих в мире ученых (наряду с А. Тарским, Р. Карнапом и некоторыми другими), стараниями которых математическая логика была встроена в философию, и столь успешно, что последняя из дисциплины, занимающейся «философствованием», в определенной своей части превратилась в науку, которая, подобно другим наукам, нацелена на получение новых знаний.

6. С.А. Яновская как человек. Воспоминания современников

Известно высказывание А. Эйнштейна, согласно которому нравственные достижения ученого гораздо важнее его интеллектуальных достижений. С.А. Яновская отвечала этому принципу, вероятно, больше, чем кто-либо из известных нам ученых. Сохранившиеся многочисленные воспоминания ее коллег и учеников, друзей и подруг подтверждают это в полной мере, при удивительном единодушии всех вспоминающих.

Вот что пишет о Софье Александровне один из ее учеников Б.А. Кушнер: «В один прекрасный день, в начале 1960-х, в первые мои годы на мехмате, я ... услышал, как однокашник рассказывал о лекциях по математической логике профессора Яновской. Рассказчик был в крайне приподнятом настроении... и мне захотелось посмотреть самому, в чем тут дело. На следующий день... я проскользнул в одну из больших аудиторий 16 этажа главного здания МГУ. Аудитория была почти полна и мне не без труда удалось отыскать место... У доски стояла небольшого роста пожилая женщина в старомодном черном платье... Ее лицо, круглое, как полная луна, просто сияло добротою, а большие и тоже очень круглые очки были, казалось, специально созданы для этого лица. Водруженный на кафедре маленький черный, видавший виды кожаный портфель чем-то походил на свою хозяйку и гармонично дополнял сразу захватившую меня картину. Я был очарован не только этими милыми приметами хорошего человека, за которыми стояла давняя традиция, но подкупала и основательная, весьма неторопливая и глубоко интеллигентная манера, в которой С.А обращалась к аудитории… Софья Александровна произвела на меня сильное впечатление; сегодня я бы сказал, что меня очаровал ее облик интеллектуала и настоящего университетского профессора par excellence… Мне довелось близко общаться с С.А. в мои студенческие, а затем аспирантские годы. Наши научные интересы довольно сильно различались. Несмотря на это, она всегда радовалась моим достижениям и поддерживала меня всеми доступными ей способами… Положение С.А. в немыслимом математическом созвездии, сверкавшем тогда на мехмате (Колмогоров, Александров, Марков, Соболев, Тихонов, Люстерник...), могло быть не простым. В действительности этого не было. Ее глубоко уважали, и я имел много случаев убедиться в этом. Вся ее личность – открытая, добрая, глубокая, – опасная и жесткая война, которую она вела против демагогов-диалектиков, – все это внушало уважение. … Я думаю, что советская школа математической логики, вполне вероятно, своим выживанием обязана Софье Александровне. Война, которую вела С.А., далеко не всегда могла быть наступательной. Ей приходилось отступать, прикрываться, как щитом, «самокритикой», использовать демагогию в ответ на демагогию и идти на компромиссы, немыслимые для тех, кто не чувствует реальной ситуации того далекого времени.… Ко всему сказанному следует добавить постоянную готовность С.А. помогать талантливой молодежи, особенно в трудные времена» [10]. Кушнер так завершает свои воспоминания: «Зимой 1966 г. Андрей Андреевич [Марков] пригласил меня присоединиться к группе коллег и поехать на день рождения к С.А. Она жила тогда на даче…. Мы долго блуждали по пустынным в это время года улицам дачного поселка, засыпанного чистым подмосковным снегом…. Наконец, нашли деревянный дом, окна которого излучали теплый, уютный свет. Этот дружеский вечер навсегда запомнился мне. Всем было хорошо за столом С.А., для каждого нашла она ласковое слово…. К несчастью, этот день рождения оказался последним…. Осенью она умерла» [10].

А вот воспоминания ее близкой подруги Х.И. Кильберг: «С.А. Яновская прожила жизнь, проникнутую добротой к людям. Все ее существование определялось сознанием долга, бескорыстием, самозабвенным служением делу. Скромный и открытый по натуре человек, Софья Александровна была исключительно доброжелательна по отношению к окружающим. Очень живой, жизнерадостный и общительный человек, она всегда чувствовала потребность в общении с людьми…. Она писала: «Даю тебе честное слово, что мне стыдно, что на меня наша партия истратила так много средств (она находилась в Кремлевской больнице – *Х.К.*), а я до сих пор не могу окончить даже книги о Декарте...». Во время эвакуации... в сентябре 1941 г. она писала: «Хотя думаю о тебе и о детях более чем часто, особенно по ночам, но писать как-то не решаюсь. Мне кажется, что мне незаслуженно хорошо по сравнению с тобой, потому что... я могу, хотя и немного, но все же относительно спокойно работать...». Имя Софьи Александровны окружает атмосфера нравственной чистоты. У всех встречавшихся с ней она вызывала чувство симпатии. С.А. была очень наблюдательным человеком – ничто фальшивое в людях не укрывалось от нее. Будучи очень мягким человеком, она умела остро ненавидеть подлость и стяжательство, алчность – все атрибуты мещанства. Кристальная чистота С.А. проявлялась и в обыденной жизни. Будучи в высшей степени добрым человеком, необычайно деликатным, она всегда была готова откликнуться на чужую беду, помочь доброму делу. Делалось это тихо, с присущим ей тактом. С большой готовностью она входила в положение нуждающихся студентов и аспирантов. Даже предоставленную ей квартиру она отдала другим, а сама жила с семьей в одной комнате» [8]..

Об удивительной способности С.А. Яновской помогать ближним вспоминает ее подруга с 1914 г. – со времен Высших женских курсов в Одессе В.А. Гуковская : «Несмотря на все ее трудные жизненные обстоятельства, Софья Александровна обладала замечательным свойством – чутко и ровно относилась ко всем окружающим ее людям: друзьям, ученикам, всем, кто как-то с ней соприкасался. Если у человека, который был в поле ее зрения, случалась какая-либо серьезная неприятность и ему нужна была помощь, Софья Александровна находила время эту помощь оказать. Ее не надо было просить. Действенную помощь С.А. оказала и мне. В течение 8 лет пребывания в Москве я не имела жилплощади. Жила у друзей, снимала комнату у частных лиц. Однажды я оказалась в очень тяжелом положении: в семье, где я жила, дочь заболела сыпным тифом, и мне надо было срочно оттуда выехать. И вдруг совершенно неожиданно поздним метельным вечером раздался звонок – в квартиру вошла вся в снегу С.А. Она приехала сообщить мне о возможности временно поселиться в квартире товарища, который уезжал из Москвы. А потом Софья Александровна приложила много усилий, чтобы я, наконец, получила постоянное жилье. Таких дел у С.А. было очень много. Она глубоко понимала людей, которые ее окружали, и обладала редкой способностью найти выход из беды. Если она понимала, что может что-то полезное кому-либо сделать, она бросала все свои дела, чтобы выполнить задуманное и не успокаивалась до тех пор, пока не доводила дело до конца» [7].

А вот что пишет о С.А. Яновской как педагоге и воспитателе научной молодежи знавший ее с начала 1920-х гг. А.П. Юшкевич: «Еще одну сторону деятельности Софьи Александровны я считаю обязательным отметить особо: сочетание ее качеств учителя и человека, ее искреннюю, сердечную привязанность, можно сказать преданность, своим ученикам. Их было много, свыше 20, большинство занималось математической логикой, и для всех она была не только руководителем, но и очень близким, родным человеком. Ученики составляли как бы ее большую семью, которой она отдавала часть самой себя» [16]. Ему вторит и И.Г. Башмакова, ученица Яновской с 1940-х гг. : «Своим ученикам она отдавала свой талант, время, силы. С.А. любила молодежь, очень ценила тех, кто внес хотя бы небольшой вклад в науку. Она опекала последних с настоящей материнской заботливостью, щедро делилась с ними своими мыслями. Поэтому у С.А. так много учеников, а научных работ гораздо меньше, чем могло бы быть при ее знаниях и таланте. Многие ее мысли и исследования изложены в работах ее учеников, другие в устном виде стали достоянием ее школы и послужили основой для многих научных изысканий…. Она была необыкновенно добра. Мы знали это и шли к ней со всеми нашими делами, заботами, мелкими невзгодами и тяжелыми несчастиями. С.А. умела войти в положение каждого из нас, оценить ситуацию, утешить словами и помочь делом. Скольких из нас ее ум и энергия спасли от бед! Помогая человеку, С.А. не жалела ни своего времени, ни своих сил. Она приводила к больным доктора, если надо было, шла к юристу, выступала в суде. А ведь Софья Александровна была очень занятой человек» [2]. Близкого мнения придерживается и Б.В. Бирюков, работавший под руководством Яновской в 1950-е – 1960-е гг.: «Работа С.А. с научной молодежью составляла органическую часть ее собственного научного развития. Вместе со своими аспирантами она разрабатывала конкретные логико-методологические и историко-логические проблемы, вливавшиеся в общее русло развиваемых ею идей. Иные ее ученики месяцами жили летом на даче, которую снимала С.А. под Москвой, работая под ее руководством. Быть в курсе последних достижений в своей области… переосмысливать и в переосмысленном виде доносить до учеников..., до широких кругов математиков и философов – в этом для нее был главный смысл педагогической деятельности» [4]. Знавший С.А. Яновскую долгие годы Д.П.

Горский вспоминает: «С.А. была замечательным педагогом – заботливым, щедрым, никогда не отказывающим в помощи своим ученикам. А учениками были не только те, кто выполнил под ее руководством свои дипломные работы и диссертации. К ней за помощью, за советом, за консультациями обращались и те, кто уже защитил не только кандидатские, но и докторские диссертации. И она никому не отказывала в помощи, со всеми щедро делилась своими идеями. Она не щадила своего здоровья и времени для других, нередко в ущерб своей собственной работе» [5].

Невозможно привести все воспоминания о С.А. Яновской, в которых отдается должное С.А. не только как ученому и педагогу, но и как удивительному человеку. Поэтому в заключение ограничимся отзывами о ней двух ее учеников, ставших видными учеными: «В моей судьбе Софья Александровна сыграла исключительно большую роль: она помогла мне выбрать специальность, руководила мной в моих занятиях по истории математики, не раз оказывала мне помощь в наиболее тяжелые минуты жизни. Эту маленькую, хрупкую и такую энергичную женщину, богато одаренную и умом и сердцем, мне никогда не забыть» (по [2]); «Две женщины сыграли в моей жизни решающую роль. Одной была мама – она воспитала меня. Другой – Софья Александровна. Благодаря ей я стал тем, кто я есть» (по [4]).

7. Громила ли С.А. Яновская «реакционных ученых»

Судя по воспоминаниям знавших ее людей (см. пункт 6), С.А. Яновская была идеальным человеком (конечно, если предположить, что идеальные люди существуют). Тем не менее, некоторые исследователи, оценивая ее деятельность в конце 1920-х – 1930-х гг., обвиняют ее (с той или иной степенью определенности) в том, что она в указанный период участвовала в «погромах» ученых старой формации, не разделявших марксистско-ленинскую идеологию – эти погромы устраивались новой властью с целью обеспечить свой контроль над наукой и высшей школой. Вот что пишут, например, историки науки И.Г. Башмакова и С.С. Демидов и математик В.А. Успенский (кстати, первая и третий – ученики С.А. Яновской): «Новая власть ставила под свой контроль науку и высшую школу, одной из главных задач была борьба с реакционной профессурой, утверждение пролетарского студенчества, внедрение в студенческую и профессорскую среду единственно верной марксистско-ленинской идеологии. Все это сопровождалось шумными пропагандистскими кампаниями, чистками и поисками врагов. Борьба с «егоровщиной» и «дело академика Н.Н. Лузина» – это лишь отдельные, хотя и наиболее известные, мрачные события в жизни московского математического сообщества конца 20-х – 30-х гг. Особая роль в этих мероприятиях отводилась так называемым «красным профессорам» – членам большевистской партии, носителям новой марксистской идеологии. Они должны были выступать не только рупором новой идеологии и политики, но и быть зоркими стражами, не допускающими идеологической крамолы, выявляющими и обличающими ее, в каком бы виде – даже самом невинном – она ни появлялась. Эта «борьба» нередко заканчивалась в застенках ОГПУ. К числу «красных профессоров» в Московском университете относилась и С.А. Яновская. В эти годы многие ее поступки кажутся нам непонятными. Ведь она вместе с Э. Кольманом – одной из наиболее одиозных фигур в советской науке тех лет – громила «реакционную профессуру» и в той или иной мере способствовала, мягко говоря, созданию тяжелой атмосферы вокруг ряда известных математиков (например, Д.Ф. Егорова, арест которого последовал в 1930 г.). Правда, и в то время была большая разница в поведении С.А. Яновской и таких людей, как Кольман и К°. Так, она никогда не писала доносов, ни прямых, ни идеологических. И все же те, кто знал Софью Александровну в послевоенные годы, не могут представить ее в роли гонительницы. Они помнят ее совсем другой – доброй, отзывчивой, готовой открыто защищать научные ценности, отстаивать с большим риском для себя и математику, и математиков... Когда и как произошел в ней этот перелом? ... Можно считать, что после войны он уже совершился» [3]. Еще дальше идет философ В.А. Бажанов: «Российские журналы... никак не откликнулись на юбилей человека, который очень много сделал для пробуждения советской философии и логики от летаргического сна марксистско-ленинского примитивизма. Однако и [появившиеся] статьи ... почти обходят стороной весьма драматический и достаточно ... характерный для отечественной гуманитарной науки период жизни С.А. Яновской. Говорится лишь кратко, в общих словах, что Яновская относилась в МГУ к числу «красных профессоров», что в этот период борьбы с «егоровщиной» и «дела академика Н.Н. Лузина» многие ее поступки (какие? – *В.Л.*) кажутся «непонятными», что, наконец, в отличие от Э. Кольмана – соавтора Яновской того времени – «она никогда не писала доносов, ни прямых, ни идеологических» (ссылка на статью [3] – *В.Л.*). Даже в список литературы, завершающий статью (ссылка на статью [3] – *В.Л.*), почему-то не включены публикации, которые могут относиться к непонятным поступкам и пролить свет на их суть... Беспристрастный подход к истории науки требует прямого обозначения ситуаций и фактов «непонятности», не только перечисления заслуг ученого, а описания... творческой эволюции во всем многообразии ее красок – как белых, так и черных, свидетельствующих о сути... эпохи, о силе и интеллектуальном мужестве тех, кто смог подняться над нею и создать предпосылки для прорыва в иную эпоху. Ныне, когда прошло уже более века со дня рождения С.А. Яновской, резонно задаться вопросами: как произошло, что ученый, придерживавшийся в достаточно зрелом возрасте (в сорок лет!) марксистско-ленинской идеологии в ее более чем ортодоксальном, воинственном варианте, сурово клеймивший в 1930-х годах своих идеологических противников и рассматривавший их фактически как врагов, тесно сотрудничавший с Э. Кольманом – фигурой в математике и логике, по своей зловещей роли... аналогичной... роли Т.Д. Лысенко в биологии, – как этот ученый смог стать... человеком, сознательно, последовательно и энергично возрождавшим то, что только что им разрушалось. Что послужило... основой такого мировоззренческого переворота, своего рода концептуального прозрения, интеллектуальной революции? ... Сформировавшись как партийный функционер, вращающийся в академических кругах, С.А. Яновская весьма внимательно следит [в 1930-е гг.] за чистотой помыслов и идеологическими ориентациями коллег. С преследования профессоров «Московской школы» начался ««год великого перелома» на фронте математики» и решение соответствующих кадровых вопросов. «Революция докатилась, наконец, и до Института математики и механики, руководство и методы которого были коренным образом изменены» [Яновская, 1930, с. 91]. Статья С.А. Яновской вышла в майской книжке журнала «Под знаменем марксизма», а осенью этого года глава «Московской школы» академик Д.В. Егоров был сослан в Казань, где через год скончался» [1].

Как мы видим, С.А. Яновской инкриминируются, в первую очередь, борьба с крамолой, погромы «старых» профессоров, даже пособничество их физическому истреблению, ее называют «партийным функционером» и утверждают, что после войны у нее случился «перелом», «мировоззренческий переворот», в результате чего она стала другой – «доброй, отзывчивой, готовой открыто защищать научные ценности,... математику и математиков». Думается, что все эти обвинения и объяснения лишены оснований. С.А. Яновская прошла революцию и Гражданскую войну по зову сердца, воодушевленная идеей социальной справедливости; она многократно рисковала жизнью и уже к 25 годам была человеком с раз и навсегда сложившимися убеждениями. С такими людьми не случаются переломы, и они не меняют своего мировоззрения. Но это означает, что ее активная, окрашенная в красный цвет общественно-политическая деятельность конца 1920-х – начала 1930-х годов и ее же не менее активная научная, педагогическая, организационная и гуманитарная деятельность 1940-х – 1960-х годов – это две стороны одной и той же, цельной и последовательной в своих действиях человеческой личности. Как же совмещается первая со второй? Чтобы понять это, проанализируем несколько отрывков из работ С.А. Яновской 1930-х годов.

В 1930 году в статье «Очередные задачи математиков-марксистов» С.А. Яновская писала: «Естественников-марксистов у нас ничтожный процент, среди математиков этот процент особенно низок. Старые профессора «Московской школы», авторитет которых среди математиков был несокрушимым, прилагали все усилия к тому, чтобы спасти математику от злостных покушений на нее со стороны материалистической философии, не стесняющейся открыто заявлять о своей партийности и классовом пролетарском характере. Даже слово «товарищ» не имело право гражданства ни в Институте математики и механики, ни в Математическом обществе... Ни московские, ни ленинградские математики не употребляют понятие «диалектики», и поэтому, если бы не год в протоколе, то заседания Математического общества в 1929 году ничем ни отличались бы от заседаний в 1909 году. На математическом отделении физико-механического факультета 1 МГУ в начале 1930 года было только 2 члена партии, 1 кандидат и 3 комсомольца» [34]. О чем здесь речь? Очевидно, о том, что новое, социалистическое государство, построенное на основе марксистского мировоззрения, должно заботиться о подготовке новых, придерживающихся этого мировоззрения, научных кадров, в частности, математиков. Причем основную работу по подготовке таких кадров должны взять на себя сложившиеся ученые-марксисты. Никакого призыва к принудительному поголовному перевоспитанию в марксистском духе старых профессоров и аналогичному воспитанию научной молодежи здесь нет. Тем более, здесь нет призывов к вытеснению или истреблению старых кадров. Так что речь идет об обычной идеологической работе партийцев (в данном случае – ученых-партийцев) среди беспартийных, в чем, конечно, нет никакого криминала. Более того, Яновская проявляет здесь явную заботу о том, чтобы в науку пришла молодежь с новым мировоззрением, что должно, с ее точки зрения, помочь построить общество социальной справедливости. В 1936 году на собрании сотрудников МГУ в связи с так называемым «делом академика Н.Н. Лузина» С.А. Яновская в своем выступлении сказала: «Присутствующие на собрании могли бы... многое прибавить к тому, что писалось в «Правде» о деятельности и личности Н.Н. Лузина. Печатая все свои оригинальные работы за границей и помещая в советские издания лишь малоценные статьи, издеваясь при этом над своими собственными похвальными отзывами, помещенными в советских журналах, лицемерно льстя в глаза советской научной молодежи и сообщая «по секрету» друзьям, что время этой молодежи подходит к концу, – Лузин думал, что ему удастся долго одурачивать нашу научную общественность. Он действовал бесцеремонно, нечистоплотно, вредительски, рассчитывая на полную свою безнаказанность. Нечистоплотное отношение Лузина к чужим работам выразилось... в плагиате у своих учеников (у т. Новикова). Возмутительное его вредительство сказалось в переработке известного учебника Гренвиля по математике: переработка свелась к тому, что текст подлинника в 450 стр. вырос до 800 стр. Характерный штрих: в 1930 году Н.Н. Лузин председательствовал на заседании ученых, которое приняло обращение к французским ученым – протест против интервентов – в связи с делом Промпартии. Но Лузин уклонился от того, чтобы собственноручно подписаться под этим воззванием. Напрасно тогда молодой аспирант стучался в двери Лузина. Узнав, что он пришел из Института математики за подписью, Лузин заявил, что болен, что ни принять, ни подписать Обращение не может. Вот эта манера – демонстрировать свое «советское лицо» перед советской общественностью и сохранять свое подлинное лицо перед заграницей – весьма характерна для Лузина. Тогда же под первым попавшимся предлогом он уходит с математического факультета... и, как из рога изобилия, посыпались похвалы, расточаемые им всяческим ничтожествам математической науки, похвалы, граничащие с издевательством и вредительством» [12]. Совершенно очевидно, что в приведенной речи Яновская критикует Н.Н. Лузина не за то, что у него «несоветское лицо», а за то, что он не соблюдает нормы этики, обязательные для любого ученого – и советского, и западного. И делает это предметно, на хорошо известных слушателям фактах. Например, для нее плагиат – это нечистоплотное поведение, удвоение объема учебника – это вредительство, как и хвалебный отзыв на ничтожную работу, и т.д. Она хочет, чтобы в университете работали морально чистые люди. Ее беспокоит не столько Лузин, сколько его возможное негативное влияние на научную молодежь. Именно поэтому статья [12] с информацией о собрании сотрудников МГУ названа Яновской «Против Лузина и лузиновщины». Существенно, что в выступлении Яновской нет ни слова о необходимости принятия в отношении Лузина каких-либо конкретных мер дисциплинарного или репрессивного характера. Те, кто организовал и провел погром Лузина, говорили (и, конечно, действовали) совсем иначе. Вот «Резолюция по поводу статей «Правды» «Ответ академику Н. Лузину» и «О врагах в советской маске», принятая в 1936 г. на общем собрании Математического института АН СССР: «1. Математическая общественность знала в течение ряда лет факты «деятельности» Н. Лузина... 2. Однако... общественность не разглядела в этих фактах лицо врага, прикрывшегося маской советского академика, объясняя их «странностями» характера Н. Лузина. 3. В этой связи мы должны открыто признать, что такая позиция в отношении к Н. Лузину была позицией гнилого либерализма, способствования гнусной антисоветской деятельности Н. Лузина. 4. Великолепная большевистская бдительность помогла «Правде» вскрыть врага, пробравшегося в ряды советских ученых, что послужит нам в дальнейшей нашей деятельности предметным уроком в борьбе за советскую социалистическую науку. 5. Мы призываем всю научную общественность нашей страны к непримиримой борьбе с врагами народа, под какой бы маской они не скрывались... 6. Собрание обращается в Президиум АН с предложением немедленно снять Н. Лузина с постов председателя группы математики АН и председателя математической квалификационной комиссии. 7. Собрание просит Президиум АН рассмотреть в соответствии с п. 24 Устава АН вопрос о дальнейшем пребывании Н. Лузина в числе действительных членов АН. 8. Собрание считает, что в целях обеспечения руководства математической жизнью страны необходимо усилить группу математики, пополнив ее новыми действительными членами и членами-корреспондентами» [13]. В этом «замечательном» документе о «происках врага» главное – это, конечно, пп. 6, 7, предусматривающие полный «разгром врага», т.е. освобождение важных постов, и п. 8, позволяющий организаторам разгрома занять позиции «разгромленного врага», т.е. освободившиеся посты.

Итак, и в 1920-е – 30-е годы, и в 1940-е – 60-е гг. С.А. Яновская занималась по существу, одним и тем же – защитой науки, обучением, воспитанием и поддержкой молодых ученых, хотя формы этой работы несколько различались: если в первый период значительный процент времени она уделяла общественно-политической работе, то во второй период этот процент был сведен до минимума.

Кроме главного обвинения в погромах «старых» профессоров, с которым мы, надеюсь, уже разобрались, в вышеприведенных отрывках [1], [3] Софье Александровне ставится также в вину то, что, будучи «красным профессором», она своими публикациями «способствовала... созданию тяжелой атмосферы вокруг ряда известных математиков (например, Д.Ф. Егорова...)», что даже «статья С.А. Яновской вышла в майской книжке журнала..., а осенью... Д.Ф. Егоров был сослан в Казань, где через год скончался», что вообще С.А. «сформировалась как партийный функционер, вращающийся в академических кругах». Думаю, что обвинение в «способствовании созданию тяжелой атмосферы» нелепо не только с точки зрения юриспруденции: хорошо известно, что хозяин страны – Сталин принимал свои решения по одному ему известным причинам, не ориентируясь на степень тяжести атмосферы, созданную усилиями активных трудящихся, а также «красных» и «обычных» профессоров. (Хороший пример: в начале августа 1936 года, когда «дело Лузина» достигло апогея и несчастного академика должны были вот-вот репрессировать, Сталин дал «отбой» и Лузина отпустили, зато вскоре арестовали ведшего его дело главного ученого секретаря АН СССР академика Горбунова и в 1938 году расстреляли как «врага народа». Кстати сказать, в группе молодых ученых, инициировавших «дело Н.Н. Лузина», не было ни одного «красного профессора» – только «простые профессора»: П.С. Александров, А.Н. Колмогоров, С.Л. Соболев, Л.А. Люстерник и др.). Так что С.А. Яновская не имела никакого отношения к репрессиям против Д.Ф. Егорова (который, кстати сказать, в 1920-е годы руководил семинаром, который она посещала, т.е. был ее учителем, что для нее было важным). А обвинять ее за статью, через полгода после которой Егорова сослали, и вовсе нелогично, поскольку, как известно, «после этого» не означает «вследствие этого». Ну, а на вопрос, была ли С.А. «партийным функционером, вращающимся в академических кругах», или все-таки «ученым, пользующимся доверием других ученых и принимаемым в партийных кругах», отвечает следующая подлинная история. В 1937 году Э. Кольман был снят со своего официального поста завотделом науки Московского Горкома ВКП(б) и с неофициального поста представителя математического сообщества Москвы в партийных кругах... И тогда по взаимному согласию указанных сообщества и кругов новым представителем единодушно назвали С.А. Яновскую. Это было ее профессиональное и человеческое признание обеими сторонами – математиками и партией.

8. Уровень С.А. Яновской как ученого

Целый ряд исследователей творческой деятельности С.А. Яновской, включая и ее бывших учеников, высказываются в том смысле, что эта деятельность не была собственно научной деятельностью в области математики и логики, она лишь способствовала таковой у других лиц. Так, И.Г. Башмакова и др. пишут: «Марков был первым заведующим кафедрой с момента ее создания весной 1959 г. Тогда она называлась просто кафедрой математической логики. Колмогоров руководил кафедрой после смерти Маркова, с начала 1980 г. Яновская никогда не заведовала этой кафедрой. Однако она сделала, может быть, больше, чем кто-либо, чтобы само существование математической логики в МГУ – а тем самым и существование кафедры – стало реальностью. В частности, заведуя кафедрой истории математики, она «пригревала» на ней математическую логику, и едва ли не первые аспиранты МГУ по этой тематике – Ю.Т. Медведев и В.А. Успенский – числились аспирантами этой кафедры. Софья Александровна не вела собственной исследовательской работы в области математической логики, но приложила немало усилий, чтобы такую работу могли вести другие» [3]. Еще конкретнее высказывается Б.А. Кушнер: «Будучи одним из старейших профессоров университета, С.А. все же находилась на мехмате в несколько необычной и не очень простой ситуации. Проблема состояла в том, что Софья Александровна была не исследователем, а экзегетом. Она не доказывала теорем, лемм и т.д. Она была мыслителем, историком, философом и защитником математики (что и от кого приходилось защищать... – читателям старшего поколения разъяснения не нужны) [10]».

Здесь считаем необходимым высказаться с полной определенностью. Математик – это не только человек, который доказывает теоремы. К числу математиков должны быть отнесены и все те, кто объясняют теоремы, доказанные другими; изучают историю математических открытий; занимаются обоснованием (философией) математики и т.д. – ведь все эти виды исследовательской деятельности, которыми занималась и С.А. Яновская, способствуют развитию математики, формированию в ней новых научных направлений, доказательству новых теорем и т.п. Поэтому Софья Александровна, вне всякого сомнения, является ученым-математиком. Формально этот ее статус был признан еще в 1935 году, когда Математическая квалификационная комиссия АН СССР присудила ей ученую степень доктора физико-математических наук и присвоила ученое звание профессора математики. Несомненно, что С.А. могла вести собственные чисто математические исследования, создавать теории, доказывать теоремы – ее выдающиеся математические способности были отмечены еще в 1916 году С.О. Шатуновским (см. пункт 2). Однако она предпочла другой путь – делиться своими идеями с научной молодежью, помогать ей вести свои математические исследования, доказывать теоремы, писать статьи и книги (см. пункт 4). Так что многие научные идеи и результаты, которые могли принадлежать лично С.А. Яновской, оказались рассыпаны по публикациям ее многочисленных учеников.

Уровень научных работ С.А. Яновской очень высок. Это связано, в первую очередь, с содержанием этих работ, характеризующимся «стремлением дойти до сути вещей..., удивительным даром проникать внутренним взором в глубь явления, доискиваясь до его причины» [2]. Так, занимаясь историей математики, она интересовалась, прежде всего, не фактологией развития математических знаний (хотя и этой стороной истории математики она занималась весьма обстоятельно), а узловыми проблемами становления математики как аксиоматической науки, в чем весьма преуспела. Например, ей удалось объяснить, почему одни разделы математики быстро принимают форму аксиоматических теорий, а другие – нет ([3], [21]). Занимаясь же философией (основаниями) математики и математической логикой, она строго сформулировала проблему соотношения содержательного и формального в научном знании (в первую очередь, математическом знании, строящемся на дедуктивной основе) и сыграла ведущую роль в поиске путей ее разрешения [4]. Что касается формы научных работ С.А. Яновской, то она подстать их содержанию и характеризуется исключительно скрупулезной и добросовестной работой над источниками, логически безупречным изложением материала, точным и ясным языком. Важно отметить, что С.А. Яновской удалось то, что не удается большинству ученых даже с высоким уровнем научных работ: она стала основателем двух крупных научных школ: советской школы истории математики и советской школы математической логики.

Мы видим, что у С.А. Яновской имеются очень большие заслуги перед наукой и высшей школой страны. Почему же страна не воздала ей должное – не присвоила ей никаких почетных научных и педагогических званий, не наградила премиями, не избрала в Академию наук? Ответ очень прост: Софья Александровна была исключительно скромным человеком и никогда не только не предпринимала каких бы то ни было усилий, чтобы такие звания и премии получить, но даже не заикалась об этом (в отличие от большинства современников своего круга, активно занимавшихся такой деятельностью). В этих условиях для ее заслуженного награждения требовалось лишь вмешательство одного – двух авторитетных ученых-математиков, осознающих важность сделанного этим человеком и готовых совершить Поступок. К сожалению, таких людей не нашлось, хотя многие крупные ученые (П.С. Александров, А.Н. Колмогоров, А.А. Марков, П.С. Новиков, И.Г. Петровский, С.Л. Соболев и др.) высоко ценили ее профессиональные достижения и относились к ней с глубоким уважением. В связи с этим заметим, что, когда такие люди находились, подобные вопросы решались достаточно просто даже в эпоху Сталина. Например, когда в 1946 году на Общем собрании АН СССР, обсуждавшем прием новых членов АН, Президент АН академик С.И. Вавилов заявил с трибуны, что ему стыдно, что он – академик, а Л.Д. Ландау – нет, вопрос о членстве Ландау в АН СССР был решен в течение считанных минут.

9. Заключение

Софья Александровна Яновская прожила большую, яркую и очень непростую жизнь. Воспитанная в духе идей социальной справедливости, защищая их потом на фронтах гражданской войны, она осталась верна им до конца своих дней, перенеся со временем центр тяжести своей борьбы на научно-педагогическую деятельность и сделав все, чтобы десятки молодых людей – ее учеников – стали настоящими учеными и настоящими людьми и заняли подобающее им место в обществе. Ей было нелегко: она сталкивалась с сопротивлением, испытывала страх, постоянно боролась с тяжелой болезнью, ее преследовало (и преследует до сих пор) непонимание. Но она не свернула со своего пути. Она была несчастлива в личной жизни, хотя вышла замуж по любви, за товарища по борьбе и единомышленника. Но и это не остановило ее. Что же поддерживало ее, давало силы жить и работать? Сама Софья Александровна на торжественном заседании в МГУ по поводу ее 70-летия объяснила все тем, что всегда трудилась, сознавая свой долг ученого перед народом, что ее окружали хорошие люди, которых она беспредельно любила: коммунисты, вместе с которыми она сражалась на фронтах гражданской войны; ученые, вместе с которыми работала; ее близкие и ученики. Что ей повезло – она встретила на своем пути выдающихся людей – руководителей одесского подполья в годы гражданской войны, своего мужа И.И. Яновского, известного математика А.Я. Хинчина и др.

С.А. Яновская и в 70 лет осталась верна идеалам и убеждениям молодости. Мало кому удается такое. Она была счастливым человеком…

Литература

1. Бажанов В.А. Очерки социальной истории логики в России. – Ульяновск: СВНЦ, 2002.
2. Башмакова И.Г. Одаренная умом и сердцем // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 100-103.
3. Башмакова И.Г., Демидов С.С., Успенский В.А. Жажда ясности // Вопросы истории естествознания и техники. – 1996. – № 4. – С. 108–119.
4. Бирюков Б.В. Выдающийся исследователь логических основ научного знания // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 87–96.
5. Горский Д.П. Математик-марксист // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 83–87.
6. Гудстейн Р.Л. Математическая логика. – М.: ИЛ, 1961.
7. Гуковская В.А. Прекрасная способность помогать окружающим // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 115–116.
8. Кильберг Х.И. Верность долгу // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 104–107.
9. Клини С. Введение в метаматематику. – М.: ИЛ, 1957.
10. Кушнер Б.А. Несколько воспоминаний о С.А. Яновской // Вопросы истории естествознания и техники. – 1996. – № 4. – С. 119–123.

11. Маркс К. Математические рукописи / Ред. Яновская С.А., Рыбников К.А. – М.: Наука, 1968.
12. Против Лузина и лузиновщины (Собрание математиков МГУ) // Фронт науки и техники. – 1936. – № 7. – С. 123–125.
13. Резолюция по поводу статей «Правды» «Ответ академику Н. Лузину» и «О врагах в советской маске» // Успехи математических наук. – 1937. – Вып. III. – С. 275.
14. Черч А. Введение в математическую логику. – М.: ИЛ, 1960.
15. Шестопал М.Г. Безграничная любовь к людям // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 116–118.
16. Юшкевич А.П. Призвание мастера // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 108–111.
17. Яновская С.А. Автобиография // Женщины – революционеры и ученые / Ред. Минц И.И., Ненароков А.П. – М.: Наука, 1982. – С. 81–82.
18. Яновская С.А. Вступительная статья и комментарии // Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. – М.: ИЛ, 1947.
19. Яновская С.А. Закон единства противоположностей в математике // Естествознание и марксизм. – 1929. – № 1. – С. 17–32.
20. Яновская С.А. Идеализм в современной философии математики // Естествознание и марксизм. – 1930. – № 2–3. – С. 10–31.
21. Яновская С.А. Из истории аксиоматики // Историко-математические исследования. – 1958. – Вып. XI. – С. 63–96.
22. Яновская С.А. Из истории преподавания математики в Московском университете // Историко-математические исследования. – 1955. – Вып. 8. – С. 127-180.
23. Яновская С.А. Исчисление // Философская энциклопедия. Т. II. – М.: 1960. – С. 387–390.
24. Яновская С.А. Категория качества у Гегеля и сущность математики // Под знаменем марксизма. – 1928. – № 13. – С. 30–71.
25. Яновская С.А. Логика высказываний // Философская энциклопедия. Т. III. – М.: 1960. – С. 205–209.
26. Яновская С.А. Математическая логика и основания математики // Математика в СССР за сорок лет. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1959. – С. 13–120.
27. Яновская С.А. Методологические проблемы науки. – М.: Наука, 1972.
28. Яновская С.А. О математических рукописях Маркса // Под знаменем марксизма. – 1933. – № 2. – С. 74–115.
29. Яновская С.А. О некоторых чертах математической логики и отношении ее к техническим приложениям // Применение логики в науке и технике. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – С. 3–21.

30. Яновская С.А. О роли математической строгости в творческом развитии математики и специально о «Геометрии» Декарта // Историко-математические исследования. – 1966. – Вып. 17. – С. 151–183.
31. Яновская С.А. О так называемых определениях через абстракцию // Под знаменем марксизма. – 1935. № 4. – С. 154–170.
32. Яновская С.А. О философских вопросах математической логики // Проблемы логики. – М.: 1963. – С. 3–17.
33. Яновская С.А. Основания математики и математическая логика // Математика в СССР за тридцать лет. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. – С. 11–52.
34. Яновская С.А. Очередные задачи математиков-марксистов // Под знаменем марксизма. – 1930. – № 5. – С. 88–94.
35. Яновская С.А. Предисловие // Карнап Р. Значение и необходимость. – М.: ИЛ, 1959.
36. Яновская С.А. Предисловие // Тьюринг А. Может ли машина мыслить. – М.: Физматгиз, 1960.
37. Яновская С.А. Предисловие и комментарии // Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. – М.: ИЛ, 1948.
38. Яновская С.А. Преодолены ли в современной науке трудности, известные под названием «апорий Зенона»? // Проблемы логики. – М.: 1963. – С. 116-136.
39. Яновская С.А., Гливенко В.И. Логика математическая // БСЭ. Изд. 1-е. – Т. 37. – 1938.

Липкин А.И.

(Москва)

«КОНСТРУКТИВИЗМ», «РЕАЛИЗМ» И ИХ СОЧЕТАНИЕ В ДВУХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ*

Резюме

Дается краткое изложение современного состояние спора между «конструктивизмом» и «реализмом», который разворачивается в философии естественных наук. Показывается, что переход к двухуровневой структуре физического (и естественнонаучного) знания дает новые возможности для решения этого спора. В предлагаемом варианте двухуровневой структуры физического знания «конструктивизм» и «реализм», «рационализм» и «эмпиризм» не противопоставляются, а сложно сочетаются друг с другом. При этом в эмпиризме мы от позитивистского принципа «наблюдаемости» переходим к принципам «приготовляемости» и «измеряемости», а от категориальной пары «конструктивизм-реализм» к двум парам «искусственное - естественное» и «идеальное – реальное».

* * *

1. Введение

В конце 19 в. позиция родственная современному конструктивизму была заявлена в позитивизме Маха. От представленной Махом феноменолистически-антиреалистической позиции лежит прямая дорога к «активистскому» взгляду, который «акцентирует внимание на активности теоретического мышления»[1], на невыводимости его непосредственно из опыта, который сам оказывается «теоретически нагруженным» [26].

Тогдашнее противостояние реализма и конструктивизма четко зафиксировано сторонником реализма Максом Планком. Возражая последователям Э. Маха, он говорил: «Чем является по существу то, что мы называем физической картиной мира? Есть ли эта картина только целесообразное, но, в сущности, произвольное создание нашего ума, или же мы вынуждены, напротив, признать, что она выражает реальные, совершенно не зависящие от нас явления природы?» Планк считает, что внешний мир представляет собой нечто, не зависящее от нас, абсолютное, чему

---

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-06-00229а.

[1] Этот характерный для «неклассического» периода конструктивистский взгляд на науку, учитывающий активную роль человеческой культуры в научной картине мира природы, следует отличать от нередко встречающихся утверждений о включенности человека (или его сознания) в саму «неклассическую» науку (в первую очередь в квантовой механике). Последнее утверждение, разумеется, неверно [7; 8; 16].

противостоим мы. «Этот постоянный элемент (подразумеваются мировые постоянные и связанные с ними законы - А.Л.) не зависит ни от какой человеческой и даже ни от какой вообще мыслящей индивидуальности, и составляет то, что мы называем реальностью... Коперник, Кеплер, Ньютон, Гюйгенс, Фарадей... опорой всей их деятельности была незыблемая уверенность в реальности их картины мира... Этот ответ находится в известном противоречии с тем направлением философии природы, которым руководит Э. Мах и которое пользуется в настоящее время большими симпатиями среди естествоиспытателей. Согласно этому учению в природе не существует другой реальности, кроме наших собственных ощущений, и всякое изучение природы является, в конечном счете, только экономным приспособлением наших мыслей к нашим ощущениям... Разница между физическим и психическим - чисто практическая и условная; единственные существенные элементы мира, это - наши ощущения...» [19, С. 3, 24-26, 46-49].

2. Современный спор «конструктивизма» и «реализма»

Во многом актуализация спора конструктивизма с реализмом в современной западной философии науки связана с выходом книги американского философа науки голландского происхождения Баса ван Фраассена «The Scientific Image» (Oxford, 1980). С тех пор и до сего дня эта тема интенсивно обсуждается на Западе (об этом, в частности, я сужу по опыту участия в 2004 и 2009 гг. в ежегодной Международной конференции по философии науки в межуниверситетском центре в г. Дубровник).

В своем «конструктивном эмпиризме» ван Фраассен провозглашает «взгляд, согласно которому научная деятельность является скорее конструированием, чем открытием: конструированием моделей, которые должны быть адекватны явлению, а не открытием истины, имеющей отношение к ненаблюдаемому» (каковыми являются теоретические сущности типа ньютоновской силы тяготения или молекул в статистической (молекулярной) физике – А.Л.) [30, P. 5]. «Цель науки - дать нам теории, которые являются эмпирически адекватными; и принятие теории включает веру только в то, что она эмпирически адекватна» [30, P. 12].

Под «эмпирической адекватностью» он имеет ввиду совпадение эмпирических проявлений теоретической модели явления и самого явления, и утверждает (игнорируя аргументы Т. Куна и И. Лакатоса об отсутствии «решающих экспериментов»), что «истинность теории, взятой в целом, ставится под сомнение, как только опыт говорит против любой части ее следствий» и «уязвимость теории по отношению к будущему опыту состоит только в том, что уязвимы ее притязания на эмпирическую адекватность» [30, P.254]. У ван Фраассена, как и у конвенционалистов, теоретическая модель носит инструментальный и условный характер и служит лишь средством (инструментом) для «спасения явлений», т.е. правильного описания проявлений некоторого неизвестного источника-причины этого явления[2].

Эту свою позицию он противопоставляет позиции «реалистического эмпиризма» (которую называет «научным реализмом»), где утверждается, что «картина мира, которую наука дает нам, является истинной картиной мира, верной в своих деталях, и сущности, постулируемые в науке, действительно существуют: наука продвигается посредством открытий, а не изобретений... Цель науки - дать нам истинную историю о том, как выглядит мир; и принятие научной теории включает веру в то, что это есть истина»[30, P. 7-8].

Свой «конструктивный эмпиризм» и указанный выше критерий «эмпирической адекватности» ван Фраассен вводит в рамках последовательного эмпиризма, исходящего из тезиса Джеймса (который последний «идентифицировал» как «ядро эмпиризма»): «опыт является легитимным и единственным легитимным источником наших фактуальных мнений (полстолетия позже в 1947 г. Ганс Рейхенбах... характеризовал свой собственный логический эмпиризм в подобных же терминах)» [30, P. 252][3]. Особенно ярко бескомпромиссность логически последовательного эмпиризма ван Фраассена проявляется в выступлении против привлечения «таких черт, как объяснительная сила и т.п., как дающих дополнительные независимые основания для доверия (belief)..., когда кажется, что

[2] Термин «спасение явлений» восходит к древнегреческой астрономии. «Греческие астрономы, - пишет И.Д. Рожанский, - имели дело лишь с видимыми движениями небесных светил, иначе говоря, с проекциями движений на небесную сферу. Размеры самой небесной сферы при этом оставались неизвестными: она могла быть бесконечно большой или совпадать со сферой неподвижных звезд или иметь какой-либо другой радиус: для теории этот вопрос оставался несущественным, поскольку абсолютные расстояния между светилами ни в каком виде не входили в теорию, ставившую перед собой задачу «спасения явлений». В этой теории речь могла идти лишь об изменениях во времени угловых величин, характеризующих положения светил на небесной сфере» [23, С. 255-256].

[3] С этим сочеталось утверждение Джеймса о «подверженности ошибкам всех человеческих притязаний на знание», поскольку «все заключения о реальной действительности подвержены (подлежат) модификации в ходе будущего опыта». Подобные утверждения во многом близки «фаллибилизму» К. Поппера, утверждавшего, что «люди подвержены ошибкам, и достоверность не является прерогативой человечества» [20, С. 386].

две теории соответствуют явлению одинаково хорошо» [30, P. 254, 286][4]. Аргумент «к лучшему объяснению», основанием для которого служит «идея индуктивной логики, или органона, или канона индукции», ван Фраассен относит, по сути, к «метафизическим» доюмовским доводам, хотя и «сегодня, несмотря на все тупики и критицизм, вывод к лучшему объяснению... остается широко распространенной и популярной концепцией» [30, P. 277]. Основанием для неприятия этого критерия служит утверждение, что то, что «будет лучшим объяснением, и каким оно будет, зависит от того, какие теории мы в состоянии вообразить и ... от наших интересов и других контекстуальных факторов, задающих конкретное содержание «лучшего объяснения»…, характеристик… совершенно независимых от того, что опыт открыл в соответствующем явлении.… Этот тезис оказывается в прямом противоречии с эмпиристским тезисом, что опыт является единственным легитимным источником (научных знаний – А.Л.)» [30, P. 286-287]. Критерии, «идущие сверх рассмотрения эмпирической адекватности», несовместимы с последовательным эмпиризмом. «Предположим, что мы приняли такие предлагаемые критерии и взяли их в качестве основательных аргументов для доверия (belief) к теории, - говорит он. - Тогда мы идентифицировали что-то новое как легитимный источник информации о мире. И тогда, согласно принципу эмпиризма, обсуждавшемуся выше, мы больше не будем эмпириками» [30, P. 286-287]. «В философской практике, - подчеркивает ван Фраассен, - разделительная линия между эмпириками и другими... появляется в связи с объяснением» [30, P. 286-287], т.е. тот, кто полагает, что теория должна объяснять и искать причины[5] явлений, не является настоящим последовательным эмпиристом.

Ван Фраассен полагает, что «эмпиристская критика знания подрывает все основания у научного реализма» [30, P.286]. «Метафизики претендовали на достижение объективной достоверности (в утверждениях) о реальной действительности ..., но Юм доказал невозможность этого раз и навсегда» [30, P.253]. Действительно, проблема Юма, которая является ахиллесовой пятой реалистического эмпиризма, периодически всплывает на поверхность (в 1930-х и 60-х она поднималась Поппером, в конце XX

[4] Соответственно он разделяет характерное для эмпирицистов утверждение, что «одно и то же множество данных наблюдения совместимо с очень разными и взаимно несовместимыми теориями» [25, С. 53, 75].

[5] И вообще он утверждает, что «причинность в философской интерпретации выступает как бог из машины» [30, P.288] (имеется в виду популярный в пьесах XVII-XVIII вв. сценический прием, когда в конце пьесы сверху на сценической машине спускается бог и осуществляет счастливую концовку пьесы, шедшей к трагической развязке).

в. – Б.С. ван Фраассеном). В рамках позитивизма Конта, Маха и др. эту проблему пытались обойти с помощью феноменологической установки: дело науки познавать не сущности, а только феномены. По сути, так же решает этот вопрос и ван Фраассен.

Общим для защитников реализма является утверждение, что то, против чего выступает ван Фраассен, – это «наивный» или «метафизический» реализм (очень близкий приведенному выше реализму М. Планка). Современные реалисты эту позицию защищать не берутся, принимая многие моменты критики «наивного реализма» со стороны ван Фраассена: «Я согласен с ван Фраассеном, что форма научного реализма, которую он подвергает сомнению, не выдерживает критики», – утверждает Эллис [30, P.48]. Однако, не принимая крайнего конструктивизма ван Фраассена, современные реалисты вместо «наивного» предлагают различные варианты «реформированного» реализма.

Важной проекцией спора реализма и конструктивизма является вопрос об истинности теории: в конструктивизме для критерия истины просто нет места – изобретения оцениваются на эффективность, а не истинность, а в реализме есть простой критерий истины как соответствия факту, называемой корреспондентной концепцией истины. «Наиболее уязвимым местом критикуемого ван Фраассеном «метафизического реализма» является «корреспондентная теория истины» и вытекающая из нее апелляция к «объективному миру», «трансцендентной реальности», иначе говоря, «онтологии», которая не постулируется теорией, а предпосылается ей, – констатирует В.Н. Порус в обзоре, посвященном «научному реализму». – Фактически метафизический реализм использует кантовское понятие «реальности» как «вещи в себе», но пытается соединить несоединимое: утверждает познаваемость того, что по самому смыслу кантовского понятия является непознаваемым; отсюда эклектичность и непоследовательность этой концепции… (Поэтому) лишь немногие отваживаются на «метафизический реализм», требующий защиты теории истины как «соответствия с реальностью» или «корреспондентной теории истины»» [22, С.15,11]. «Реалисты», в отличие от «инструменталистов», – заявляет представитель одного из течений «научного реализма» (здесь – в смысле «реформированного», «утонченного» – А.Л.), – ищут необходимую связь между утверждениями науки и объективной реальностью. Но это лишь «цель и притязание» науки; само понятие реальности – это просто «вера в возможность истинного познания». «Реализм, т.о., это не собрание фактов о мире, а грань нашего представления о мире; ... (он) играет регулятивную роль.… С моей точки зрения, - пишет представитель другой разновидности «научного» реализма Х. Патнэм, -

истина как понятие не имеет иного содержания, кроме правильной применимости суждений... Истина так же плюралистична, неоднозначна и незамкнута, как и мы сами» [22, С. 13]).

Реалистический и конструктивный эмпиризм сегодня, как и столетие назад, ищут себе опору, соответственно, в классической и неклассической физике[6]. Симпатизирующий аргументам ван Фраассена представитель «прагматического реализма»[7] Эллис утверждает: «В то время, когда в теории доминировали механистические теории, было легко представлять, что цель науки состоит в открытии и описании лежащих в основе мира механизмов природы... Но образ науки сильно изменился с тех пор, и доминирующие теории более не являются механистическими. Подумайте теперь о квантовой механике или геометродинамике[8]. Является ли научный реализм после этого все еще философией науки, которую... действительно необходимо принять? Я полагаю, что многие физики, занимающиеся теорией пространства-времени и квантовой механикой, будут весьма удивлены предположением, что теории, которые они принимают и с которыми работают, могут быть буквально истинными, так как они вовсе не имеют никакой ясной концепции о реальности, которой эти теории должны соответствовать. И мне совершенно ясно, что многие из них согласятся[9] с ван Фраассеном, что цель науки - только давать нам теории, которые являются эмпирически адекватными» [30, P. 50].

В результате постпозитивистской критики (включая и историцистскую критику Куна, Фейерабенда и др.) «рационалисты»[10] получили очень существенный удар. «Раньше, - рассуждает В. Ньютон-Смит в ра-

---

[6] Эту мысль высказывает и сам ван Фраассен, ссылаясь на свои ранние работы об основаниях причинной теории времени [29, гл.6].

[7] «В противоположность ванфраассеновскому конструктивному эмпиризму я провозглашу прагматический тезис: цель науки - давать наилучшие возможные объяснительные схемы (explanatory account) явлений природы; принятие научной теории включает веру (belief) в то, что она принадлежит к такой схеме (account)» [30, P. 51].

[8] Довольно странное сочетание в одном ряду теорий несоизмеримых по своей обоснованности и развитости: геометродинамика – направление, развиваемое небольшой группой ученых во главе с Уиллером, не вышедшее из детского, если не младенческого возраста, и квантовая механика - уже семьдесят лет являющаяся одним из главных разделов физики.

[9] Мне представляется, что последнее утверждение неверно, многие физики-теоретики в области квантовой механики с этим тезисом не согласятся. Это несогласие мне видится и в позиции одного из отцов квантовой механики В. Гейзенберга, когда он обсуждает проблему понимания в теоретической физике.

[10] Имеется в виду рационализм в широком смысле слова (включающий и Декарта, и Локка), в который включены те, кто выступает за рациональный критерий истины как соответствия факту при отборе теорий.

боте «Рациональность науки», – очень мало говорилось о нерационалистических моделях объяснения перемен в науке»[24, С.253], ибо царили рационалисты. Теперь ситуация кардинально изменилась. «Как себя чувствует наш рационалист? Затравленный, поверженный и побитый за то, что он едва ли может принять, он тем не менее выжил" [24, С. 289]. Это выживание В. Ньютон-Смит связывает с программой «умеренного рационализма» Поппера, продолженной Лакатосом, с его отступлением от классической истины к «приближению к истине», «возрастанию правдоподобия», росту «предсказательной мощи». Утонченный «научный реализм» в своем отмежевании от «метафизического» реализма временами сильно сближается со своим оппонентом – «конструктивным эмпиризмом», так или иначе ослабляя исходное реалистическое понимание истины[11]. Так Лакатос неоднократно указывает, что теории изобретаются, а его критерий прогрессивного сдвига проблем, по сути, вводит конструктивистский критерий эффективности при отборе исследовательских программ. Но, вслед за Поппером, он провозглашает веру в то, что истина существует и научные теории к ней приближаются, опираясь на опыт, хотя у нас нет критериев, по которым мы могли бы утверждать, что данная последовательность теорий движется к истине.

Другим популярным сегодня направлением реформированного реализма является «конструктивный реализм», представляющий собой взгляд, согласно которому «научные теории предлагают верные описания реальности», но «они не говорят нам о лежащей в основе ее природе. Скорее они говорят нам о структуре этой реальности… Идея структуры имеет дело с отношениями между элементами некоторой системы элементов. Структура фокусируется на самих отношениях… Можно знать структурные аспекты реальности, но не природу тех вещей, чьи отношения определяют структуру… Природа объектов выше того, чем в состоянии овладеть наша жажда знания», а сторонники более радикальной версии «настаивают (hold), что фактически больше нечего и познавать» [28].

В результате спорящие об отношении между теорией и "реальностью" стороны образуют три полюса, а не два, как на границе 19 и 20 вв. Их составляют: 1) позиция «метафизического» («наивного») реализма и противостоящие ему позиции 2) «эмпирического конструктивизма» Б. Ван Фраассена и 3) «реформированных» форм реализма. Это их противостояние весьма ярко выразил в ходе дискуссии 1982 г. представитель одной из разновидностей «реформированного» реализма гарвардский профес-

[11] Демонстрируя «типичное для «научного реализма» ... множество неуточненных понятий, апеллирующих скорее к здравому смыслу и интуиции» [22, С. 27].

сор Х. Патнэм: «Метафизический реализм в настоящее время занял место позитивизма и прагматизма в качестве основной философии современного сциентизма..., одной из наиболее опасных (имея в виду ее неадекватность, но привлекательность для ученых в силу своей простоты – А.Л.) интеллектуальных тенденций современности. Критика его наиболее влиятельной формы - это долг философа...»[33, P.147]. Этот «долг» выполняют борющиеся между собой «конструктивисты» и «реалисты-реформаторы» (различных толков). Многочисленность различных версий «реформированного реализма», противопоставляющих себя ван Фраассену, указывает на то, что «реалистическая» позиция является обороняющейся, а ван Фраассен представляет атакующую сторону). При этом реалисты-реформаторы соглашаются со многими его аргументами против «метафизического реализма». «Метафизический реализм» «в настоящее время утратил своих сторонников. Против него не только инструменталисты, но и попперианцы, сторонники "историцистской" философии науки (Кун, Фейерабенд), современные прагматисты, сторонники «структуралистской» концепции научных теорий (Дж.Снид, Штегмюллер), Селларс, Патнэм, Хессе» – утверждает В. Порус [21, с.196]. Основной тезис «метафизического» («наивного») реализма – верификация теоретических высказываний и теорий в целом детерминируется существующей независимо от нашего знания «реальностью»; истинность таких высказываний и теорий – это «соответствие с реальностью самой по себе». «В практике физической науки, – заявляет современный философ-реалист Харре, – мы (пред)полагаем..., что нашему опыту противостоит независимый, большей частью ненаблюдаемый (состоящий из теоретических объектов типа атомов – А.Л.) реальный мир. Проблема реализма... – может ли какая-нибудь из наших техник (способов) познания мира, как он проявляется в опыте, снабдить нас достоверным знанием о ненаблюдаемой области реальности, существующей независимо от нас? ... Потому что наше знание и реальный мир есть разные виды сущностей (beings)» [31, P.34]. Реалистическая точка зрения на сущности, которые фигурируют в естественных науках как нечто данное и существующее независимо от процесса познания, в сочетании с эмпирическим взглядом на путь возникновения научных теорий, был всегда популярен среди ученых. Исключения составляли короткие периоды революционного брожения, когда популярность феноменологизма и конструктивизма резко возрастает, как это было во времена Маха.

3. Альтернативная двухуровневая модель физического знания

Недостатками всех перечисленных выше подходов являются, в первую очередь, одноуровневый подход к структуре научного знания, в котором нет места для качественного различия между теориями уровня раздела физики (скажем, квантовой механики) и теориями конкретных явлений внутри раздела физики (скажем, теории сверхпроводимости)[12] и, во-вторых, эмпиризм с его дихотомией «наблюдаемое» – «ненаблюдаемое». Обе эти черты – непреодоленное наследие логического позитивизма – «стандартного (общепринятого) взгляда» (Received View) на теории, провозглашенного Рейхенбахом и Карнапом. «Небольшим преувеличением будет сказать, что фактически каждый значительный результат, полученный в философии науки между 1920-ми и 1950, или использовал, или неявно предполагал этот стандартный взгляд», – утверждает известный философ науки Ф. Суппе. Этот взгляд приводит к резкому разведению (дихотомии) между двумя видами терминов, входящих в теорию, - терминами наблюдения и теоретическими терминами. «Термины наблюдения»[13] обозначают объекты или свойства, которые могут быть непосредственно наблюдаемы или измерены, в то время как теоретические термины обозначают объекты или свойства, которые мы не можем наблюдать или измерять, но которые выводятся из непосредственно наблюдаемых. «В 1950-х гг. стандартный взгляд «стал объектом критических атак... Эти атаки были столь успешны, что к концу 1960-х был достигнут общий консенсус среди философов науки, что «стандартный взгляд» неадекватен как анализ научных теорий... Сегодня в философии науки сложилась следующая ситуация: «стандартный взгляд» отвергнут, но ни одна из предложенных альтернатив анализа теорий не получила широкого признания» (в результате «стандартный взгляд» остался жить, хотя породивший его логический позитивизм к 1960-м сошел на нет) [34, P. 3-4]. Это писалось в 1974 г., но во многом верно и сегодня.

В [8; 9; 14] автором предлагается альтернативное двухуровневое описание структуры физического (естественнонаучного) знания, в котором по-новому сочетаются элементы реализма, конструктивизма, эмпиризма и рационализма.

---

[12] В постпозитивизме Т. Куном и И. Лакатосом были предложены двухуровневые модели, но они не используются при рассмотрении вопроса о структуре естественнонаучного знания.

[13] Предикат P Карнап называет «наблюдаемым» для субъекта N, если при соответствующих условиях для некоторого предмета a субъект N может придти к решению об истинности предложения «Pa» или «не-Pa» [2, С. 28].

3.1. Два уровня

В предлагаемом подходе утверждается, что в физике, как и в геометрии, четко различаются “первичные” и “вторичные” идеальные объекты. Вторичные идеальные объекты (ВИО) строятся (определяются) с помощью первичных идеальных объектов (ПИО). В этом состоит сущность и определение ВИО: ВИО определяются явным[14] образом через ПИО, подобно тому, как в геометрии фигуры (аналоги ВИО) строятся (и определяются) с помощью прямых и точек (аналогов ПИО), например: треугольник – это фигура, образованная пересечением трех прямых. Так в механике: идеальный маятник – это точечная массивная частица, на которую действуют силы тяжести и натяжения нити. Принципиальная разница между геометрическими и физическими идеальными объектами состоит в том, что физические идеальные объекты предполагают воплощаемость в материальные объекты, это их необходимая черта. ВИО – это идеальная онтологическая объектная модель (модель-объект), из которой вытекает теория данного объекта и его изменений (т.е. явления), подобно тому, как из механической модели Солнечной системы (планеты-частицы + силы тяготения) вытекает теория движения планет. Это «следование» обусловлено тем, что теоретическое описание ПИО задано.

Современная физика представляет собой совокупность разделов физики (выделенных в курсах теоретической физики), каждый из которых имеет свои основания - систему утверждений-постулатов, которые будем называть "ядром раздела физики" – ЯРФ. Они определяют базовые понятия соответствующего раздела, включая ПИО, используя, как и в геометрии Гильберта, неявный тип определения[15].

Связь между ЯРФ, ПИО и ВИО можно выразить с помощью Схемы 1:

$$\{\text{ЯРФ} = (\text{неявное определение}) \Rightarrow \text{ПИО}\} - (\text{явное определение}) \Rightarrow \text{ВИО}$$

Схема 1.

При этом ВИО могут собираться из ПИО, принадлежащих разным разделам физики. "Первичные идеальные объекты" (ПИО) являются основными понятиями любого раздела физики. Из этих “кирпичиков” строятся все физические модели объектов и явлений природы и соответствующие им теории. Таким образом, мы различаем: 1) явление, 2) модель физической системы (объекта) или ВИО, лежащую в основе явления, 3)ПИО, из которых эта модель построена, 4) теорию, вытека-

---

[14] Явное определение – это когда определяемое понятие определяется через другие понятия, которые заданы (в конце концов) другим способом (например, считаются очевидными).

[15] При неявном типе определения совокупность взаимосвязанных понятий определяется совместно посредством достаточно большого набора утверждений-постулатов.

ющую из 2) и 3). Примерами физических явлений являются: движение планет, электрический разряд, спектр излучения атома, сверхпроводимость. Моделью или ВИО будет соответствующая физическая система (объект), состоящая из ПИО. Используемые при этом ПИО – механическая частица (тело), заряженная частица, «квантовая частица».

Наличие двух типов идеальных объектов («первичных» и «вторичных») ведет к наличию двух уровней в структуре естественнонаучного знания и двух типов работы в естественных науках: 1) ПИО-тип работы по созданию новых ПИО и 2) ВИО-тип работы по построению ВИО из существующих ПИО. Это различение фиксируется в предложенном Т. Куном делении на «аномальную» (революционную) и «нормальную» фазы науки и в эйнштейновском различении на «принципиальные» («фундаментальные») и «конструктивные» теории. В истории физики наличие указанных двух типов работы отражается в споре конца XIX в. о том, в чем задача физики: «описывать» или «объяснять» (но использование союза «или» в исключающе-разделительном значении здесь неверно, поскольку речь должна идти о двух последовательных фазах: создании ПИО в ПИО-типе работы и последующем его использовании в ВИО-типе работы). Нетрудно увидеть, что сторонники «объяснительной» версии занимались ВИО-типом работы. Творцы новых разделов физики: классической механики (Галилей, Ньютон в «Математических началах натуральной философии», но не в «Оптике»), электродинамики (Фарадей, Максвелл, Герц), специальной теории относительности (ранний Эйнштейн, находившийся под сильным влиянием Маха) занимались ПИО-типом работы, организованной по другим правилам. Этот тип работы не мог ориентироваться на нормы первого типа работы, существовавшие под лозунгом «объяснения». Поэтому они образовали другой лагерь под лозунгом «описательной» установки. Это «развязывало руки» для ПИО-типа работы.

3.2. Сочетание конструктивизма и эмпирической реальности на первом уровне

Основания раздела физики (ЯРФ), в рамках которых определяются базовые понятия соответствующего раздела, включая ПИО, имеют следующую структуру (Схема 2) [8; 9; 14]:

$$\langle \text{П}|\ [S_A\,(1) \rightarrow \{\underline{S_A\,(2) = \text{УД} \Rightarrow S_A\,(2)}\} \rightarrow S_A\,(2)]\ |\text{И}\rangle$$

Схема 2.

В этой структуре можно выделить теоретическую и операциональную части. Теоретическая часть (в квадратных скобках) состоит из физической модели и ее математического представления. Основными элементами физической модели являются «физическая система» (А) – ПИО (в классической механике – механическая частица), и ее “состояния” ($S_A(j)$) – то, что меняется (в классической механике – положение и скорость механической частицы). Эта пара понятий, представляющая физический процесс (движение) как переход физической системы А (ПИО или ВИО) из одного состояния (S_A (1)) в другое (S_A (2)), является центральной в современной теоретической физике. При этом связь между состояниями физической системы задается с помощью «уравнения движения» (например – уравнения Ньютона), для чего вводится “математическое представление” (на схеме 2 выделено подчеркиванием), состоящее из математических образов физической системы, внешних воздействий (сил и т.п.), состояний физической системы и самого «уравнения движения» (УД). Без математического описания нельзя работать, нельзя предсказывать поведение физической системы.

В операциональную часть входят операции приготовления <П| (системы и ее начального состояния) и измерения |И> (основу последней составляют эталон и операции сравнения с эталоном). Эти операции были заимствованы из техники. То есть в физике граница проходит между теоретическим описанием и операциями, а не между «наблюдаемым» и «ненаблюдаемым». Поэтому позитивистское понятие «наблюдаемый» должно быть заменено понятиями «приготовляемый» и «измеряемый»: электрон – ненаблюдаем, но «приготовляем», его параметры ненаблюдаемы, но измеряемы. Наличие операциональных частей обеспечивает реализацию ПИО в материале, в результате чего на первом уровне – уровне ПИО, последние оказываются объектами искусственными (сконструированными), но реальными (как кирпичи).

Это хорошо видно на примере работы ПИО-типа, демонстрируемой Галилео Галилеем при создании теории падения тела, где был введен ряд главных элементов структуры (2). Если обратиться к текстам работы «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки…» Г. Галилея, где он, решая доставшуюся ему в наследство от Аристотеля задачу об описании падения тела, закладывает основы естественной науки Нового времени, то обнаружится, что основой его построений является не столько эмпирическое наблюдение, сколько теоретическое убеждение, что природа «стремится применить во всяких своих приспособлениях самые простые и легкие средства... Поэтому, когда я замечаю, что камень, выведенный из состояния покоя и падающий со значительной высоты, приобретает все новое и новое приращение скорости[16], не должен ли я думать, что подобное приращение происходит в самой простой и ясной для всякого форме? Если мы внимательно всмотримся в дело, то найдем, что нет приращения более простого, чем происходящее всегда равномерно» [1, с. 239]. Схема «физической» работы Галилея, ярко продемонстрированная в решении задачи о брошенном теле (глава «4-й день»), такова: задается закон движения - тела падают равноускоренно – и в результате мысленных физических экспериментов происходит создание элементов физической модели: тела, идеального движения в пустоте и мешающей этому идеальному движению среды. Далее он к созданному им таким образом теоретическому построению (которое не может быть фальсифицировано в силу такого определения пары «пустота – среда») подходит как инженер к проекту, т.е. ставит перед собой задачу воплотить в материал определение-проект этой «пустоты», как это делает инженер со своим проектом. Он делает это в ходе созданного им физического эксперимента ПИО-типа, создавая с помощью процедур приготовления (<П|) «гладкие наклонные плоскости» (позже эту функцию выполняют откаченные от воздуха трубки) и другие «конструктивные элементы» инженерной конструкции, и вводя соответствующие процедуры измерения (|И>).

Важной чертой описанного галилеевского подхода является то, что он, по своей сути, во-первых, является рационалистическим и конструктивистским, ибо основное его утверждение – равноускоренность падения тела – постулат разума, а не обобщение опыта. Во-вторых, продуцируемое им ПИО («пустота») реализуется в эмпирическом материале с помощью операций приготовления и измерения, т.е. является искусственным, но «реальным» (как кирпич). Важной чертой является то, что здесь теоретическая модель ПИО является «моделью для», т.е. она первична по отношению к ее всегда приблизительной реализации (в ходе эксперимента ПИО-типа).

Этот ход постоянно применяется при определении ПИО. Так в классической механике аналогом пары «вакуум – среда» будут пара «прямолинейное равномерное движение – сила» в I законе Ньютона и «сила и инерциальная система отсчета» во II законе Ньютона. Ведь «инерциальная система отсчета» определяется как такая система отсчета, в которой этот закон верен. Она вводится постулативно, а задача ее нахождения

[16] Это утверждение - результат эмпирического наблюдения, но оно не исчерпывает всего утверждения Галилея.

решается конструктивно, с помощью привязки ее к поверхности Земли, центру Солнца, множеству удаленных звезд[17].

Другая ситуация складывается на втором уровне – уровне ВИО. Здесь первичным является эмпирическое явление (или объект), а ВИО – его приблизительная модель (model of)[18], адекватность которой проверяется в ходе эксперимента ВИО-типа. Если эту двухуровневую модель сравнить с «эмпирическим конструктивизмом» ван Фраассена, то[19], во-первых, галилеевский «рационалистический конструктивизм» относится к ПИО-типу работы. Во-вторых, на ВИО-уровне Ван Фраассен требует лишь эмпирической адекватности теории (модели) и явления. У него, как и у конвенционалистов, сама модель носит инструментальный и условный характер. В предлагаемом подходе для ВИО речь идет не только об эмпирической адекватности, но и об "онтологической адекватности", ибо физическая модель строится из ПИО – элементов искусственных, но реальных. Эта конструктивистская искусственность принципиально отличается от того, что предполагается в конвенционализме и инструментализме. Здесь нет условности и договоренности. Физическая модель, составленная из ПИО, претендует на реальность. После того, как ПИО созданы, ВИО-тип работы носит реалистический характер: ВИО состоят из реальных (но искусственных) ПИО (подобно тому, как строящиеся из кирпичей дома, как и сами кирпичи, искусственны, но реальны). Так же, как в домах и городах мы окружены творениями рук человека, так в восприятии и постижении внешнего мира мы воспринимаем и постигаем его через призму нашей культуры, элементами которой является ПИО. ПИО (классические или квантовые частицы, поля и т.д.) в рамках ВИО-типа работы выступают, как аналоги априорных форм Канта, но эти априор-

---

[17] Альтернатива – уметь определять все силы независимо от законов Ньютона, но появляются все новые и новые взаимодействия: гравитационные, электромагнитные, сильные, слабые, и гарантий, что этот ряд не будет продолжен, нет.

[18] Для фиксации важного различия между этими двумя случаями мы воспользовались введенным Е. Хаттеном [32] различением двух типов моделей: «модели ДЛЯ» (model for) чего-то еще не существующего и «моделью ЧЕГО-ТО» уже существующего (model of).

[19] Из двух пар понятий «рационализм – эмпиризм» и «реализм – конструктивизм» можно составить 4 варианта. Эмпирические реализм и конструктивизм были рассмотрены ван Фраассеном. Здесь говорится о «рационалистическом конструктивизме». «Рационалистическому реализму» отвечает вариант платонизма, имеющий своих сторонников главным образом среди теоретиков, пытающихся развивать идеи общей теории относительности в сторону «теории всего» (типичный пример – [3]).

ные формы имеют культурное[20], а не биологическое происхождение (Кант связывал их с человечеством как видом)[21].

Другой вытекающий из вышесказанного момент, отличающий рассматриваемую здесь ПИО-ВИО-модель научного знания от "конструктивного эмпиризма" ван Фраассена состоит в отсутствии многозначности теоретических моделей явления, полученной в результате ВИО-типа работы. В рамках феноменалистического по сути подхода ван Фраассена теории – это совокупность утверждений, среди которых особое место занимают универсальные утверждения – законы, которые понимаются как результат соглашения. Эти теории не имеют физического (онтологического) значения и служат лишь инструментами для правильного описания их проявлений. Эта позиция в формулировке П. Фейерабенда выглядит следующим образом. Совокупность утверждений теории сопоставляется с совокупностью эмпирических утверждений, описывающих явление. Для некоторого пересечения этих двух совокупностей утверждений {E} вводится критерий эмпирической адекватности (под которой имеется в виду совпадение эмпирических проявлений теоретической модели явления и самого явления). В силу 1) независимого происхождения этих двух совокупностей; 2) фиксации совокупности эмпирических утверждений и 3) отсутствия ограничения на совокупность теоретических утверждений возникает ситуация, что «одно и то же множество данных наблюдения совместимо с очень разными и взаимно несовместимыми теориями», состоящими из общих утверждений {E} и несовместимых частей $\{T_{0j}\}$. Из этого следует тезис о том, что «строгий эмпири(ци)зм допускает существование теорий, которые фактуально адекватны и тем не менее взаимно несовместимы» [25, С. 53, 75].

[20] Ответ на вопрос типа «существовали ли атомы, до появления молекулярной физики?» требует различения «исторического» и «физического» времени. Физика антиисторична в том смысле, что там речь идет о траектории, а не истории, т.е. по построению после появления молекулярной физики считается, что так было всегда (с точностью до космологической модели «Большого взрыва», где, на самом деле, тоже речь идет не об истории, а о траектории, только более сложной [8]).

[21] Подобное утверждение есть у П. Фейерабенда, который говорит, что «научная теория несет свой особый способ рассмотрения мира», а не есть лишь «удобная схема для упорядочения фактов… Можно даже сказать, - продолжает он, - что «природа» в тот или иной период времени представляет собой наше собственное создание в том смысле, что все свойства, приписываемые ей, сначала были изобретены нами, затем использованы для упорядочения окружающей среды. Как хорошо известно, этот всеохватывающий характер теоретических допущений наиболее ярко был подчеркнут Кантом…», и далее он высказывает «мысль о том, что наши теории полностью детерминируют наше представление о реальности» [25, С. 31, 43].

В случае же, когда в основе теории лежит объектная модель, составленная из небольшого набора ПИО, которые соответствуют реальным объектам, а не условным утверждениям, дело обстоит иначе. В силу реальности ПИО, обеспеченной процедурами приготовления и измерения, реальными являются и объектные модели-ВИО. Ведь никаких других сущностей, кроме ПИО, для описания физических явлений не существует (в этом суть аналогии с априорными формами Канта), они и только они являются онтологическими сущностями в физике, поэтому они должны лежать в основе самого явления. Далее идет двусторонний процесс сближения соответствующего эмпирического объекта и ВИО. Со стороны модели – путем ее изменения или усложнения, со стороны эмпирического объекта – путем его «очищения», фиксируя определенные процедуры приготовления (физическое явление должно быть физически воспроизводимо, а химическое – химически воспроизводимо). В силу немногочисленности ПИО, различные модели-ВИО довольно резко отличаются друг от друга по спектру своих свойств. Поэтому совпадение набора проявлений для разных моделей-ВИО (из которых следуют теории) – ситуация непродолжительная. Длительное существование многозначности здесь возможно в рамках соперничающих исследовательских программ или парадигм, или описаний с помощью феноменальных законов, но это уже ситуация или «научной революции», или «незрелого» раздела физики (допарадигмальной стадии по Куну). История науки, демонстрирующая замену одной теории другой, вполне вписывается в эту картину.

Итак, переход к двухуровневой структуре физического (и естественнонаучного) знания дает новые возможности для решения старых эпистемологических проблем. В предлагаемом варианте двухуровневой структуры физического знания (Схемы 1 и 2) «конструктивизм» и «реализм», «рационализм» и «эмпиризм» не противопоставляются, а сложно переплетаются друг с другом. При этом в эмпиризме мы от позитивистского принципа «наблюдаемости» переходим к принципам «приготовляемости» и «измеряемости», а от категориальной пары «конструктивизм – реализм» переходим к двум парам «искусственное – естественное» и «идеальное – реальное». Кроме того, в Схеме 2, в отличие от позитивистского «стандартного взгляда», в теоретической части вводится модельный слой, который в физике является центральным [8, 9, 14], но эта тема выходит за рамки данной статьи.

Литература

1. Галилео Галилей. Избранные труды. Т.II. – М.: Наука, 1964. – 571 с.
2. Карнап Р. Значение и необходимость. – М., 1959 – 382 с.

3. Кулаков Ю.И., Владимиров Ю.С., Карнаухов А.В. Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. – М.: Архимед, 1992. - 182 с.
4. Кун Т. Структура научных революций М.: АСТ, 2001. – 605 с.
5. Лакатос И. Фальсификация и методология научно-исследовательских программ // Кун Т. Структура научных революций. – М.: АСТ, 2001.– С. 265-454.
6. Лакатос И. История науки и ее рациональные реконструкции // Кун Т. Структура научных революций М.: АСТ, 2001. (с. 455-524).
7. Липкин А.И. Квантовая частица вместо "парадоксов" и "интерпретаций" квантовой механики // 100 лет квантовой теории. История. Физика. Философия / Тр. межд. конф. "100 лет квантовой теории" (Москва, 5—7 декабря 2000). — М.: Институт философии РАН, НИА - Природа.–2001.– С. 176-181.
8. Липкин А.И. Основания современного естествознания. Модельный взгляд на физику, синергетику, химию.– М.: Вузовская книга.–2001.– 299 с.
9. Липкин А.И. Парадигмы, исследовательские программы и ядро раздела науки в физике // Вопросы философии. – М., 2006. – № 6. – С. 89-104.
10. Липкин А.И. Рационализм и эмпиризм в теории познания Нового времени (Глава 1) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 16-35.
11. Липкин А.И. Позитивизм и прагматизм XIX – начала XX в. (Глава 3) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С.73 -100.
12. Липкин А.И. Логический позитивизм XX в. (Глава5) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 143-160.
13. Липкин А.И. Постпозитивизм (Глава 6) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 161-231.
14. Липкин А.И Объектная теоретико-операциональная модель структуры научного знания (Глава 7) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 232-268.
15. Липкин А.И Сравнение постпозитивистских моделей науки на материале физики (Глава 8) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 269-286.
16. Липкин А.И. Философские проблемы квантовой механики (Глава 13) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 368- 406.
17. Липкин А.И. Естественно-научная, над дисциплинарная и натурфилософская стороны синергетики (Глава 14) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 407- 427.

18. Липкин А.И. Проблема редукционизма: сводится ли химия к физике? (Глава 15) // Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – С. 428-436.
19. Планк М. Единство физической картины мира. Сб. ст. – М.: Наука, 1966. – 287 с.
20. Поппер К. Логика и рост научного знания : Избранные работы / Поппер К. - М.: Прогресс, 1983. – 606 с.
21. Порус В.Н. Научный реализм ⁄⁄ Современная западная философия: Словарь ⁄ Сост.: Малахов В.С., Филатов В.П.– М.: Политиздат, 1991.– С.195-196.
22. Порус В.Н. "Научный реализм" и развитие научного знания // Научный реализм" и проблемы эволюции научного знания – М: АН СССР, Ин-т философии, 1984. – С. 1-33.
23. Рожанский И.Д. История естествознания в эпоху эллинизма и Римской империи.– М.: Наука, 1988.– 488 с.
24. Современная философия науки: знание, рациональность, ценности в трудах мыслителей Запада: Учебная хрестоматия. 2-е изд., перераб. и доп./Составление, перевод, вступ. статьи, вводные замечания, комментарии А.А. Печенкина. – М.: Издательская корпорация «Логос», 1996.– 400 с.
25. Фейерабенд П. Избранные труды по методологии науки.– М.: Наука, 1986. – 544 с.
26. Философия науки: учеб. пособие / Под ред. д-ра филос. наук А.И. Липкина. – М.: Эксмо, 2007. – 604 с.
27. Хилл Т. Современные теории познания.– М.: Прогресс, 1965.–532 с.
28. Chakravartty, A. Structuralism as a form of scientific realism⁄⁄ International Studies in the Philosophy of Science. – Oxford, UK. – Vol. 18. – Nos. 2 & 3. – July 2004. – P. 151-171.
29. Fraassen Bas C. van. An Introduction to the Philosophy of Time and Space. – N.Y., 1970.
30. Fraassen B. C. van. The Scientific Image. – Oxford: Clarendon Press, 1980. – XII, 235 p.
31. Harre R. Varieties of realism: A rationale for the natural sciences. – Oxford, N Y.: Blackwell, 1986. – VIII, 375 p.
32. Hutten E.H. The Role of Models in Physics // British Journal for the Philosophy of Science. – 1953-54. –Vol. 4. – P. 285-301.
33. Putnam H. Why there isn't a ready-made world // Synthese. – Dordrecht etc., 1982. –Vol. 51, N 2. – P. 141-291.
34. Suppe F. The Search for Philosophic Understanding of Scientific Theories // The Structure of Scientific Theories (Edited with a Critical Introduction by Frederick Suppe) – Urbana, Chicago, London, 1974. – P. 3-241

Мануйлов В. Т.
(КГУ, *Курск*)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ КЛАССИЧЕСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА*

Резюме

Рассматривается происхождение, место и роль «конструкций» (построений) в математике XVII-XVIII в.в., выявляются онто-гносеологические основания конструктивности математического знания в этот период. Основные математические теории рассматриваемого периода – аналитическая геометрия и классический математический анализ – строятся «генетическим» способом, в основе которого лежит геометрическая конструкция античной математики, расширенная применением метода координат и методов дифференцирования и интегрирования. Основные математические понятия этого периода – «действительное число», «функция действительного переменного», «производная», «интеграл», «континуум» вводятся методом «геометрической конструкции». В качестве главных методов рассуждения используются методы анализа и синтеза. Гносеологические основания конструктивности математического знания этого периода сформулированы в философии классического рационализма (Р. Декарт, Г.В.Ф. Лейбниц – предшественники аналитического направления в современной философии математики) и в философии математики И. Канта («дедушки немецкого конструктивизма»). Обосновывается неустранимость геометрических представлений в современной математике, невозможность «полной арифметизации анализа», сведения «геометрической конструкции» к арифметической.

* * *

Современное состояние дел в области оснований научного и, в частности, математического знания характеризуется распадом единого (в период классической науки и математики) поля теоретизирования на три самостоятельные (самодостаточные) области: собственно наука (математика); логика и методология науки (математики); философия науки (математики). Самодостаточность этих областей заключается не только в том, что каждая из них стремится оградить себя от вторжения «соседей», но и в построении в каждой области «образов» недостающих частей. Каждый слой или уровень определяется одной из трех независимых областей теоретизирования; две другие области слоя представляют собой «ложные образы» недостающих областей [9, с. 59-62; 10].

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 08-06-00472-а.

Применительно к математике первый слой представляет слой «собственно математики». Его можно представить как последовательность [математика – логика и методология-1 – философия математики-1]. Основные «жители» этой области (собственно математики): теории, рассматриваемые как интерпретированные или неинтерпретированные («формальные») исчисления, строящиеся в формальных языках и проверяемые на выполнение определенных семиотических критериев (непротиворечивости, полноты, независимости аксиом и т.д.). Логика и методология этого уровня (логика и методология-1) сводится к разработке методов решения логико-семиотических (синтаксических и семантических) проблем (непротиворечивости, полноты, аксиоматизируемости, разрешимости, категоричности и т.д.), возникающих в конкретной работе математиков, причем логико-методологический «органон» этого уровня – математическая логика – рассматривается как специальная математическая теория. Философия математики-1 (philosophy of mathematics в англоязычной традиции) сводит классические философские (онто-гносеологические) проблемы обоснования научного математического познания к логико-семиотическим проблемам и пытается решить их методами математической логики. Второй слой можно представить последовательностью [математика-2 – логика и методология науки – философия математики-2]. Центральным пунктом второго уровня является логика и методология научного (в частности, математического) знания, теория научного знания – эпистемология; в немецкоязычной традиции эта область исследований обозначается термином Wissenschaftstheorie (теория науки). В отличие от философии науки-1 развиваемая на основе Wissenschaftstheorie философия науки-2 проявляет гораздо больший интерес к традиционным философским концепциям научного знания, однако ограничивается лишь логико-методологической составляющей классических философских систем. ««Теория науки» (Wissenschaftstheorie) в Германии (в нашем понимании – философия науки-2 [9, с. 60]) есть философия науки (philosophy of science) в ее широчайшем смысле, включая работы по логике и основаниям научных теорий, концептуальной истории науки, культурной и практической среде и нормативным аспектам как научного, так и технического прогресса... Замечательно, что англо-американская философия науки (philosophy of science) (в нашей терминологии – философия науки-1 [9, с. 60]), представители которой как раз ограничивались в своих занятиях изучением логики науки, вынуждены ныне становиться достаточно терпимыми в своих стремлениях осуществить в достаточной степени то, что охватывается немецкой «теорией науки» (Wissenschaftstheorie)» [20, p. ix-x] . Основную часть третьего слоя исследований в области оснований научного и специально математического знания составляют философские (в традиционном понимании) концепции: философия науки и, в частности, математики Платона, Аристотеля, Лейбница, Канта, Гегеля, Маркса, Хайдеггера и т.д. В каждой из этих концепций складывается собственный «образ» науки и математики, оригинальное понимание ее методов и приемов: Наука (математика)-3 и Логика и методология науки (математики)-3. Ситуация «методологического разрыва» опасна тем, что представители трех самодостаточных областей перестают понимать друг друга. Основная задача данной статьи заключается в применении уточненной в указанном выше смысле теоретической модели к исследованиям развития математического знания в XVII–XVIII вв., в частности, в решении вопроса о взаимосвязи и взаимовлиянии собственно математических, логико-семиотических и философских компонент в концепции конструктивности классического математического анализа. Дело в том, что классический математический анализ, возникший в XVII–XVIII вв., окончательно сложившийся в начале XIX в. и подвергшийся коренной переработке в духе основанной на теоретико-множественном подходе «арифметизации» в конце XIX в. [2, с.323-348;16], представители «конструктивизма» в философии математики (предикативизм Вейля, интуиционисты, конструктивисты, «немецкий конструктивизм» [19;11;7]) рассматривают как концепцию, содержащую «неконструктивные» в различных смыслах компоненты и ставят своей задачей очищение математического анализа от «неконструктивных» элементов. Однако, основатель формалистской программы обоснования математики, создатель своеобразной версии конструктивного обоснования математики Д. Гильберт считал: «Требование ограничить предметы математики конструктивно определенными объектами представляло бы конструктивную тенденцию в некотором ложном направлении», т.к. «каждый <u>онтологически</u> или <u>теоретико-познавательно</u> мотивированный подход, который не позволяет полную реконструкцию результатов классического анализа, должен быть отклонен как опровергнутый» (выделено мною – *В.М.*) (Цитируется по [19, S. 5-6]). Таким образом, с точки зрения Гильберта, классический математический анализ в полном виде обладает определенным видом конструктивности. Кратко этот вид конструктивности может быть охарактеризован как использование в качестве основного метода введения объектов математической теории «геометрической конструкции» [16, с.241-262]. Основные претензии «конструктивистов» сводятся к трем пунктам: 1) использование в классическом анализе актуальной бесконечности; 2) наличие в анализе «чистых терем существования», основанных на применении «tertium non datur» в рассуждениях о бесконечных предметных областях;3) классическая теория континуума действительных чисел[18, S.3-16]. Однако каждое из этих возражений относится в большей степени к той модификации анализа, которая сложилась в результате его «арифметизации» и последующего теоретико-множественного обоснования; основное содержание классического математического анализа, составляющее базу университетского математического образования, сохраняет свою ценность даже в условиях изложения на языке современной теории множеств (достаточно сравнить содержание таких университетских учебников, как [1] и [17]). Обнаруживаемые в математическом анализе и особенно в теории функций контрпримеры к теремам классического анализа (например, приведенные в [3]) связаны как раз с отходом от классических геометрических конструкций, составляющих основу классического анализа. Таким образом, возражения против классического анализа связаны в основном или с той модификацией анализа, которую он получил в результате «арифметизации», или мотивированы различием в онто-гносеологических позициях участников диалога.

В классической математике различают доказательства утверждений, опирающиеся на построение (конструкцию) объектов, существование которых предполагает данное утверждение, и так называемые «чистые доказательства существования» – в которых доказывается существование объектов, удовлетворяющих определенным условиям, без указания процесса построения (или конструкции) объектов [4; 6]. «Чистые доказательства существования» основаны на применении таких логических средств, как закон исключенного третьего и принцип снятия двойного отрицания к высказываниям об объектах актуально бесконечных областей [11]. Примером такого способа рассуждения является метод Больцано в классическом анализе (один из фундаментальных методов доказательства теорем анализа). С помощью этого метода, например, доказывается первая теорема Больцано-Коши (частный случай теоремы Больцано-Коши) о том, что каждая определенная на сегменте и непрерывная на нем функция действительного переменного, принимающая на концах сегмента значения с противоположными знаками, имеет значение 0 в некоторой точке сегмента. Доказательство основано на применении принципа выбора Больцано – Вейерштрасса, суть которого состоит в последовательном делении пополам сегментов, полученных на предшествующем шаге, и выборе из двух получившихся отрезков отрезка, обладающего некоторым свойством. В данном случае доказательство теоремы зависит от возможности установления значения функции в точках деления. Если в некоторой точке деления значение функции равно 0, то доказательство заканчивается; если не равно 0, то выбирают ту часть сегмента, на концах которой функция имеет противоположные знаки, и повторяют описанную процедуру. Далее принимают в соответствии с законом исключенного третьего, что: а) или процесс деления будет продолжаться бесконечно; б) или в одной из точек деления вычисленное значение функции даст 0. В случае б) теорема доказана; в случае а) приводят к противоречию допущение о несуществовании нулевой точки, и тем самым считают теорему доказанной разбором случаев, хотя не указан метод нахождения нулевой точки по виду функции, то есть теорема доказывается для произвольной функции. С помощью принципа выбора Больцано – Вейерштрасса доказывается теорема Больцано – Вейерштрасса: каждая ограниченная числовая последовательность содержит сходящуюся подпоследовательность, что равносильно утверждению о том, что всякая бесконечная последовательность точек отрезка содержит хотя бы одну точку сгущения. Утверждение о существовании точки, принадлежащей всем отрезкам последовательности вложенных друг в друга отрезков, полученных при дихотомическом делении исходного отрезка, есть лемма Кантора [15, с.15]. Но как доказывается лемма Кантора? Один путь состоит в том, чтобы провести ее доказательство, опираясь на критерий Коши, согласно которому всякая фундаментальная последовательность Коши, то есть последовательность, расстояния между двумя любыми членами которой, начиная с некоторого номера, становятся <u>все</u> меньше любого наперед заданного числа (сокращенно $\forall\varepsilon\ \exists N\ (p, q < N \supset |\, a_p — a_q \,| < \varepsilon)$), имеет предел. Применив критерий Коши к концам стягивающихся отрезков, мы легко докажем, что они сходятся, так как фундаментальность последовательности левых или правых концов очевидна; точка, к которой они сходятся, и есть та самая точка, чье существование утверждается в лемме Кантора. Но как доказать критерий Коши? Критерий Коши удается свести к лемме Гейне – Бореля, которая утверждает, что из всякого покрытия отрезка (т. е. из такой системы открытых интервалов, что всякая точка нашего отрезка обязательно принадлежит хотя бы одному из интервалов системы) можно выделить конечное покрытие. Но доказательство леммы Гейне — Бореля (методом «от противного») основано на теореме Больцано — Вейерштрасса. Второй путь к доказательству леммы Кантора состоит в использовании утверждения, которое называется теоремой о монотонной и ограниченной последовательности и гласит, что такая последовательность имеет предел. Применив эту теорему, скажем, к левым концам системы вложенных отрезков, которые фигурируют в лемме Кантора, мы докажем, что они сходятся к некоторой точке отрезка, а дальше уже просто будет доказать, что эта точка принадлежит всем отрезкам системы. Но самым коротким и естественным путем к доказательству теоремы о монотонной ограниченной последовательности является путь, идущий через теорему Больцано — Вейерштрасса. Круг снова замкнулся; теорема Больцано — Вейерштрасса играет фундаментальную роль в построении математического анализа. На ней основана «первая теорема Вейерштрасса», утверждающей, что непрерывная на отрезке [a, b] функция является ограниченной, т. е. для такой функции f (x) справедливо условие: $\exists M\ \forall x \in [a, b]\ (|f(x)| < M)$, а с помощью «первой теоремы Вейерштрасса» легко доказывается вторая теорема Вейерштрасса, утверждающая, что непрерывная на отрезке функция достигает на этом отрезке своей верхней (или нижней) точной грани. Вторая теорема Вейерштрасса используется при доказательстве теоремы Ролля: «если действительная функция f непрерывна на некотором отрезке [a, b], имеет в каждой его внутренней точке конечную или определенного знака бесконечную производную, а на его концах принимает равные значения, то на интервале (a, b) существует по крайней мере одна точка, в которой производная функции f равна нулю». И, наконец, теорема Ролля используется при доказательстве теоремы Коши о промежуточных значениях непрерывной функции на отрезке: «если функция f, значениями которой являются действительные числа, непрерывна на [a, b] и число C лежит между f(a) и f(b), то существует такая точка $\xi \in [a, b]$, что $f(\xi) = C$». В частности, если f(a) и f(b) имеют разные знаки, то существует такая точка ξ, что $f(\xi) = 0$. Используется теорема Ролля и при доказательстве теоремы Коши о среднем значении (основной теоремы анализа). Лемма Кантора может быть доказана и с помощью «аксиомы о дедекиндовом сечении», которая гласит, что если имеются два класса действительных чисел, исчерпывающие совместно все действительные числа и не имеющие общих элементов, и если при этом каждое число первого класса меньше каждого числа второго класса, то существует действительное число, которое не больше любого числа второго класса и не меньше любого числа первого класса. Однако, сама «аксиома о дедекиндовом сечении» обосновывается с помощью рассуждения, эквивалентного «чистому доказательству существования».

Таким образом, здание анализа основывается на одном из следующих шести эквивалентных утверждений, относящихся к свойствам действительных чисел: (1) лемма Гейне — Бореля; (2) теорема Больцано — Вейерштрасса; (3) аксиома дедекиндова сечения; (4) критерий Коши;

(5) лемма Кантора; (6) теорема о монотонной возрастающей последовательности. Чтобы построить наиболее естественный вариант анализа, нужно взять за аксиому то утверждение, которое ближе всего соответствует нашему интуитивному представлению о действительных числах. Но как понимаются действительные числа в современном анализе? Общепринятым в настоящее время является метод «формальной» или «экзистенциальной» аксиоматики введения математических объектов, при котором аксиомы предшествуют всякому описанию системы объектов, о которых идет речь [6]. Однако в XVII – XVIII вв. объекты математики – действительные числа – предполагались известными до аксиом, то есть вводились «генетически», методом «содержательной» или «материальной» аксиоматики. Такой метод математического рассуждения характерен для античной геометрии, и он получил название «метод анализа и синтеза». «Анализ есть метод греческих геометров, используемый в поиске доказательств для теорем (теоретический анализ) и конструкций (построений) для решения проблем (проблематический анализ). В обоих случаях анализ, по-видимому, состоит в предположении того, чего добиваются в исследовании, где это происходит, и в продолжении далее до тех пор, пока не достигают чего-то уже известного. Анализ сопровождается синтезом, в котором желаемая теорема или конструкция (построение) устанавливается шаг за шагом обычно посредством возвращения по ступеням анализа в обратном порядке» [21, p.1]. Метод античных геометров в дальнейшем использовался как концептуальная модель для многих важных идей как в истории философии, включая историю методологии и философии науки, так и в истории математики и естествознания. «Аристотель сравнивал структуру человеческого размышления (рассуждения, дискуссии) со структурой анализа. Позднее геометрический анализ был не только одним из стартовых пунктов Декартовой аналитической геометрии, чье, собственно, имя выдает его происхождение. Он был к тому же одним из побудителей его общих методологических идей. Ньютон – вероятно, самый знаменитый поклонник древнегреческой геометрии – уподоблял определенно (прямо, откровенно) свой экспериментальный метод «методу Анализа». Некоторые историки усматривали в геометрическом анализе методологическую парадигму всего героического раннего периода современной физической науки от Галилея до Ньютона. Другие требовали искать предшественников методов экспериментальной науки в терминологии анализа (resolutio) и синтеза (compositio) в середине средневековья. Как бы то ни было, влияние аналитического метода греческих математиков на раннее развитие алгебры несомненно. Позднее грече-

ские идеи анализа и синтеза сыграли роль в формировании Кантовского различия между аналитическими и синтетическими суждениями» [21, p.1-2]. Но «анализ может достигнуть цели, только если кроме принятия истины доказываемой теоремы мы выполнили достаточное число вспомогательных построений (дополнительных конструкций) в фигуре, в терминах которой должно быть проведено доказательство. В принципе последние могут быть проведены также в течение анализа, но они могут всегда быть выполнены и до него. Эта обязательность (необходимость, незаменимость) построений (конструкций), а kataskeue (κατασκευή), которые выходят за пределы exthesis'а (экстезиса или "setting-out"), часто должны быть допущены (приняты, предположены) выполненными, прежде чем теорема может быть доказана. Следовательно, доказательство также не может быть найдено посредством анализа без таких вспомогательных конструкций (построений)» [21, p.1-2]. В классическом анализе объектами рассмотрения являются действительные числа. «Но представление о числовой величине здесь (в аналитической геометрии и в классическом математическом анализе) не является строго арифметическим, оно скорее есть представление об измеримой величине (Maßgröße), величине размерности нуль: число-мера (Maßzahl) есть отношение некоторой величины к избранной единице – [величине] того же рода. Смысл введения такой величины-отношения (Verhältnisgröße) в том, что становятся независимыми от различия родов величин. Такие числа-меры годятся равным образом для характеристики величины длин, величины поверхностей, объемов и т. д. К величинам одного и того же рода принадлежат, в частности, те, которые находятся в целочисленном отношении к единичной величине и для которых число-мера есть или натуральное число или дробное число. Если бы мы могли ограничиться такими величинами, то строгая арифметизация учения о величинах была бы совершенно лишена проблем. Как мы знаем (из античной геометрии – *В.М.*), это не так, однако, имеется некоторый род замены для этого, поскольку для величин (указанных выше – *В.М.*) – как это в общем случается в геометрии и также в физике – предполагается выполнимость евдоксо-архимедова постулата, согласно которому из двух величин рассматриваемого рода каждая превосходится посредством целочисленного (кратного) умножения другой. …Такая совокупность [величин] имеет известные свойства «дедекиндова сечения». Как числа-меры мы можем взять тем самым множества дробей, которые обладают этими свойствами. Как обстоит дело теперь с арифметизацией? Могут подумать, что она была бы теперь полностью достигнута, так как числа-меры образованы посредством множества дробей. Но требование строгой арифметизации (в смысле полного освобождения от геометрического остатка в концепции действительного числа – *В.М.*) может идти дальше, тем, что требуют, чтобы определение каждого такого сечения было арифметическим, то есть свободным от ссылки на величину, которая характеризуется только посредством сечения. Такое независимое арифметическое определение сечений … теперь в самом деле возможно в обычных случаях употребления. … [Однако] имеют, прежде всего, трудность, что область возможных арифметических определений сечений не ограничена отчетливо. … Такие ограничения … вводятся … с различных методических точек зрения. Получаются таким образом различные, более или менее ограниченные способы изложения анализа. Последние все имеют свой математический интерес как арифметические дисциплины. Однако нет гарантии того, что таким образом будет адекватно представлена структура континуума. При этом все дело в совокупности (Gesamtheit) сечений, не в отдельных определениях. Многообразие отдельных, возможных в ограниченных рамках, определений сечений не является ведь необходимо изоморфным континууму. Мы могли бы избежать этих трудностей. Нам нужно понимать характеристики чисел-мер посредством сечений не в смысле полного сведения к теории чисел, но можно было бы позволить оценивать здесь применение интуитивного понятия, если бы принимать множества как нечто методически дополнительное. … Для получения <u>множества</u> чисел-мер тогда нуждаются в множестве-степени числового ряда, от которого посредством нумеруемости (перечислимости) дробей переходят к множеству-степени множества дробей, а из последнего затем, посредством применения характеристических свойств сечения, производят подходящее выделение. От множества чисел-мер тогда приходят обычным способом к множеству действительных чисел, которое мы можем рассматривать как квази-арифметическое представление множества точек прямой – говорят о «числовой прямой». Для существенного здесь введения множества-степени числового ряда не обязательно ссылаться на общую (то есть теоретико-множественную – *В.М.*) аксиому множества-степени, но можно рассматривать постулирование этого специального множества-степени как мотивированное нашим геометрическим представлением континуума (то есть рассматривать эту специальную аксиому как часть содержательной аксиоматической теории континуума – *В.М.*), которое через образование множества-степени связывается с нашими элементарными представлениями числа» [18, S. 3–16]. Таким образом, с точки зрения Пауля Бернайса, соавтора Д. Гильберта по двухтомному труду [4], классический математический анализ есть содержательная математическая теория, основные объекты которой – действительные числа – суть числа-меры, вводимые с помощью геометрической конструкции типа алгоритма Евклида для выяснения отношения величин, сводимого в геометрии Евклида к отношению отрезков. Это отношение отрезков не всегда находило числовое выражение в античной математике, так как античная математика в теории допускала (из философских, онто-гносеологических соображений) только натуральные числа. В математике XVII–XVIII вв. числа-меры получили адекватный геометрический способ представления (в аналитической геометрии Р. Декарта) и несколько арифметических (теоретико-числовых) способов представления (конечные и бесконечные цепные дроби, бесконечные десятичные дроби и т.д.). При этом в развивающейся теории чисел постепенно стала теряться связь с геометрическими истоками действительного числа. Но в классическом математическом анализе эта связь сохранилась, что обусловило наличие геометрических представлений для основных понятий анализа (дифференциал как главная часть приращения функции; функция как зависимость величин, представленная графиком; производная как тангенс угла наклона касательной к оси абсцисс; определенный интеграл как площадь фигуры и т.д.); и даже такие величины, которые не имели чисто геометрического происхождения (мгновенная скорость; сила; температура; ускорение и т.д.), получили в анализе адекватную форму представления. Доказательства теорем классического анализа также сохранили связь с геометрическим методом античной математики, что выразилось в наличии геометрических конструкций при доказательстве теорем. В дальнейшем при арифметизации анализа и, особенно при сведении понятия натурального числа к теоретико-множественной конструкции, это геометрическое происхождение понятий действительного числа и континуума было забыто, и многие методы и теоремы анализа, основанные на геометрических представлениях, стали рассматриваться как сомнительные. К числу этих методов и теорем прежде всего относятся принцип выбора Больцано – Вейерштрасса и перечисленные выше основные постулаты и теоремы классического анализа. Как показано в статье автора [13], ни одна из версий «конструктивного» анализа, кроме Лоренценовской, не удовлетворяет критерию Гильберта.

В философии математики И. Канта арифметическая и геометрическая конструкция разведены по двум «математическим» категориям: число рассматривается как трансцендентальная схема категории количества, в которой схвачена дискретность времени, а величина отождествляется с трансцендентальными схемами категорий количества и качества, в которых схвачена непрерывность времени (экстенсивная и интенсивная величины). Таким образом, Кант подчеркивает не только различие этих двух ипостасей математики, но и их «дополнительность», что дает возможность в дальнейшем рассматривать отношение этих ветвей математики как диалектическую противоположность.

Математическое знание основывается по Канту на синтетическом интуитивном суждении a priori, которое является результатом деятельности «продуктивной и репродуктивной силы воображения (produktive und reproduktive Einbildungskraft)» – способности, синтезирующей «активность, деятельность рассудка и восприимчивость созерцания»; способности «создавать в созерцании представление единичных предметов согласно формальными правилам рассудка из эмпирических данных – в апостериорном созерцании, или из чистых интуиции пространства и времени – в априорном созерцании» [12]. Сила воображения позволяет субъекту производить в созерцании предмет a priori по формальным правилам рассудка из чистых форм пространства и времени (конструкцию понятия: die Konstruktion des Begriffs – *В.М.*) или из эмпирического материала по формальным правилам рассудка.

Логические функции рассудка фиксируются всеобщими понятиями, составляющими условия всякого возможного опыта, – то есть категориями. Категории обеспечивают возможность применения понятий логики к предметам чувственного созерцания. Эту роль всеобщих условий применения понятий к предметам чувственного созерцания категории играют благодаря сопоставленным каждой категории трансцендентальным схемам силы воображения.

«Ведь ясно, что должно существовать нечто третье, однородное, с одной стороны, с категориями, а с другой - с явлениями и делающее возможным применение категорий к явлениям. Это опосредующее представление должно быть чистым (не заключающим в себе ничего эмпирического) и тем не менее, с одной стороны, *интеллектуальным*, а с другой – *чувственным*. Именно такова трансцендентальная схема.

Понятие рассудка содержит в себе чистое синтетическое единство многообразного вообще. Время как формальное условие многообразного, [имеющегося] во внутреннем чувстве, стало быть, как условие связывания всех представлений, *a priori* содержит многообразное в чистом созерцании. При этом трансцендентальное временное определение постольку однородно с *категорией* (которая составляет единство этого определения), поскольку оно имеет *всеобщий* характер и опирается на правило *a priori*. С другой же стороны, трансцендентальное временное определение постольку однородно с *явлением*, поскольку время содержится во всяком эмпирическом представлении о многообразном. Поэтому применение категорий к явлениям становится возможным при посредстве трансцендентального временного определения, которое как схема понятий рассудка опосредствует подведение явлений под категории» [А 138-139, В 177-178][1] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.255-257]).

Трансцендентальная схема есть способ, которым сила воображения сопоставляет понятию его образ в созерцании. Так как этот способ основан на правиле синтеза многообразного, заключенном в соответствующей категории рассудка, трансцендентальная схема понимается Кантом как определение времени *a priori* по правилам, которые содержатся в категории.

Трансцендентальная схема, таким образом, есть представляемый во времени, в развертывании процесс синтеза многообразного при конструировании понятия (то есть при построении конструкции понятия – подпадающего под понятие предмета, являющегося чистым созерцанием *a priori*). Внешне наглядное представление трансцендентальная схема получает в образах пространственного созерцания. Различие образа (Bild) и схемы (Schema) Кант подробно анализирует в «Критике чистого разума».

«Схема сама по себе есть всегда лишь продукт способности воображения, но так как ее синтез воображения имеет в виду не единичное созерцание, а только единство в определении чувственности, то схему все же следует отличать от образа. Так, если я полагаю пять точек одну за другой •••••, то это образ числа пять. Если же я мыслю только число вообще, безразлично, будет ли это пять или сто, то такое мышление есть скорее представление о методе, каким представляют в одном образе множество (например, тысячу) сообразно некоторому понятию, чем сам этот образ, который в последнем случае [когда я мыслю тысячу] я вряд ли могу обозреть и сравнить с понятием. Это представление о всеобщем способе, каким способность воображения доставляет понятию его образ, я называю схемой [для] этого понятия.

В действительности в основе наших чистых чувственных понятий лежат не образы предметов, а схемы. Понятию треугольника вообще не соответствовал бы никакой образ треугольника. В самом деле, образ всегда ограничивался бы только частью объема этого понятия и никогда не достиг бы всеобщности понятия, благодаря которой понятие приложимо ко всем треугольникам – прямоугольным, остроугольным и т.п. Схема треугольника не может существовать нигде, кроме как в мысли, и означает правило синтеза способности воображения в отношении чистых фигур (Gestalten) в пространстве. Еще в меньшей степени может быть адекватным эмпирическому понятию предмет

---

[1] Здесь и в дальнейшем ссылки на работу И. Канта «Критика чистого разума» делаются в общепринятой форме: А означает первое издание работы, В - второе; далее указаны страницы [А ...] по первому изданию, и [В ...] – по второму изданию. В качестве немецкого оригинала использовано двуязычное издание [5].

опыта или образ такого предмета; эмпирическое понятие всегда непосредственно относится к схеме способности воображения как правилу определения нашего созерцания сообразно некоторому общему понятию. Понятие о собаке означает правило, согласно которому моя способность воображения может нарисовать облик (Gestalt) четвероногого животного в самом общем виде, не будучи ограниченным какой-либо единичным частным обликом (Gestalt), данным мне в опыте, или же каким бы то ни было возможным образом (Bild) *in concreto*. Этот схематизм нашего рассудка в отношении явлений и их чистой формы (Form) есть скрытое в глубине человеческой души искусство, настоящие приемы которого нам вряд ли когда-либо удастся угадать у природы и раскрыть. Мы можем только сказать: образ (Bild) есть продукт эмпирической способности продуктивной силы воображения (Einbildungskraft), а схема (Schema) чувственных понятий (как фигур (Figuren) в пространстве) есть продукт и как бы монограмма чистой способности воображения *a priori*; прежде всего благодаря схеме и сообразно ей становятся возможными образы, но связываться с понятиями они всегда должны только при посредстве обозначаемых ими схем и сами по себе они совпадают с понятиями не полностью. Схема же чистого понятия рассудка есть нечто такое, что нельзя привести к какому-либо образу; она представляет собой лишь чистый, выражающий категорию синтез сообразно правилу единства на основе понятий вообще, и есть трансцендентальный продукт способности воображения, касающийся определения внутреннего чувства вообще, по условиям его формы (времени) в отношении всех представлений, поскольку они должны *a priori* быть соединены в одном понятии сообразно единству апперцепции» [A 140-141, B 179-181] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.259-261]).

Математическое конструирование понятия происходит по Канту посредством трансцендентальных схем качества и количества (называемых Кантом математическими категориями). «Чистый образ всех величин как таковых (*quantorum*) для внешнего чувства есть пространство, а чистый образ всех предметов чувств вообще есть время. Чистая же схема определенной величины (Größe) (*quantitatis*) как понятия рассудка есть число – представление, объединяющее последовательное прибавление единицы к единице (однородной). Число, таким образом, есть не что иное, как единство синтеза многообразного, [имеющегося] в однородном созерцании вообще, единство, возникающее благодаря тому, что я произвожу само время в аппрегензии (Apprehension) созерцания» [A 142-143, B 182] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.261]).

Схемой категории качества (у Канта это реальность - отрицание - ограничение) является «непрерывное и однообразное порождение (Erzeugung) количества во времени, состоящее в том, что мы от ощущения, имеющего определенную степень, постепенно нисходим во времени к исчезновению его, или от отрицания его восходим к [определенной] величине его» [A 142-143, B 183] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.263]). По схеме категории качества формируется образ непрерывной функции (величины в терминологии И. Канта) в математическом континууме, которая является плотной, без разрывов.

Возможность применения категории количества к возможному опыту устанавливается синтетическим суждением *a priori*: основоположением чистого рассудка – *принципом аксиом созерцания*:

все созерцания суть экстенсивные величины.

«Экстенсивной я называю всякую величину, в которой представление о целом делается возможным благодаря представлению о частях (которое поэтому необходимо предшествует представлению о целом). Я не могу себе представить линию, как бы мала она ни была, не проведя ее мысленно, т. е. не производя последовательно все ее части, начиная с определенной точки, ибо лишь благодаря этому создается ее образ в созерцании. То же самое относится и ко всякой, даже мельчайшей, части времени. Я мыслю в нем только последовательный переход от одного мгновения к другому, причем посредством всех частей времени и присоединения их друг к другу возникает наконец определенная величина времени. Поскольку чистое созерцание во всех явлениях есть или пространство, или время, постольку всякое явление как созерцание есть экстенсивная величина, ибо оно может быть познано только посредством последовательного синтеза (от части к части) в аппрегензии. Уже поэтому все явления созерцаются как агрегаты (множества заранее заданных частей), что, однако, имеет место не для всякого рода величин, а только для тех, которые представляются и улавливаются нами в аппрегензии как *экстенсивные*.

На этом последовательном синтезе продуктивного воображения при создании фигур (Gestalten) основывается математика протяженности (геометрия) с ее аксиомами, выражающими условия чувственного созерцания *a priori*, при которых только и может осуществляться схема чистого понятия внешнего явления; [таковы], например, [условия], что между двумя точками возможна только одна прямая линия, что две прямые линии не замыкают пространства, и т. п. Это аксиомы, касающиеся, собственно, только величины (*quanta*) как таковой» [A 162-163, B 203-204] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.287-289]).

В отличие от положений об отношениях между экстенсивными величинами, имеющих общий характер и являющихся аксиомами (например, геометрии), положения об очевидных отношениях между числами, хотя и являются синтетическими *a priori*, но не являются общими; Кант называет их не аксиомами, но числовыми формулами. Например, положение «7+5=12» синтетическое, но в то же время единичное; в нем обращается внимание только на «синтез однородного (единиц)», который может произойти одним единственным путем, хотя употребление этих чисел вслед за этим имеет общий характер. Положение же геометрии «посредством трех линий, две из которых вместе взятые, больше третьей, можно начертить треугольник», основано на чистой функции продуктивной силы воображения, «которая может проводить большие или меньшие линии, а также соединять их под всевозможными углами» [A 164-165, B 205] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.289]).

Итак, в применении к возможному опыту математическое употребление схемы количества состоит в конструировании эмпирических понятий как экстенсивных величин, то есть в сопоставлении им посредством трансцендентальных схем категории количества конструкций этих понятий (чистых созерцаний *a priori*). Характерный для такого применения трансцендентальный синтез многообразного заключается в последовательном объединении частей в целое (как, например, проведение линии в геометрии – конструирование протяженной величины, или прибавление единиц – в конструировании числа).

Математическое употребление схемы качества (реальность – отрицание – ограничение) состоит в конструировании интенсивных величин. «Но то, что в эмпирическом созерцании соответствует ощущению, есть реальность (*realitas phaenomenon*), а то, что соответствует отсутствию ощущения, есть отрицание = 0. Далее, всякое ощущение способно ослабевать, т. е. может убывать и таким образом постепенно исчезать. Поэтому между реальностью в явления и отрицанием существует непрерывная связь многих возможных промежуточных ощущений, различие между которыми всегда меньше, чем различие между данным ощущением и нулем, т. е. совершенным отрицанием; иными словами, реальное в явлении всегда имеет некую величину, которая, однако, не наличествует в аппрегензии, так как последняя имеет место посредством одного лишь ощущения в одно мгновение, а не при помощи последовательного синтеза многих ощущений, и, следовательно, эта аппрегензия не идет от частей к целому; стало быть, реальное в явлении имеет, правда, некую величину, но не экстенсивную». «Величину, которая ухватывается в аппрегензии только как единство и в которой множественность можно представлять себе только путем приближения к отрицанию = 0, я называю *интенсивной*. Следовательно, всякая реальность в явлении имеет интенсивную величину, т. е. степень» [A 168, B 209-210] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.295]). «Таким образом, всякое ощущение, а стало быть, и всякая реальность в явлении, как бы она ни была мала, имеет степень, т. е. некоторую интенсивную величину, которая всегда может быть еще уменьшена, так что между реальностью и отрицанием существует непрерывный ряд возможных реальностей и возможных менее выраженных восприятий». «То свойство величин, благодаря которому ни одна часть их не есть наименьшая возможная часть (ни одна часть не проста), называется непрерывностью их. Пространство и время суть *quanta continua*, потому что ни одна часть их не может быть дана так, чтобы ее нельзя было заключить между границами (точками и мгновениями), стало быть, всякая такая часть сама в свою очередь есть пространство или время. Итак, пространство состоит только из пространств, а время — из времен. Точки и мгновения суть только границы, т.е. только места ограничения пространства и времени, но места всегда предполагают те созерцания, которые должны ограничиваться или определяться ими, и пространство и время не могут быть сложены из одних только мест как составных частей, которые могли бы быть еще до пространства и времени. Такие величины можно назвать также текучими, потому что синтез (продуктивной способности воображения), создающий их, есть движение вперед во времени, непрерывность которого мы особенно склонны обозначать словом *текущий* (*истекший*).

Таким образом, все явления вообще суть непрерывные величины – экстенсивные с точки зрения их созерцания, интенсивные с точки зрения одного лишь восприятия (ощущения и, следовательно, реальности). Если синтез многообразного в явлении прерывен, то он – агрегат многих явлений (но, собственно, не явление как количественное единство), который возникает не благодаря лишь продолжению одного из видов продуктивного синтеза, а благодаря повторению постоянно прерывающегося синтеза. … Однако так как в основе всякого числа должна лежать единица, то в качестве единицы всякое явление есть [некое] количественное единство, и, как таковое, оно всегда есть нечто непрерывное (ein Kontinuum)» [A 168-171, B 209-212] (перевод цитируется по [5, Т.1, с.295-297]).

Приведенные фрагменты из «Критики чистого разума» свидетельствуют о том, что Кант в своей философии математики (относящейся к философии математики-2 в нашей классификации [9, с. 60]) придерживается той концепции числа и величины, которая была характерна для создателей классического математического анализа, а именно: концепции числа-меры и геометрической концепции континуума.

Литература

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу: Учебник для университетов и пед. вузов / Под ред. В.А. Садовничего – М.: Высшая школа, 1999. – 695 с.

2. Бурбаки Н. Исторический очерк // Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – С. 298–348.

3. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе / Пер. с англ. Б.И. Голубова / Под ред. П.Л. Ульянова. – М.: Мир, 1967. – 252 с.

4. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Т. I. [Логические исчисления и формализация арифметики] – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979. – 557 с.; Т II. [Теория доказательств] – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1982. – 652 с.

5. Кант И. Сочинения на немецком и русском языках / Иммануил Кант; Ин-т философии РАН. – М.: Наука, 2001–2006. – Т. 2: Критика чистого разума в 2 ч. Ч.1 / под ред. Б. Тушлинга, Н. Мотрошиловой. – 2006. – 1081 с.– ISBN 5-02-0343318-8; – Ч. 2/ под ред. Б. Тушлинга, Н. Мотрошиловой. – 936 с. – ISBN 5-02-034323-4.

6. Клини С.К. Введение в метаматематику: Пер. с англ./ Под ред. В.А. Успенского. Изд. 2-е, испр. – М.: Книжный дом «ЛИБЕРКОМ», 2009. – 528 с.

7. Мануйлов В.Т. Исчисление и диалог как методы математической аргументации в «немецком конструктивизме»// Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск четвёртый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 29-46.

8. Мануйлов В. Т. Конструктивное обоснование логико-математического знания в «немецком конструктивизме» // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск пятый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 59-78.

9. Мануйлов В.Т. Конструктивность античной математики // Проблема конструктивности научного и философского знания: сборник статей: выпуск 11/ предисловие В.Т. Мануйлова; Курск. гос. ун-т.– Курск, 2008. – С. 59-74.

10. Мануйлов В.Т. Конструктивность и существование в математическом знании // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: сб. статей / под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т.- Курск, 2008. – С.79 –93.

11. Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки, № 10, 2003. – С.104–121.

12. Мануйлов В.Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2001. – С. 29-46.

13. Мануйлов В.Т. Обоснование арифметического знания в конструктивном направлении//Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т.– Курск, 2009. – С. 81-103.

14. Мостовский А. Современное состояние исследований по основаниям математики//УМН, новая серия. – 1954. – Т.9 – №3 (61). – С. 12.

15. Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука,1975.– С.15.

16. Феферман С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа. – М.: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит-ры., 1971. – 440 с.

17. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т. Т. 1 / Пред. и прим. А.А. Флоринского. – 8-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 680 с.

18. Bernays P. Bemerkungen zu Lorenzen's Stellungnahme in der Philosophie der Mathematik // Konstruktionen versus Positionen. Bd. I. Spezielle Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; N.Y.: Walter de Gruyter, 1979. – S. 3–16.

19. Breitkopf H. Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schließens: Inaugural-Diss. – München: Lüdwig-Max-Universität, 1968. – 90 S.

20. Butts R. E., Brown J. R. Introduction // Constructivism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1989. – P. ix-x.

21. Hintikka K. J. J. and Remes U. The Method of Analysis. –Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1974. – xviii, 144 P.

22. Lorenzen P. Logical reflection and formalism // Journal of symbolic logic. – Groningen, 1958. – V. 23, № 3. – P. 241–249.

23. Lorenzen P. Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie. – Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 331 S

Михайлова Н.В.

(Минск)

ФИНИТИЗАЦИЯ БЕСКОНЕЧНОГО В СОВРЕМЕННОЙ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКЕ

Резюме

Любая обоснованная теория феноменологична. Граница между проверяемым и непроверяемым в математике – сложнейшая проблема современной философии математики, для решения которой необходимо переосмысление онтологического основания всего математического знания. Натуральный ряд чисел, как идеализация количественных закономерностей, для больших совокупностей искажает реальную ситуацию. В связи с развитием абстрактной теории дискретных автоматов типа машины Тьюринга проблема сколь угодно больших натуральных чисел влияет и на отношение понятия "конструктивности" к оценке конечного числа шагов тех или иных преобразований, которые заведомо не реализуемы. Модель неархимедовой арифметики можно рассматривать как один из финитных формализмов структуры реальности. Свойства пространства на малых расстояниях не описываются евклидовой геометрией. Нет никаких философских оснований предполагать, что ограничения, накладываемые финитизмом Гильберта, столь уж необходимы для исключения элементов математического мышления. В современной философии математики проблема бесконечности обсуждается не только как проблема актуальной и потенциальной бесконечности или проблема континуума, но и как проблема не-измеримости, не-разрешимости и не-вычислимости. Внедрение вычислительной техники в область математических доказательств требует осмысления новых подходов к современной математике, что в свою очередь побуждает к обсуждению проблем оптимальной финитизации.

* * *

В сущности любая обоснованная теория феноменологична, так как абсолютное проникновение в природу вещей в принципе невозможно. Гораздо удивительнее то, что последовательность целых чисел, простейший математический объект, рожденный самим разумом, становится столь же расплывчатым и несовершенным, когда его рассматривают с аксиоматической точки зрения. Интуиционистская арифметика не выходит за пределы конечного для обеспечения ее предельной достоверности и тем самым достоверности тех теорий, которые интерпретируются в ее понятиях. Однако критики интуиционизма утверждали, что очень большие конечные множества столь же недоступны для проверки, как и бесконечные множества. Заметим также, что граница между проверяемым и непроверяемым в математике – это сложнейшая проблема современной философии математики, для решения которой необходимо переосмысление онтологического основания всего математического знания.

Натуральный ряд чисел, как идеализация количественных закономерностей, для больших совокупностей искажает реальную ситуацию. Даже аксиома Архимеда, говорящая, что для любых двух чисел a, b > 0 найдется такое n, что na > b, предполагает существование бесконечно больших натуральных чисел. Но, как это часто бывает в науке и жизни, осознанные нежелательные следствия очень долго не замечаются, возможно, поэтому математики и не говорили о “числах” другой природы, отличной от чисел натурального ряда. Формально выписанные очень большие числа теряют всякий реальный смысл. Рубеж, отделяющий “истинные” числа, указать невозможно, хотя обычно указывается интервал от 10^{100} до 10^{200}, например, число всех элементарных частиц во Вселенной порядка 10^{108}, а число всех взаимодействий элементарных частиц за всю историю Вселенной порядка 10^{150}. Поэтому, применяя в прикладной математике предельные переходы и оценки, полученные в “чистой” математике, необходимо переосмысливать некоторые привычные представления, так с точки зрения математического анализа lim lglgx = ∞ при $x \to \infty$, однако, $\lg\lg 10^{100} = 2$. В связи с развитием абстрактной теории дискретных автоматов типа машины Тьюринга указанная проблема сколь угодно больших натуральных чисел влияет и на отношение понятия “конструктивности” к оценке конечного числа шагов тех или иных преобразований, которые заведомо не реализуемы. Физики и инженеры получают иногда удовлетворяющие их результаты, обращаясь с расходящимся рядом или интегралом, как со сходящимся. Бесконечность такого ряда может означать невозможность окончания некоторого реального процесса, а его физическая или технически обусловленная “конечность” указывает на то, что хотя он и бесконечен, он все же “схватывается” конечным числом этого процесса. Кроме того, из естественнонаучных соображений следует, что реальные большие натуральные числа размываются и являются представителями семейства “близких” им чисел.

Еще до квантовой механики переворот в философско-математическом осмыслении реальности был связан с теорией относительности. Используя теорему сложения скоростей в специальной теории и отказываясь от аксиомы Архимеда о неограниченности числовой оси, украинский математик академик В.Л. Рвачев строит неклассическую модель натурального ряда. По этому натуральному ряду с помощью релятивистских арифметических операций по стандартной схеме вводятся рациональные и иррациональные числа, а затем рассматриваются элементарные функции, даже операторы дифференцирования и интегрирования, которые соответствуют предположению о существовании наибольшего числа с, то есть такого числа, больше которого чисел нет в процессе реализации любых алгоритмов. Выбор величины с осуществляется из конкретных физических или математических соображений, например, в теории относительности с – это скорость света. "Сравнение результатов данной работы с высказанными П.К. Рашевским прогнозами, касающимися свойств гипотетического натурального ряда, – отмечает В.Л. Рвачев, – показывает их хорошее согласование" [22, с.884]. В неархимедовы арифметические операции и другие конструктивные средства входит в виде параметра число $\alpha = c^{-1}$, причем в пределе при $\alpha \to 0$ получаются математические операции и операторы, соответствующие общепринятому представлению о натуральном ряде чисел. Система "релятивистских" арифметических операций, включающая сложение x + y, вычитание x — y, умножение $x \circ y$ и деление x:y, где, например,

$$x + y = (x+y)/(1+\alpha^2 xy) \text{ и } x — y = (x-y)/(1-\alpha^2 xy),$$

определяет на (-c, c) поле с обычным нулем и единицей. Заметим, что в духе предсказания Рашевского сферы больших радиусов, близких к с, относительно метрики $\rho(x,y) = |x — y|$, становятся с евклидовой точки зрения почти неразличимыми. Эту модель неархимедовой арифметики можно рассматривать как один из финитных формализмов структуры реальности. Подобного рода эффекты, хотя и совсем другой природы, существуют и в области очень малых протяженностей благодаря тому, что свойства пространства на столь малых расстояниях не описываются евклидовой геометрией.

Согласно Блезу Паскалю, "двойная бесконечность", а именно "бесконечность в малом" и "бесконечность в большом", присуща вещам и существам природы. Развитие квантовой механики показало абсурдность естественной геометрической интуиции. Для этих целей используется формализм неархимедова анализа, в основе которого лежит поле p– адических чисел. С другой стороны, физические величины, уменьшенные сверх некоторых границ, в силу их квантовых свойств, могут быть лишены смысла, поэтому физики вводят "физические" бесконечно малые величины, которые с математической точки зрения можно отнести к объектам актуальной бесконечно малой величины. В современных математических курсах это понятие строго обосновано в рамках нестандартного анализа. Знаменитые ограничительные результаты Гёделя исходят из неявного убеждения, что, сколько бы ни продолжать построение метаматематических формул для “хорошо” формализованной математической теории, принципы пересчета и упорядочения формул подчиняются схеме обычного натурального ряда. Поскольку метаматематические формулы выводятся математиками, возможно, с использованием электронных вычислительных машин, то можно сказать, что это некоторый реальный физический процесс, но теорема Гёделя о неполноте имеет весьма отдаленное отношение к физике. По существу результаты Гёделя опираются на дополнительное условие об идеальной приспособленности натурального ряда для описания сколь угодно больших совокупностей. Поэтому в программе Гёделя речь идет об идеализированном развитии математического процесса, когда при пересчете формул, невзирая на их количество, считается вполне естественным применять схему натурального ряда, хотя финитные конструкции Гёделя становятся при этом чрезвычайно сложными и при полной расшифровке сокращений даже явно не выписываются.

Реформированная числовая прямая тоже должна отличаться от обычной некоторой размытостью своих элементов, поскольку точные рациональные приближения вещественных чисел возможны благодаря тому, что элементы стандартного натурального ряда считаются точно определенными при любом удалении по нему. В теории Кантора множество рассматривается как “единство”, в котором нет взаимодействия элементов, а имеет место лишь внешняя унификация. Одной из важнейших особенностей прикладной математики и математизируемых областей знания является использование понятий, которые с точки зрения “чистой” математики не являются однозначно определенными, то есть это размытые и нечеткие понятия. Проблема “снятия” неопределенностей важна и с точки зрения развития современных компьютерных технологий. Неопределенность можно трактовать в контексте дополнительных понятий, как недостаток информации о некотором явлении и как свойство самой информации. Центральным звеном компьютерных технологий является субъект познания – человек, а ему присущи психологические и физиологические характеристики, которые в своем большинстве им не осознаются. Тем не менее, человеческий мозг способен на эффективное абстрагирование даже в том случае, когда соответствующая задача не сформулирована математически корректно. Предельное огрубление человеческой логики и излишняя ее конкретизация может оказаться тупиковым направлением в логике искусственного интеллекта. Это одна из причин внимания к проблеме статуса нечеткости в логике, а также к многозначным и нечеткозначным логикам в работах по искусственному интеллекту.

В интуиционизме математики не только опираются на существенную неполноту имеющихся знаний, но и стремятся использовать эту недоопределенность как положительный фактор. Американский специалист в области теории управления Лотфи Заде считает, что "нечеткость, присущая процессу мышления человека, наводит на мысль о том, что в основе этого процесса лежит не традиционная двузначная или даже многозначная логика, а логика с нечеткой истинностью, нечеткими связями и нечеткими правилами вывода" [15, с.7]. Он ввел понятие "нечеткого множества", расширяющее базовое понятие математики – множества, которое может служить дедуктивной моделью некоторых размытых понятий, используя степени принадлежности, промежуточные между полной принадлежностью и полной непринадлежностью. Характеристическая функция множества $A \subseteq X$ – это функция $\mu_A(x) = 1$, если $x \in A$, и $\mu_A(x) = 0$, если $x \notin A$, значения которой указывают, является ли $x \in X$ элементом множества A. Нечеткие множества являются естественным обобщением обычных множеств, когда приходится отказываться от бинарного характера значений характеристической функции, то есть 1 или 0. Нечеткое множество A на совокупности объектов $X = \{x\}$ задается функцией принадлежности $\mu_A(x)$, которая каждому x сопоставляет некоторое число из интервала [0,1], являющееся степенью принадлежности x к A. Точнее говоря, нечеткое множество A – это совокупность пар $\{(x, \mu_A(x)): x \in X\}$, где функция принадлежности $\mu_A: X \to [0,1]$. Конкретный вид функции принадлежности носит в значительной мере субъективный характер. Чем ближе значение $\mu_A(x)$ к единице, тем выше степень принадлежности x к множеству A, а чем меньше величина $\mu_A(x)$, тем ниже степень принадлежности точки x к A.

Отличие используемого Лотфи Заде формализма от вероятностного математического аппарата в том, что последний не охватывает неопределенностей, по существу, онтологического характера, определяемых отсутствием границ свойств объектов. Философская категория нечеткости и связанные с ней модели и методы очень важны с мировоззренческой точки зрения, поскольку с их появлением стало наконец возможно подвергать количественному анализу даже те явления, которые раньше либо могли быть учтены только на качественном уровне, либо требовали использования весьма грубых и приближенных моделей. При таком подходе происходит изменение операций и отношений между множествами и возникает некоторая новая многозначная, точнее бесконечнозначная, логика, обобщающая обычную двузначную. Хотя в математическом плане теория Заде не предлагает принципиально новых идей, методологическое значение этой теории состоит в прикладной интерпретации некоторых полярных категорий.

Основным объектом альтернативной теории множеств чешского математика Петра Вопенки является понятие нечетко заданной бесконечной совокупности. Совокупности, образуемые на основе какого-либо естественного свойства, почти всегда выделяются нечетко. Это новые объекты в основаниях математики, отличающиеся от нечетких множеств Заде, в которые объекты попадают лишь с определенной “мерой”. Идеология интуиционизма в обосновании математики способствовала преодолению страха перед понятием бесконечности. Канторовская теория множеств – это теория четко заданных актуальных бесконечных совокупностей, в том смысле, что их элементы хорошо различимы для созерцания. Поэтому все структуры, изучаемые в математике, основанной на канторовской теории множеств, априорно жестко заданы. “Именно поэтому, – считает Петр Вопенка, – математики столь беспомощны в постижении таких неточных по самой своей сути понятий, как реализуемость, взаимоотношение непрерывного и дискретного и т.д.” [9, с.14]. Конструкции, которые изучает современная математика, не единственно возможные. После того, как было обнаружено, что “множество всех множеств” является нечетко заданной совокупностью, оно было просто запрещено, а, с другой стороны, аксиома выбора, постулирующая существование функции выбора, имеющей явно нечеткий характер, активно используется в современной математике. Неоднозначность функции выбора контрастирует с установкой классической теории множеств, использующей аксиому выбора, на четкость и однозначность исследуемых объектов.

Неожиданное решение континуум-гипотезы, позволяющее развивать такие теории, в которых континууму могут соответствовать различные мощности, также плохо согласуется с изначальной позицией Георга Кантора об актуальных бесконечных множествах как однозначно определенных объектах реальности. Но если рассматривать феномен бесконечности в согласии с опытом при наблюдении больших и необозримых множеств, то тогда бесконечность в природе будет означать лишь невозможность конца или возможность его отсутствия, а бесконечность процесса не обязана означать чрезмерного обилия его событий. Даже, когда говорят о горизонте познания, сам он признается четким явлением, но то, что довольно близко находится перед ним, выделяется нечетко. В философии математики обсуждается также гипотеза, согласно которой проблемы классической теории множеств являются не только проблемами изучаемой реальности, но и проблемами неадекватности идеализаций, которые соответствуют этим реальностям. Поскольку развитие канторовской теории множеств не снимает феноменов нечеткости и неоднозначности, то сравнительный анализ классической и альтернативной точек зрения будет способствовать пониманию этих проблем. С точки зрения современной философии математики проблема бесконечности заключена в ее актуальности и нечеткости. Современные исследователи философии математики говорят о бесконечности не только как проблеме актуальной и потенциальной бесконечности или проблеме континуума, но и в более широком контексте, как проблеме не-измеримости, не-разрешимости и не-вычислимости.

Активное внедрение вычислительной техники, даже в некоторые области математических доказательств, требует осмысления новых подходов к современной математике. Известный математик В.М. Тихомиров по этому поводу пишет: “Существует разрыв между бесконечностью, заложенной в математические понятия (числа, функции, отображения, уравнения и пр.) и практической реализуемостью, которая всегда требует конечного (и притом “небольшого”) числа арифметических действий, итераций, шагов алгоритма и т.п. ... Это побуждает к обсуждению проблем оптимальной финитизации – преобразования бесконечного в конечное” [24, с.177]. Зачастую функции как решения различных дифференциальных, интегральных, разностных уравнений и их комбинаций “зашифрованы” в виде задач, а поскольку в большинстве случаев ответ не выражается в конечном виде, то его приближенное выражение, по существу, – это финитизация. Поэтому Давид Гильберт предполагал, что можно дать финитное обоснование непротиворечивости математических теорий как наиболее достоверное. Но имеет ли “невинное допущение”, выражаемое в финитистской точке зрения, ту гносеологическую ценность, на которую претендует? Как показал Курт Гёдель, понятие “доказуемой истины” является более узким, чем понятие “абстрактной истины”, восходящей к идее бесконечных проверок. Гносеологический анализ прикладных аспектов математического знания позволяет понять взаимоотношение математического творчества с гёделевским ограничением. Одним из основных источников оснований математического знания является вера в адекватность физической интерпретации формализма, позволяющая постулировать математические истины, недоступные “чистой” интуиции.

Вообще говоря, нет никаких философских оснований предполагать, что ограничения, накладываемые финитизмом Гильберта, столь уж необходимы для исключения вызывающих сомнение элементов математического мышления. Несмотря на то, что были получены финитные доказательства непротиворечивости довольно значительного фрагмента элементарной теории чисел, вопреки первоначальным ожиданиям Давида Гильберта, так и не удалось финитно установить непротиворечивость арифметики в полном объеме, а тем более для анализа и теории множеств. Причины подобного рода неудач отчасти стали проясняться благодаря второй теореме Гёделя о неполноте. Однако результаты Гёделя не затрагивают основного положения программы Гильберта о возможной реабилитации тех фрагментов математики, которые подверглись критике интуиционистов. Поэтому в философии математики рассматриваются постгёделевские модификации программы Гильберта с точки зрения соразмерности рабочих целей этой программы, например, финитного обоснования теории множеств, с ее конечной целью, а именно, обоснования почти всей современной математики. Поскольку споры о бесконечности в XX веке практически не оказали существенного влияния на развитие большинства математических дисциплин, то академик А.Д. Александров даже высказал гипотезу о том, что через 200-300 лет теория множеств будет восприниматься примерно так же, как сегодня воспринимается средневековая схоластика.

В качестве основных источников затруднений математиков, требующих вмешательства философов, Людвиг Витгенштейн выделяет следующие два. Это, во-первых, стремление трактовать математику как своеобразную естественную науку и соответствующее понимание ее утверждений по аналогии с эмпирическими, а, во-вторых, это нарастающая тенденция к чрезмерному обобщению, игнорирующая специфику конкретных или отдельных случаев. Дополнительным параметром в определенности языка науки является человеческая практика. Это напрямую связано с идеей Витгенштейна о том, что значение не может превзойти употребления. Поэтому стремление к последовательному обобщению должно уравновешиваться и сдерживаться бережным отношением к частным теориям, поскольку, если общие теории не способствуют систематизации и разъяснению более элементарных вопросов, то они теряют весь свой смысл. Естественные науки, как бы их ни трактовали в духе наук о материальном мире, имеют дело только с тем миром, который они описывают. Поэтому приходится считаться с “интуитивными установками”, которые могут формироваться даже тогда, когда еще нет языковых средств их выражения. Например, утверждения о множествах, если они являются удачными языковыми формулировками соответствующих интуитивных установок, как бы обладают некоторой силой, заставляющей считать их истинными.

Когда математики осознали, что натуральные, вещественные числа и многое другое можно трактовать как множества, то это побудило их заняться общей теорией множеств. В частности, по поводу фундаментального в математике понятия “множества” тополог А.В. Архангельский говорит: “Опыт современной математики и анализ ее оснований показывают, что множества служат тем основным элементарным материалом, из которого строятся все основные математические объекты. Отсюда вытекает универсальность идеи множества и языка теории множеств для математики” [3, с.6]. Кроме того, понятия теории множеств по степени общности сравнялись с понятиями логики, хотя при этом пришлось расстаться с привычными нормами мышления. Например, в теории бесконечных множеств высказывание “целое больше своей части” потеряло свой прежний смысл. Серия философских определений понятия множества содержится в переписке Георга Кантора с Давидом Гильбертом 1897–1900 годов, где вводится понятие “завершенного множества”, которое, по словам Кантора, является “актуально существующей целостностью”. В книгах по современной математике, посвященных “наивной теории множеств”, избегают точного определения понятия множества. Если исходить из канторовского определения множества, то “целое”, которое объединяет многие элементы в множество, становится “существеннее” составляющих его частей. Тем не менее, трудности специальной математической терминологии для профессионалов не так уж сложны и их всегда можно устранить.

Математика для Людвига Витгенштейна это не только область знания, но также и деятельность, поэтому “ложные ходы” в ней могут существовать только в виде исключения. Говоря о знании в математике, он предостерегал, что здесь важен не “внутренний процесс” или “состояние”, а интересно именно то, как мы употребляем математические предложения. На естественные науки можно смотреть как на системы ответов на вопросы, но излишнее вопрошание, точнее вопросы имевшие смысл в прошлом и отражавшие привычки мышления, могут препятствовать развитию науки. Учитывая некоторые внутренние механизмы самоорганизации науки, можно объяснить эффект распознавания нового знания, частично интерпретируя тем самым и известный парадокс Менона. Заметим, в связи с этим, что даже представление о памяти как о хранилище впечатлений, не является достаточно полным, хотя и выглядит вполне естественным. Человек может основательно забыть то, что он хотел бы вспомнить. Его “акт воспоминания” относится к тому моменту, в котором он должен узнать то, что хранится в его памяти.

Для объяснения внутренней силы нового знания математикам иногда не хватает вкуса к философии. Говоря же о специфике философии математики, можно вспомнить известное мнение, восходящее к Платону, согласно которому в определенных ситуациях философское рассуждение может оказаться более необходимым, чем математическое, поскольку последнее покоится на условных допущениях, а философия претендует на безусловность. Однако формальная проблема о методах решения не является проблемой философии математики, хотя и представляет философский интерес с точки зрения моделирования математической деятельности. Идеализация дедуктивной составляющей математических рассуждений способствовала развитию логико-математической теории доказательств и представлению о математике как исключительно дедуктивной науке. Но математика не сводится только к доказательствам. Интуиция сохраняет в ней свою роль как дополнение или как “противовес” логики. Творческая мысль ассоциативна, поэтому в ней важную роль играет прослеживание самых разнообразных связей, участвующих в любом осознанном понимании довольно сложного доказательства. Это задача не только методологии, но и психологии. Умение предсказывать правильный результат основывается на мнемонических дополнительных ассоциациях сходства и различия, сопоставления и противопоставления, продуктивного и непродуктивного. По существу, на аргументы, применяемые при доказательствах, не накладывалось никаких ограничений, кроме интуитивной убедительности, хотя уже и начала ощущаться потребность в анализе самого понятия “доказательства”.

Такой анализ был проделан логиками, так что, начиная с работ немецкого математика Готлоба Фреге, который первый в явной форме ввел в математическую логику кванторы и систематически использовал их, было определено новое понятие формального доказательства. Осуществив дедуктивное аксиоматическое построение математической логики и применив ее в качестве метода обоснования арифметики, Фреге представил математику как продолжение логики. Подход Фреге к арифметике можно мотивировать его антипсихологизмом. Обнаруженный Бертраном Расселом парадокс поставил под сомнение возможность построения логического основания арифметики. Если отказаться от формалистской установки “все обосновать логически”, то гносеологическую задачу обоснования отсутствия противоречий в арифметике можно считать решенной. Тем не менее, в методологическом контексте, в виду отсутствия общепринятого критерия достоверности, непротиворечивость арифметики все еще рассматривается как проблема философии математики. И, тем не менее, за исключением некоторых элементарных теорий, польский логик Альфред Тарский делает вывод о несовпадении понятий истинности и доказуемости относительно всех формализованных теорий, имеющий почти универсальный характер. То, что философские следствия этого результата негативны по своему характеру, нисколько не уменьшает его эпистемологического значения. Даже в области математики понятие доказуемости, вообще говоря, не замещает понятия истинности. Однако именно доказательство попрежнему остается единственным методом в любой математической теории, используемым для утверждения истинности ее предложений.

Теоремы Гёделя о неполноте и результат Тарского о невозможности определения понятия истинности в строго формализованных языках свидетельствуют о внутренней ограниченности формализации. Проблема доказательства непротиворечивости математики рассматривается в рамках расширенной программы Гильберта, учитывающей трудности финитивного обоснования трансфинитного, которые сводятся к противопоставлению "онтологическое – лингвистическое". Неклассическое явление, вскрытое теоремами Гёделя и Тарского, состоит в понимании ограниченности потенциальных возможностей человека с точки зрения его алгоритмической и эвристической деятельности. Непротиворечивость теории контролируется мысленными опытами, играющими важную роль в процессе создания самой теории. Но с другой стороны, например, психологические рассуждения Брауэра и его последователей аппелируют в основном к элементарному самонаблюдению, не принимая в расчет достижений научной психологии. Ощущение противоречивости возникает и от того, что сам Брауэр, по словам философа математики В.Э. Войцеховича, "пытался оторваться от платонизма, порвать с античной традицией математиков оперировать идеальными объектами подобно материальным предметам" [8, с.501]. Интуиционистсконеплатонистский стиль Брауэра способствовал созданию новых направлений в философии математики.

Философская компонента математического доказательства включает и такие сугубо "человеческие" характеристики, как обозримость, убедительность и понимание. У математического доказательства нет "точного" определения, поэтому роль субъективного элемента в его понимании и восприятии, как "убедительного" рассуждения, зависит от методологических установок ученых-математиков. Тем не менее, вполне возможно, что современная математика, выдвигающая новые стандарты строгости рассуждений, представляет, с точки зрения будущей математики, альтернативный вариант математического доказательства. Хотя канторовская теория множеств и стала “миром”, вместившим почти всю математику, постепенно угасает тот восторг, который охватил многих математиков после канторовского “прорыва в бесконечность”. Отдельные математические дисциплины “ответственность” за свою непротиворечивость “возложили” на теорию множеств. Сложность создавшейся ситуации состоит в том, что теория множеств привнесла в математику целый набор частных случаев актуальной бесконечности, большинство из которых нельзя разумно интерпретировать в реальном мире. С философской точки зрения математику можно использовать для выражения мыслей, предваряющих знание, которые в дальнейшем нельзя иногда проверить. После того, когда огромная работа, проделанная математиком и философом Георгом Кантором и другими математическими мыслителями, такими как Лёйтзен Брауэр и Давид Гильберт, стала достоянием истории, некоторым математикам стала казаться вполне естественной мысль о том, что, как и всякое сложно устроенное “творение ума человеческого”, математика должна быть “возведена” на достаточно прочном основании.

Первым реальную идею сознательно продуманной “архитектурной программы” для современной математики предложил именно Кантор. Сам Георг Кантор отмечал, что столь трудная и всеобъемлющая тема как проблема бесконечности была объектом самых различных мнений и толкований, но ни математики, ни философы не пришли здесь к полному согласию. В своей прощальной речи “Познание природы и логика” (1930), произнесенной в Кёнигсберге, Давид Гильберт сказал о реальности бесконечного: “И хотя в действительности очень большие числа встречаются часто, …, нескончаемость, или бесконечность, поскольку она представляет собой именно отрицание повсеместно господствующего положения вещей, представляет собой чудовищную абстракцию, которая реализуется лишь путем сознательного, а то и подсознательного применения аксиоматического метода” [10, с.459]. Такая трактовка бесконечного, считал он, делает беспредметными кантовские антиномии, связанные с пространством и с безграничной делимостью. В канторовской теории важную роль играет различие между множествами и совокупностями, не обладающими статусом множества. Для обозначения первых Георг Кантор использовал термин “завершенное”, “трансфинитное” множество, а вторые называл “абсолютно-бесконечными” или просто “множественностями”. Например, подобной множественностью является “совокупность всего мыслимого”. Понятие “завершенной бесконечности” двойственно в том смысле, что соединяет в себе как бесконечное, так и конечное. Однако, законы двузначной логики, бесспорные в области конечного, могут привести к противоречиям при их применении к актуально бесконечным совокупностям.

На эту неразрывную связь двух основных онтологических противоположностей – конечного и бесконечного, указывал еще Блез Паскаль. Альфред Тарский, рассмотрев около десятка различных определений понятия конечного множества, пришел к выводу, что эквивалентность многих из них друг другу может быть установлена только с помощью аксиомы выбора. Для современной математики понятие бесконечности не просто существенно важно, но и является необходимым, так как большинство математических утверждений, не имеющих отношения к абстрактной бесконечности, можно, с точки зрения абстрактно-теоретического оснащения математики конца XX века, считать тривиальными. С другой стороны, появление большого комплекса вычислительных наук, в силу своей специфики, должно учитывать финитность ресурсов вычислительной компьютерной техники, а это формирует естественное стремление к финитизации математики, что явно проглядывает у интуиционистов и конструктивистов. Представители разных направлений философии математики стараются избежать явных определений конечности и бесконечности, в отличие от попыток математиков конца XIX - начала XX веков. Хотя и на этом и предшествующих этапах развития математики так и не были выработаны дефиниции конечности и бесконечности, удовлетворившие бы большинство ученого сообщества. Заметим, что конечное дополняет бесконечное, но не противостоит ему, так как может быть конечным в одной модели и рассматриваться как бесконечное в другой.

Вопрос об отношении теории множеств и теории доказательств к реальности, с философско-методологической точки зрения, сводится к вопросу об отношении конечного и бесконечного и, соответственно, вычислимого и невычислимого. Последний успех в решении математических проблем Гильберта, история которых исчисляется целым столетием, связан с отрицательным решением проблемы Римана-Гильберта для фуксовых систем линейных уравнений, полученным академиком А.А. Болибрухом. Несмотря на значительные математические достижения, в начале XXI века решение проблемы парадоксов осталось столь же недосягаемым для современной математической логики, как и в начале XX века. И все же основную трудность в стремлении теории множеств быть достаточно надежным фундаментом современной математики представляют не ее парадоксы и даже не то, что гильбертовская программа ее реабилитации осталась нереализованной. Это проблема отсутствия в канторовской теории множеств ясного рабочего определения ее основного понятия и расплывчатости границы между теоретико-множественным языком и естественным языком общения.

Под влиянием результатов Курта Гёделя, обнаружившего границы структуралистического мышления, возникла новая “архитектурная программа” для математики, в которой ведущую роль играет понятие доказуемости вместо понятия истинности. Напомним, что второй в списке нерешенных проблем Гильберта стояла проблема доказательства непротиворечивости системы аксиом обычной арифметики. Позднее Давид Гильберт дал более общую постановку этой задачи, известную как проблема разрешимости: найти общий метод, позволяющий определить, выполнимо ли данное высказывание на языке формальной логики, то есть установить его истинность. В контексте логической доказуемости аналог этой проблемы Гильберта можно сформулировать так: существует ли метод, при помощи которого, исходя из множества логических аксиом, можно определить доказуемо ли данное математическое утверждение. Алонзо Чёрч разработал непротиворечивый формальный язык, названный “лямбда-исчислением”, в котором можно представить большой класс математических функций, в том числе и использованные в гёделевском доказательстве. Кроме того, он показал, что если существуют невычислимые в лямбда-исчислении функции, то метода определения доказуемости не существует, и даже построил логическое выражение, которое в его системе было недоказуемо. Алан Тьюринг независимо от Алонзо Чёрча установил еще одну связь проблемы Гильберта с идеей вычислимости функции, с помощью построенной простой модели процесса вычисления – машины Тьюринга. Его вывод о том, что не все функции вычислимы, опирается на результаты о мощности множеств в теории Кантора.

В 60-х годах XX столетия машина Тьюринга играла заметную роль в теории вычислений и помогла установить границы сложности вычислений. Если функции можно вычислить и время их вычисления растет полиномиально с ростом длины слова, то их относят к классу P, или классу эффективно вычислимых функций. Задачи, не принадлежащие классу P, с точки зрения прикладных математиков, принято считать не поддающимися решению. Современная теория сложности вычислений началась с определения класса NP, как класса языков, которые распознаются переборными алгоритмами за полиномиальное время. Более научно, переборные алгоритмы называют недетерминированными. Пока еще никто не смог доказать, что задачи класса NP сколько-нибудь труднее задач класса P. По мнению американского математика Стива Смейла, вопрос о том, отличается ли класс P от класса NP, то есть проблема $P \neq NP$, будет одной из ключевых проблем компьютерной математики XXI столетия. Эта проблема приобрела большое значение из-за того, что переборные алгоритмы возникают почти всюду. Физика процесса, в результате которого происходит раздвоение недетерминированной работы, пока не ясна, так как таких машин в реальности нет.

Одним из самых значительных достижений последних лет в теории сложности стало формирование квантовой модели вычислений. Квантовые компьютеры, существование которых не вызывает принципиальных возражений у физиков, являются кандидатами на роль недетерминированной машины. Английский специалист в этой области Эндрю Стин отмечает, что "квантовые вычисления не заменят классические по той простой причине, что квантовая физика не стремится заменить физику классическую" [23, с.97]. Идеи классической теории информации дополняют квантовую механику и способствуют более глубокому пониманию фундаментальных законов Природы. Между проблемами обоснования математики, поставленными Гильбертом, и задачами, стоящими перед квантовой теорией информации, существует некоторая параллель. Подобно тому, как большинство исследований в квантовой физике были связаны с изучением эволюции отдельных физических систем, большинство математических работ до программы Гильберта было связано с доказательством или опровержением различных гипотез и проблем. В математике всякий вопрос имеет не только вопрошающую, но и утверждающую часть, делающую вопрос возможным. Величайшая заслуга Давида Гильберта состоит в том, что он впервые попытался определить общий вид математического утверждения, поддающегося математическому доказательству. Поскольку квантовая механика – это математическая структура, которая, можно сказать, охватывает почти всю физику, то ее исследователи, в духе модифицированной программы Гильберта и с учетом результатов Гёделя, тоже стараются понять общий вид эволюции, возможный при каких-либо квантово-механических условиях.

Математика, с точки зрения индивидуального творчества, не сводится к формальной логике, но в коллективном сознании несомненно присутствует в виде потенциально завершимой огромной логической конструкции. Если этот образ постоянно "размывается" заведомо приближенными рассуждениями, компенсирующими приближенность в описании модели, соответствующей реальному процессу, то и восстанавливающие его тенденции тоже достаточно сильны. Этому способствует и компьютерная реальность с очень жесткими требованиями к логической структуре математического обеспечения. Современные компьютеры не являются машинами Тьюринга, хотя и имеют много общего, а их процесс развития до последнего времени был связан с размерами и быстродействием, но не касался основных принципов структуры и работы компьютера. Именно с позиций квантовой философии рассматривается вопрос о возможности подобных изменений. В "квантовом компьютере", как полагает американский ученый Дэвид Дойч, предложивший первую приближенную схему работы такого компьютера, в принципе может быть достигнут некий квантовый параллелизм, который позволит решать задачи быстрее, чем классические компьютеры.

Главный методологический урок квантовой механики для философии познания заключается в том, что физические явления каким-то образом формируются теми вопросами, которые задают исследователи, изучающие их. Большинство математиков считают, что их работа в принципе отличается от работы компьютера, поскольку прогресс математики всегда зависел от гибкости воображения. Это проблема и была по существу предметом дискуссии между Анри Пуанкаре и Давидом Гильбертом, только ставилась она в начале XX века иначе: формализуема ли математика? С определенными оговорками в контексте постгёделевского развития математики, можно утверждать, что их позиции дополняют друг друга. Раскрытие сущности бесконечного невозможно в пределах специальных философских программ обоснования математики, например, интуиционисты отрицают возможность интуитивного восприятия какой-либо бесконечной категории. Современная философия математики пытается преодолеть ограниченность двузначности и искать между "существует" и "не существует", то есть вступает в область знания постнеклассической математики.

В начале XX века в естествознании возникла неклассическая наука, а в конце его – постнеклассическая. В математике происходили аналогичные процессы и развивалась, например, математика интуиционистского направления и, соответственно, фрактальная геометрия, в которой есть структура, но нет элементов, что не свойственно теоретико-множественной математике. В современное постнеклассическое математическое знание в отличие от классической и неклассической математики включен идеальный мыслящий субъект. Так американский математик Бенуа Мандельброт, придумавший термин "фрактал" и создавший новое направление в математике, считает, что численный результат измерения зависит от отношения объекта к наблюдателю и тем самым вписывается в понятия современной физики, а фракталы являются их превосходной иллюстрацией. Речь идет об отказе от "субъектобъектного” расщепления бытия и утверждении его единства. “Именно фрактальная геометрия, созданная для нужд естествознания, – считает Бенуа Мандельброт, – совершенно неожиданно объединила несколько старых и благородных (хотя и узких) математических направлений в единый поток и пробудила от спячки еще несколько” [18, с.131]. Заметим, что множество Мандельброта, как наиболее известный фрактал, поразивший воображение математического сообщества, не является полным и законченным созданием компьютера. Его даже невозможно вычислить. Но сам факт выполнения удачного алгоритма еще не свидетельствует о понимании происходящего процесса, поскольку одно дело наблюдать за фрактальными образцами и совсем другое – определять причину этого явления. Тем не менее, фрактал позволяет вообразить бесконечность. На примере фракталов видно, как простые математические конструкции порождают сложные “самоподобные” структуры. Это предельно высокий уровень абстрактности, позволяющий сделать следующий гносеологический вывод: в основе многих сложных явлений лежат иногда простые формально-логические соотношения, поддающиеся строгому и эффективному математическому анализу.

В современной математике, наряду с проблемой формализации методов отыскания доказательств, важнейшая роль отводится исследованиям о практической осуществимости различных способов обоснования математических рассуждений. В связи с этим в философско-методологической проблеме эффективности метода можно выделить еще одно дополнительное требование к математической аргументации – это его обозримость и ясность. Заметим, что еще Блез Паскаль, так же как и Рене Декарт, связывал признак совершенства знания с его ясностью и простотой, но, в отличие от Декарта, еще с самоочевидностью для чувств. Но подобного совершенства знания с его всеобщим характером нет в опытных науках. Проблема состоит еще и в том, что иногда мало эффективный метод доказательства легче описать с точки зрения понимания его убедительности и правильности. Поэтому ясность аргументации метода и его практическая осуществимость являются дополняющими друг друга аспектами творческой математической деятельности. Это созвучно с гносеологическим кредо Блеза Паскаля, согласно которому, мы постигаем истину не только разумом, но и сердцем, имеющим не только абстрактно-умозрительное, но и опытное происхождение.

Математическое сообщество никогда не было склонно к пессимистичным выводам по поводу перспектив развития своей науки, считая, что математические границы, идентифицированные Куртом Гёделем могут только обогатить ее, создавая новые ветви математики. В контексте программы Гёделя в современной математике нет логических средств для доказательства непротиворечивости ее важнейших теорий, но это не означает, что эти проблемы не могут быть в принципе решены другим способом. Высокий уровень непротиворечивости математики подтвержден всей историей ее развития. Даже некоторый методологический скептицизм по поводу путей обоснования современной математики все же не ставит под сомнение ее практическую строгость и существование рациональных путей ее обоснования. После фундаментальных открытий Курта Гёделя можно считать общепризнанным, что проблема обоснования математики все еще не решена. С точки зрения эпистемологии следует разделять оправдание математики через ее использование и обоснование. В этом одно из существенных отличий математики от других наук, в том смысле, что вопрос о ее обосновании не может быть решен только на аргументах опыта. Основная трудность заключена в отсутствии однозначного восприятия самого понятия “обоснования”, а также в разногласиях по поводу допустимых логик.

Для понимания сущности современной математики необходимо глубже понять природу математического мышления. Математики уже сталкивались с подобной философско-методологической проблемой, когда длительное неприятие неевклидовых геометрий было обусловлено не наличием математических ошибок, а определенными философскими представлениями. Поэтому и сегодня любой математик, защищающий “классическую” строгость, найдет немало союзников своей правоты. Что можно сказать сегодня об исторической перспективе развития математики? Вряд ли кто возьмется ответить сегодня на этот вопрос так, как это сделал на рубеже XX столетия Давид Гильберт. Не вызывает сомнения то, что математика XXI века будет не только сложнее и абстрактнее, но и новые методологические подходы будут, возможно, выходить за границы сегодняшних представлений. Но чтобы понять будущее, как показывает практика, надо переосмыслить с современных позиций борьбу методологий и философских мировоззрений прошлого. Философские проблемы современной математики не сводятся только к методологическим следствиям теорем Гёделя о неполноте, хотя в первой половине XX века и наблюдался явный крен в сторону развития математической логики. Несмотря на то, что до сих пор в наиболее значительных фрагментах математики используется традиционный теоретико-множественный язык, философия математики предпринимает попытки выйти за эти рамки, опираясь на реальную практику развития науки, позволяющую понять безошибочность новых форм доказательства, которых, согласно Гёделю, вообще говоря, должно быть бесконечно много.

С точки зрения опыта современной математики наиболее существенные свойства математических проблем становятся обозримыми только тогда, когда она погружается в более широкую фундаментальную теорию. Возможно, поэтому Давид Гильберт придавал столь большое значение математическим проблемам как основным источникам прогресса математики. В преддверии прошлого столетия он опубликовал список из 23 проблем, которые, по его мнению, математики смогут решить в новом веке. Хотя не все поставленные Гильбертом проблемы равноценны и в ряде случаев некоторые гипотезы не подтвердились, их решение представляет наиболее содержательный период в истории математики прошлого века. Никто не ожидает столь же успешной попытки обозрения проблем существенной части всей математики XXI столетия. Тем не менее, Стив Смейл, взяв из гильбертовского списка две проблемы – гипотезу Римана о нулях дзета-функции и вопрос о числе предельных циклов Пуанкаре для дифференциального уравнения первого порядка, предложил список из 18 таких задач в работе "Математические проблемы следующего столетия". Хотя постановка различных проблем, относящихся к отдельным областям математики, является обычной практикой в среде наиболее успешно работающих математиков, ранее никто ни до, ни после Гильберта не рисковал говорить обо всей математике.

Только опыт покажет, насколько успешной окажется новая попытка заглянуть в будущее математики с помощью ряда нерешенных проблем, решение которых будет формировать важнейшие направления ее развития. Если бы математики, работавшие, например, над доказательством Великой теоремы Ферма, ссылались бы на Гёделя, то интерес к этой проблеме и другим знаменитым задачам давно бы пропал. Убежденность Давида Гильберта в неограниченных возможностях человеческого разума и разрешимости каждой математической проблемы является большим подспорьем в работе математиков. Математическая проблема, считал он, должна быть достаточно трудной, чтобы привлекать и обогащать знания, а с другой стороны, не совсем недоступной на пути к "сокрытым истинам". Формальные правила вывода из аксиом вызвали в прошлом веке живой интерес и разожгли воображение математиков и философов. Хотя эти новые правила реально не были нужны для математической практики, использующей математическую строгость методов прикладной математики, они привели к преувеличенным надеждам на описание законов мышления, пока не было открыто их подлинное значение. Каждую новую математическую теорию можно считать за благо, но бесцельные переходы ко все новым понятийно усложненным теориям не приветствуются даже математическим сообществом.

Французский математик Рене Том утверждает: "Из гильбертовской аксиоматики еще не извлекли истинный урок, в ней заключающийся: абсолютной строгости можно достичь, лишь исключая содержание. Абсолютная строгость возможна только и благодаря отсутствию смысла. Но если надо выбирать между строгостью и смыслом, я, не колеблясь, выберу смысл” [26, с.15]. В настоящее время, несмотря на заинтересованность специалистов по математической логике, непротиворечивость ни одной из распространенных аксиоматик теории множеств не доказана. Но если непротиворечивость, например, системы Цермело-Френкеля будет доказана, то математикам, возможно, придется от нее отказаться, из-за многочисленных результатов о “независимости”, поскольку в ней будут недоказуемы: ни континуум-гипотеза, ни ее отрицание, ни аксиома выбора, ни ее отрицание и так далее. Чем более общий характер имеют исходные прогнозы относительно некоторого результата и его значимости для математики, тем труднее обойтись одной теорией и для понимания исходного замысла, возможно, необходима совокупность нескольких таких теорий.

Под влиянием результатов К. Гёделя, обнаружившего границы структуралистского мышления, возникла новая “архитектурная программа” для математики, в которой ведущую роль играет понятие доказуемости вместо понятия истинности. Проблема континуума является одной из главных проблем, которые должны были определить направления развития математики XX века. В ней сконцентрированы фундаментальные дополнительные понятия теории познания: актуальная и потенциальная бесконечности, непрерывность и дискретность. Попытки ее решения показали, что она является одним из принципиальных вопросов логического обоснования математики. Вместе с тем результаты, полученные К. Гёделем и П. Коэном явно показали, что истинность и ложность классической проблемы континуум-гипотезы не может быть установлена средствами современной теории множеств.

Полученные результаты привели к появлению новых работ, среди которых необходимо отметить теорему Лёвенгейма-Сколема. По существу данная теорема утверждает, что любая непротиворечивая система аксиом не устанавливает пределов для интерпретаций, или моделей. Одна из причин появления “побочных” интерпретаций связана с существованием “дополнительных” неопределяемых понятий, содержащихся в каждой аксиоматической системе, которые могут трансформироваться. Дедуктивная составляющая, включающая рассуждения и доказательства, и алгоритмическая составляющая, связанная с вычислениями и методами решения задач как дополнительные понятия всегда присутствовали в математической теории на всех этапах ее развития. Логические рассуждения лежат в основе всякого математического доказательства. В действительности понятия “вычисление” и “рассуждение” неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания.

С точки зрения современной философии математики проблема бесконечности заключена в ее актуальности и нечеткости. Сравнительный анализ классической и альтернативной точек зрения на теорию множеств будет способствовать лучшему пониманию этой проблемы. В этом контексте внедрение вычислительной техники даже в некоторые области математических доказательств, требует осмысления новых подходов к современной математике, что в свою очередь побуждает к обсуждению проблем оптимальной финитизации. Раскрытие сущности бесконечного невозможно в пределах специальных философских программ обоснования математики. Поэтому философия и методология постгёделевской математики, преодолевая ограниченность двузначности, ищет между “существует” и “не существует”, тем самым, реально вступая в область постнеклассической математики.

Литература

1. Ансельм А.А. Теоретическая физика XX века – новая философия при-роды // Звезда. – 2000. – № 1. – С. 194–213.

2. Арнольд В.И. О преподавании математики // Успехи математических наук. – 1998. – Т. 53, Вып. 1. – С. 229–234.

3. Архангельский А.В. Канторовская теория множеств. – М.: Изд-во Московского университета, 1988. – 112 с.

4. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994. – 396 с.

5. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Изд-во Иностранной литературы, 1963. – 292 с.

6. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 520 с.

7. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 2. Кн. 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 207 с.

8. Войцехович В.Э. Господствующие стили математического мышления // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. – С. 495–505.

9. Вопенка П. Математика в альтернативной теории множеств. – М.: Мир, 1983. – 152 с.

10. Гильберт Д. Избранные труды. Том I. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики. – М.: Изд-во “Факториал”, 1998. – 575 с.

11. Гончаров С.С., Ершов Ю.Л., Самохвалов К.Ф. Введение в логику и методологию науки. – М.: Интерпракс; Новосибирск: Институт математики Сибирского Отделения Российской Академии наук, 1994. – 256 с.

12. Гординг Л. Философский диалог. Математика, жизнь и смерть // Алгебра и анализ. – 2000. – Т. 12, Вып. 5. – С. 215–224.

13. Гротендик А. Урожаи и посевы. Размышления о прошлом математика. – Ижевск: Изд. дом “Удмуртский университет”, 1999. – 288 с.

14. Дьедонне Ж. О прогрессе математики // Историко-математические исследования. – М.: Наука, 1976. – Вып. 21. – С. 9–21.

15. Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. – М., 1974. – С. 5–49.

16. Зенкин А.А. Infinitum Actu Non Datur // Вопросы философии. – 2001. – № 9. – С. 157–169.

17. Лейбниц Г.В. Сочинения в четырех томах. Том 3. – М.: Мысль, 1984. – 734 с.

18. Мандельброт Б. Фракталы и возрождение теории итераций // Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. – М.: Мир, 1993. – С. 131–140.

19. Нестеренко Ю.В. Алгоритмические проблемы теории чисел // Математическое просвещение. Третья серия. – 1998. – Вып. 2. – С. 87–114.

20. Разборов А.А. О сложности вычислений // Математическое просвещение. Третья серия. – 1999. – Вып. 3. – С. 127–141.

21. Рашевский П.К. О догмате натурального ряда // Успехи математических наук. – 1973. – Т. 28, Вып. 4. – С. 243–246.

22. Рвачев В.Л. Неархимедова арифметика и другие конструктивные средства математики, основанные на идеях специальной теории относительности // Доклады АН СССР. – 1991. – Т. 316, № 4. – С. 884–889.

23. Стин Э. Квантовые вычисления. – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. – 112 с.

24. Тихомиров В.М. Финитизация бесконечности в классическом анализе // Бесконечное в математике: философские и исторические аспекты. – М.: Янус-К, 1997. – С. 177–189.

25. Тихомиров В.М. О некоторых особенностях математики XX века // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. – С. 441–460.

26. Том Р. Современная математика – существует ли она? // Математика в школе. – 1973. – № 1. – С. 89–93.

27. Хютт В.П. Концепция дополнительности и проблема объективности физического знания. – Таллин: Изд-во “Валгус”, 1977. – 180 с.

28. Целищев В.В. Перспективы исследований в философии математики // Философия науки. – Новосибирск, 1999. – № 1. – С. 47–51.

29. Шафаревич И.Р. Математическое мышление и природа // Вопросы истории естествознания и техники. – 1996. – № 1. – С. 78–84.

30. Якоби К.Г. О жизни Декарта и его методе направлять ум правильно и изыскивать в науках истину // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169, № 12. – С. 1332–1338.

Мороз В.В.

(Курск)

ОНТО-ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЛОГИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ В РУССКОЙ ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТРАДИЦИИ КОНЦА XIX – НАЧАЛА XX ВВ.*

Резюме

В статье раскрываются онто-гносеологические аспекты логической составляющей математического знания в русской философско-математической традиции конца XIX – начала XX вв, представленной во взглядах представителей Московской философско-математической школы, идеях П.А. Флоренского, Н.Н. Лузина, А.Ф. Лосева. Автор реконструирует точки зрения указанных мыслителей, рассматривая их идеи в контексте процессов, происходящих в развитии логического знания в России конца XIX – начала XX вв. Выявляется и формулируется общая для данного периода позиция: формально-логическая составляющая неотделима от содержательного аспекта мышления, более того, содержание мысли определяет способы ее формализации. В статье утверждается и обосновывается, что при всем разнообразии взглядов в рамках русской философско-математической традиции можно выделить единый подход, выражающийся в том, что логика исследования математических объектов определяется их спецификой и поэтому в зависимости от природы изучаемых объектов законы логики могут и должны варьироваться.

* * *

Философско-математическая традиция в России конца XIX – начала XX вв. берет свое начало в комплексе идей представителей Московской философско-математической школы (Н.Д. Брашмана, В.Я. Цингера, Н.В. Бугаева и др.) и находит свое продолжение, главным образом, в трудах П.А. Флоренского, Н.Н. Лузина, А.Ф. Лосева. В рамках данной статьи мы ставим цель выявить и раскрыть онто-гносеологические аспекты логической составляющей математического знания в русской философско-математической традиции. Для реализации поставленной цели видится необходимым рассмотрение идей указанных мыслителей в контексте тех процессов, которые происходили в развитии логического знания в России в конце XIX – начале XX вв.

В развитии всякого знания важную роль играет соотношение теоретически оформленного слоя представлений и пограничных по отно-

* Работа выполнена при поддержке РГНФ. Проект № 080300049.

шению к нему интуиций. В истории логики это соотношение чаще всего возникает в виде проблемы «формальное – содержательное». Напряженность этой проблемы особенно заметна с возникновением высоко формализованных систем алгебраической логики в конце XIX – начале XX вв. Как справедливо отмечают специалисты по истории логики в России и СССР (см., например [4], [5], [9]), именно в это время в России возникает оригинальная логическая школа, положившая начало самостоятельному логическому творчеству в нашей стране. Поэтому с самого своего рождения независимая логическая традиция в России во многом определяется полюсами формы, символизма, точности, теоретичности, с одной стороны, и содержания, семантики, многозначности, интуицивизма – с другой. Эта оппозициозность не является национальной чертой русской логической школы. В России и позднее в СССР следует отметить не столько указанное соотношение, сколько феномен гораздо большего равноправия обоих полюсов по сравнению с западной традицией. Если на Западе с возникновением математической логики формальная школа, однажды завоевавшая доминирующее положение, практически сохраняет его до сих пор, культивируя образ высокопрофессиональной, замкнутой в себе логической науки, то для истории логики в нашей стране характерен гораздо более широкий контекст ее существования, не укладывающийся только в рамки частной научной дисциплины. С этим связано и несколько разное понимание идеала логичности в западной и отечественной традициях. Если западная школа больше тяготеет к формальной знаковости, то логические идеалы отечественных ученых ближе к органичному образу логики, предполагающему представление о мышлении и его законах, основанное на несомненном элементе «оживления» мысли. Мир мысли предстает в этом случае не только комбинацией формально-символических элементов, но и самоизменяющимся, целостным и многозначным началом. Активно усваивая логические идеи Запада, отечественная мысль всегда чувствовала свой собственный идеал органической логики и его неполную воплощаемость в логике символической. Это породило своеобразное «западничество» и «почвенничество» в истории логической мысли в России.

«Западники» («аналитики-символисты») всегда тяготели к формально-символической традиции, «почвенники» («органицисты») – к разного рода неклассическим и еще не полностью формализованным проблемам логики. Как отмечает В. Моисеев [5, С. 312], наиболее благоприятными в развитии отечественной логической школы были периоды сближения «аналитиков» и «органицистов», установления диалога между ними, появления оригинальных мыслителей переходного типа. Такие синтетические периоды российская логическая школа пережила дважды – при своем оформлении в самостоятельную логическую школу на рубеже XIX-XX вв. и в 50-70-е гг. XX в.

В рамках данной статьи нас интересует первый синтетический период. Это время многих замечательных ученых-логиков, достаточно вспомнить М.И. Каринского, П.С. Порецкого, А.И. Введенского, Н.А. Васильева. Мыслители указанного периода предложили своеобразный логический тип со своими характерными чертами – тип логического мышления, естественно выросший на русской почве и обладающий несомненной автономностью, хотя и сформировавшийся под влиянием распространенных в то время логических систем и традиций И. Канта, Д.С. Милля, Дж. Буля, Э. Шредера и других западных логиков и философов. Так, наш первый алгебраист в логике П.С Порецкий критикует Буля и Шредера за некритическое сближение логики и обычной алгебры, настаивая на преобладании качественного аспекта перед количественным в логической алгебре. Ярко выражены в то время искания новых логических форм – новых видов вывода, новых логических законов, и это обновление происходит под влиянием общей для данного периода идейной позиции: формально-логическая составляющая неотделима от содержательного аспекта мышления, более того, содержание мысли определяет способы ее формализации. Следует отметить, что абсолютное большинство логиков того времени принимали активное участие в философском процессе и зачастую сами являлись философами. Это объясняет тесную связь логических идей с проблемами теории познания и онтологии.

Идеи представителей Московской философско-математической школы (далее МФМШ) относительно логики органично вписываются в контекст процессов, происходящих в развитии логического знания в первый синтетический период. В статье, посвященной проблеме соотношения математики, логики и философии во взглядах представителей МФМШ (см.[6]), мы выявили общее воззрение на математику либо как на часть философии, либо на область, находящуюся с ней в близком родстве, и точку зрения, согласно которой сама специфика математического предмета подводит математика к философским размышлениям. Общее убеждение московских математиков во «вторичности» логики по отношению к математике (специфика математических объектов «диктует» логику их исследования) вполне согласуется с главной идеей первого синтетического периода в логике об определяющем влиянии содержательного аспекта мысли на способы ее формализации.

Взгляды П.А. Флоренского на отношение логики к действительности и процессу познания, во многом сформировавшиеся под влиянием идей МФМШ, отражены в его позиции относительно главных направлений, сложившихся в основаниях математики в первой трети XX века: логицизма, формализма и интуиционизма. Достаточно подробный анализ этой позиции был дан нами в упомянутой статье (см. [6, С. 122-129]. В добавление хотелось бы обратить особое внимание на рассмотрение Флоренским вопроса о совместимости логической противоречивости Священного писания с его божественным происхождением. Используя задачу Льюиса Кэрролла («q включает r; но p включает не-r; чтó должно заключить отсюда?»), мыслитель показывает, что взаимоисключающие друг друга утверждения – мистика, доказывающего божественность Священного Писания и догматов, и рационалиста, опровергающего таковое, – вполне согласуются между собой, если использовать более гибкую логику, нежели логика Аристотеля [10, С. 505]. Важно отметить, что Флоренский предлагает для задачи Льюиса Кэрролла свое решение, которое содержит в зачатке идеи немонотонной и паранепротиворечивой логики (подробный анализ предложенного Флоренским решения см. [8, С. 290-303]).

В данном аспекте идеи Флоренского оказываются созвучны новаторским разработкам Николая Александровича Васильева (1880–1940), творчество которого приходится на первый синтетический период истории логики в России. В работах Васильева предвосхищаются идеи многих разделов современной неклассической логики. Остановимся более подробно на анализе созданной им воображаемой (неаристотелевой) логики.

Подобно тому, как великий земляк Васильева Н.И. Лобачевский, открывая свою воображаемую геометрию, выделил в евклидовой геометрии некоторую абсолютную часть, общую для всех – евклидовых и неевклидовых – геометрий, Васильев пошел по тому же пути, изучая возможность создания неклассической логики. Ему удалось показать, что в абсолютную часть логики, которую он назвал металогикой, не должны включаться закон противоречия и закон исключенного третьего. Он исходил при этом из очень смелого допущения, что наша обычная логика – логика в целом – содержит, в отличие от металогики, эмпирические элементы. Это касается, прежде всего, факта существования несовместимых предикатов, или несоединяемых признаков, относящихся к одному объекту, и основанному на этом факте закону противоречия. А раз эмпирическое вторгается в законы логики, то можно представить себе такой воображаемый мир, где закон противоречия не будет иметь места.

Только металогика, писал Васильев, есть формальная наука логики, ибо только она отвлекается от всего фактического, эмпирического. Она есть логика, пригодная для каждого мира, независимо от того, как устроены объекты любого из этих миров, ибо в ней заключены законы чистой мысли как таковой, законы суждения и вывода вообще. Напротив, законы нашей обычной, аристотелевской логики «суть отчасти законы металогики, отчасти законы природы». Таковым будет, например, закон противоречия с операцией отрицания, которые опираются на эмпирический факт несовместимости [2, С. 115-116].

Каким же образом это обосновывается? Прежде всего отмечается, что наша обычная (полуэмпирическая) логика характеризуется делением всех (утвердительных) суждений на положительные и отрицательные. Всегда считалось, что такое деление для логики неизбежно, и отказаться от него нельзя, поскольку понятия позитивного утверждения и отрицания относительны: каждое утверждение предполагает отрицание, и наоборот. Васильев, однако, осмеливается усомниться, что указанные выше положения должны рассматриваться в качестве единственно возможных. «Чудовищной, наверное, покажется ... сама мысль о логике, в которой нет отрицательных суждений. Между тем мы будем защищать эту мысль» [2, С. 118].

Логика без отрицательных суждений, по Васильеву, – это логика мыслительных операций такого субъекта, который действует без ошибок. Можно представить себе дух, который, будучи способным не образовывать ложных суждений, не образовывал бы и отрицательных суждений, т.е. суждений о ложности. «Такому духу нечего было бы опровергать, а в опровержении ложного весь смысл отрицательных суждений. Отрицательные суждения появляются только в логике несовершенной, в логике, в которой не исключена возможность ошибок» [2, С. 118].

Если спуститься с дедуктивных высот в эмпирическую область действительности, то тут дело обстоит несколько иначе: отрицательные суждения имеют свой чувственно постигаемый коррелят. А именно, все отрицательные суждения о предметах и восприятиях нашего мира получаются как выводы из положений о несовместимости двух признаков [2, С. 105].

Рассуждение в оправдание данного заключения выглядит примерно так. Я не могу видеть непосредственно, что данный предмет не белого цвета. У нас нет отрицательных ощущений, ощущений «не белого».

Когда я утверждаю, что предмет не белого цвета, то я несомненно сделал определенный вывод. Я видел, что предмет красного цвета, и вывод, что предмет не белого цвета, зная, что красное не может быть белым. Таким образом, большие посылки отрицания, т.е. положения о несовместимости типа того, что красное не может быть белым, являясь несомненными, выпадают как ненужные звенья в психологическом течении мыслей, и мы сразу от восприятия красного цвета предмета переходим к суждению: «он не белого цвета». Но эта сокращенность психологического процесса не может быть аргументом против его силлогической природы в логическом отношении [2, С. 61].

Поэтому надо считаться с тем, что отрицательные суждения в нашей обычной логике бывают двух типов: во-первых, – большие посылки отрицания (красное не есть белое, один признак исключает другой); во-вторых, – выводные суждения, которые получаются из первых путем силлогизма. [2, С. 118].

В этих условиях и раскрывается статус логического закона противоречия. В нем выражается несовместимость утверждения и отрицания, но ведь отрицание есть то, что несовместимо с утверждением. Поэтому «закон противоречия уже заключается в определении отрицания» [2, С. 118]. И строить логику, свободную от закона противоречия, – это значит, по Васильеву, строить логику, где как раз не было бы отрицания, сводящегося на несовместимость.

Назовем отрицательные суждения, обусловленные фактором несовместимости, отрицаниями второго рода, и заметим, что новая логика не выводит за свои пределы отрицательные суждения первого рода, т.е. те суждения, которые, как указано выше, проистекают из-за ошибок рассуждений и образуют класс ложных суждений. Под эгидой этого непременного условия Васильев освободил традиционную логику от эмпирического содержания и выделил тем самым в ней ту абсолютную часть, которая могла бы послужить уже общей основой для всех возможных логик – как логики традиционной, классической, так и неклассической. В результате выявилось различие между тремя такими понятиями логики: (1) как собственно металогики с одной единственной – утвердительной – формой суждения и с законом исключительного второго (утверждение – истина, отрицание – ложь); (2) как обычной (полуэмпирической) логики с двумя формами суждения – утвердительной и отрицательной – и с законом исключенного третьего); (3) как воображаемой логики с тремя формами суждения – утвердительной, отрицательной и индифферентной – и с законом исключенного четвертого.

Поскольку воображаемая логика подчиняется принципам металогики, то в ней наряду с законом исключенного четвертого неукоснительно соблюдается принцип (закон) абсолютного различия между истиной и ложью. Поэтому в воображаемой логике Васильева индифферентные суждения, антиномически сочетающие в себе утверждение и отрицание, не могут быть источником исходящего от субъекта противоречия.

Таким образом, центральной идеей всей концепции Н.А. Васильева является выделение в логике двух слоев. Один слой относится к познающему субъекту и содержит законы, касающиеся суждений в целом и не затрагивающие их внутренней структуры. Это аспекты гносеологического характера, принадлежащие – в терминологии Васильева – металогике. Законы металогики составляют минимум логического. Васильев не варьирует эти законы, подчеркивая, что предполагает в своей системе неизменность познающего субъекта и его рациональных функций – способности суждения и вывода. Согласно Васильеву, отбрасываться и варьироваться могут другие, не металогические аксиомы, аксиомы, зависящие от познаваемых объектов. Для разных систем объектов (для разных миров, как говорит Васильев) могут быть значимыми различные логические законы онтологического (эмпирического, в терминологии Васильева) уровня. Одну систему объектов следует мыслить согласно одной логике, другую – согласно другой. Отказаться от законов металогики, согласно Васильеву, нельзя, не нарушив минимум логического. Но мы может отбросить или модифицировать законы, относящиеся к вещам. (Интересно отметить, что именно варьирование гносеологических (металогических, в терминологии Васильева) принципов лежит в основе многозначных и ряда других логических систем).

Идеи воображаемой логики Н.А. Васильева были высоко оценены Н.Н. Лузиным, о чем свидетельствует содержание его отзыва [7]. Подчеркивая большое значение работ Васильева в отношении исследования принципов мышления вообще, Лузин обращает внимание на «самую высокую важность его идей вследствие новых течений в математике». Под новыми течениями Лузин понимает интуиционизм, который ставил своей целью перестройку математики в свете отказа от абстракции актуальной бесконечности, закона исключенного третьего и метода доказательства от противного, а также эффективизм, выступавший за пересмотр основных теоретико-множественных понятий и принципов с позиций их возможной «эффективной» осуществимости. Сам Лузин являлся ярким представителем эффективизма – направления, в каком-то смысле близкого к интуиционизму по техническим решениям (а позже

– и к конструктивизму), но в отличие от последних не отказывающегося от классической математики вообще, а лишь настаивающего на переосмыслении ее концептуального содержания на базе соответствующих «приемлемых» принципов. «Таким образом, – пишет Лузин в отзыве, – в настоящее время дело идет о создании для математики новой логики, такой, где закон исключенного третьего уже не входит как непременно долженствующий соблюдаться. Работы Н.А. Васильева посвящены созданию такой точно логики. … Таким образом, работа по логике Н.А. Васильева представляет поразительное совпадение с современными исследованиями, имеет самую высокую важность и интерес» [7, С. 137]. По содержанию и пафосу отзыва в определенной степени можно судить о позиции Лузина по отношению к логике и сделать вывод, что Лузин вполне разделяет взгляды Васильева в этом вопросе.

Философское наследие А.Ф. Лосева, имеющее отношение к онтогноселогическим основаниям логической составляющей математического знания, чрезвычайно обширно и многопланово, и его анализ и осмысление требует не одного специального исследования. В рамках данной статьи мы ставим задачу выяснить, насколько точка зрения мыслителя на отношение логики к действительности и процессу познания согласуется со взглядами других представителей русской философско-математической традиции конца XIX – начала XX вв., которые, как мы показали выше, при всем своем разнообразии выражают единую позицию.

Ключом к реконструкции точки зрения А.Ф. Лосева служит его известная работа «Философия имени», являющаяся важным звеном созданной мыслителем своеобразной философской системы, достоинства которой изучены пока недостаточно. В своей системе Лосев соединяет три философские составляющие: феноменологию, диалектику и символизм, – и создает свой оригинальный метод – диалектико-феноменологический или символический, который с неподражаемым мастерством использует для анализа античной и возрожденческой эстетики. Этим же методом пронизана его «Философия имени». Понимая имя как жизнь, данную в разуме, автор приходит к выводу, что философия имени есть «диалектическая классификация возможных форм науки и жизни» [3, С. 796], а всякая наука, по Лосеву, есть наука о бытии. Причем мыслитель подчеркивает, что «математика и логика суть науки о бытии более принципиальные, чем физика» [3, С. 792], так как объекты их исследования лежат «в сфере чистого смысла». Самым благодатным объектом философского анализа, по Лосеву, является эйдос, понимаемый им как пронизанное смыслами живое бытие предмета.

Значительную часть «Философии имени» автор посвящает раскрытию диалектической взаимосвязи эйдоса и логоса. Согласно Лосеву, «эйдос есть – смысловое изваяние сущности, логос есть только принцип и метод, закон объединения и осмысления. … Логос не обосновывает сам себя. Он есть лишь метод объединения. «Смотря на эйдос» (выражаясь платоновским языком), мы перечисляем его свойства и признаки и составляем из них особую совокупность, представляющую собой абстрактную параллель живому эйдосу. Поэтому логос, взятый как таковой, не обосновывает себя; он – лишь метод объединения смыслов согласно узреваемому эйдосу. А эйдос обосновывает сам себя, он – смысловая и цельная картина живого предмета» [3, С. 707]. Эйдос, как и логос, есть смысл. «Но в эйдосе – смысл интуитивно дан и сущностно воплощен, а в логосе он – абстракция и метод, хотя и обоснованный в сущности» [3, С. 706]. «Логос существует только в зависимости от эйдоса и, следовательно, от сущности» [3, С. 702-703]. Однако «логос, не только не нарушает эйдетической природы явленного лика и не только не рассекает его на дискретное множество, но, наоборот, предполагает ее цельность и живет ею. Вот почему формальная логика, в разумном своем употреблении, не что иное, как законный, хотя и частный и притом условный и зависимый, момент феноменологической диалектики» [3, С. 706-707]. Таким образом, согласно Лосеву, основой формально-логического мышления является мышление диалектически-эйдетическое, логос определяется эйдосом.

Категории эйдоса и логоса используются Лосевым для анализа главного объекта математики – числа. Число понимается Лосевым как мыслительный акт, необходимая категория мышления, а вся математика, по его мнению, представляет собой развитие и детализирование понятия числа. В «Философии имени» вырисовываются два плана рассмотрения числа: число как эйдос и число как логос. Число как эйдос, «как смысловое изваяние» есть предмет аритмологии, философской дисциплины. Число же как логос, «как функция и методологическое задание, как принцип и замысел, чистая смысловая возможность эйдетического тела, – есть предмет математики как науки о числе, элементарной и высшей» [3, С. 786]. А так как логос определяется эйдосом, то фундаментом математики служит аритмология. И если формальная логика представляет собой язык, адекватно описывающий число как логос, то истинным методом познания эйдетических чисел является диалектика. Иными словами, природа объекта определяет логику его исследования. Таким образом, точка зрения А.Ф. Лосева на отношение логики к действительности и процессу познания вполне согласуется со взглядами представителей МФМШ, идеями П.А. Флоренского и Н.Н. Лузина.

Итак, в рамках русской философско-математической традиции конца XIX – начала XX вв. выявляется единый подход относительно логической составляющей математического знания, который можно резюмировать следующим образом. Логика является действенным инструментом познания, представляет собой формальный аспект живой мысли. Однако форма неотделима от содержания и, более того, определяется им. В зависимости от природы изучаемых объектов законы логики могут и должны варьироваться. В частности, логика исследования математических объектов определяется их спецификой. Неудивительно, что математика конца XIX – начала XX вв., существенно обогатившая себя новыми разделами, «потребовала» переосмысления статуса законов классической логики и их модификации, что привело к возникновению современных логических систем неклассического типа.

Литература

1. Бажанов В.А. Николай Александрович Васильев (1880-1940).–М, 1988.
2. Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды.– М., 1989. – С. 115-116.
3. Лосев А.Ф. Философия имени//Лосев А.Ф. Бытие – имя – космос. – М., 1993. –С. 613-801.
4. Маковельский А.О. История логики. – М., 1967.
5. Моисеев В. Логика в России и СССР//Русская философия. Малый энциклопедический словарь. – М., 1995. – С. 311-316.
6. Мороз В.В. Соотношение математики, логики и философии во взглядах представителей Московской философско-математической школы//Проблемы онто-гносеологического обоснования математических естественных наук: сб. статей/под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курс. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С. 119-126.
7. Отзыв о работах Н.А. Васильева по математической логике, составленный проф. Н. Лузиным//Бажанов В.А. Николай Александрович Васильев (1880-1940). –М, 1988. – С. 137.
8. Сидоренко Е.А. Идеи немонотонной и паранепротиворечивой логики у П. Флоренского//Логические исследования. – М., 1997. – Вып. 4. – С. 290-303.
9. Стяжкин Н.И., Силаков В.Д. Краткий очерк истории общей и математической логики в России. – М., 1962.
10. Флоренский П.А. Задача Льюиса Кэрролла и вопрос о догмате//Столп и утверждение Истины/Флоренский. Сочинения: В 2-х т. – М., 1990. – Т.I (1-2).

АВТОРСКАЯ СПРАВКА

Арепьев Евгений Иванович

доктор философских наук, профессор кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).
E-mail: arepiev@yandex.ru

Кочергин Альберт Николаевич

доктор философских наук, профессор кафедры философии Института переподготовки и повышения квалификации преподавателей социально-гуманитарных дисциплин МГУ им. М.В. Ломоносова, заслуженный деятель науки РФ, член Российского философского общества (РФО).
E-mail: albert@voxnet.ru

Курбатова Елена Алексеевна

аспирант кафедры философии Курского государственного университета (КГУ).
E-mail: sakyra86@bk.ru

Левин Виталий Ильич

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и математической экономики Пензенского Технологического института, заслуженный деятель науки РФ, Почетный работник высшего образования России, Академик Международной Академии Информатизации и Международной Академии Наук Экологии и безопасности жизнедеятельности, Лауреат международных премий.
E-mail: levin@pgta.ac.ru

Липкин Аркадий Исаакович

доктор философских наук, кандидат физико-математических наук профессор МФТИ.
E-mail: arkadiy.lipkin@gmail.com

Мануйлов Виктор Тихонович

кандидат философских наук, доцент кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).
E-mail: manvict@yandex.ru

Михайлова Наталья Викторовна

кандидат философских наук, доцент, зав. кафедрой социально-гуманитарных дисциплин Минского государственного высшего радиотехнического колледжа.
E-mail: erovenko@bsu.by

Мороз Виктория Васильевна

доктор философских наук, профессор кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).
E-mail: vicmoroz@mail.ru

ABSTRACTS

E.I. Arepiev
(Kursk)

Essential Interpretation of Basic Concepts and Truths of Arithmetic in Directions of Philosophy of Mathematics of the End XIX - XX Century

The article requested review and systematization of the representations about the relation of the basic concepts and truths of arithmetic with reality and process of knowledge in a number of the most important directions of philosophy of mathematics and programs of foundation of mathematical knowledge.

A.N. Kochergin
(Moscow)

Constructibility of Pedagogical Anthropology and Pedagogics

The article discusses the question of what should be an understanding of personality, making teaching anthropology constructive.

Kurbatova E.A.
(Kursk)

Dialectics of Musical and Mathematical Components in the A.F. Losev's construction of Number

The article explains the nature of the mutual relation of music and mathematics in the philosophy of the number of A.F. Losev: construction of number is presented as identity of opposites of mathematical and musical components; musical form, in turn, expresses a dialectical relationship of number and time. Explains the notion of "gileticheskoe konstruirovanye", which plays the major role in Losev's understanding of dialectical identity of mathematics and music. Author emphasizes the harmony between many musical concepts of modernity and constructions of A.F. Losev. The conclusion about the need to further develop ideas Losev on the dialectical unity of music and mathematics in understanding the category number.

Levin V.I.
(Penza)

S.A. Yanovskaya and History of Mathematical Logic

The author stated the scientific biography of the remarkable person, the teacher and scientist S.A. Yanovskaya, give the brief analysis of her scientific and pedagogical activities, give memories of her colleagues, friends and students.

Lipkin A.I.
(Moscow)

"Constructivism", "Realism" and Their Combination in Two-Level Model of Physical Knowledge

A summary of contemporary state of dispute between empirical "constructivism" and "realism" in philosophy of natural science is done. It is shown that transition to two-level model of physical knowledge gives new opportunities (possibilities) for solving this problem. In suggested variant of two-level model of physical knowledge "constructivism" and "realism", "rationalism" and "empiricism" are not opposed to each other, but interlaced. Besides we go from "observables" to "preparebles" and "measurables" in empiricism, and from a pair "constructivism - realism" to two pairs " artificial – natural" and "ideal – real".

V.T. Manuylov
(Kursk)

The Constructivity of the Classical Mathematical Analysis

The author examines the origin, place and role of the “constructions” in the mathematics of XVII-XVIII centuries, reveals onto-epistemological foundations of the constructivity of mathematical knowledge in this period. The basic mathematical theories of considered period - analytical geometry and classical mathematical analysis - are created by “genetic” method based on geometrical construction of antique mathematics expanded by application of a method of coordinates and methods of derivation and an integration. The basic mathematical concepts of considered period – “real number”, “function real variable”, “derivative”, “integral”, “continuum”, – are introduced by a method of “geometrical construction”. The methods of the analysis and synthesis are used as the principal methods of reasoning. The epistemological foundation of constructivity of mathematical knowledge of this period are formulated in philosophy of classical rationalism (R. Descartes, G.W. Leibniz are the predecessors of the analytical direction in modern philosophy of mathematics) and in philosophy of mathematics of I. Kant (“the grandfather of German constructivism”). The author substantiates the unremovability (indispensability) of geometrical representations in modern mathematics, the impossibility of “completed arithmetization of the analysis” and reduction of “geometrical construction” to arithmetical one.

N.V. Mikhailova
(Minsk)

Finitisation of Infinite in Modern Non-classical Mathematics

Any reasonable theory is phenomenological. The demarcation between verifiable and unverifiable in mathematics is difficult problem of modern philosophy of mathematics, for which solutions need to rethink the ontological foundation of all mathematical knowledge. Natural numbers as the idealization of quantitative laws for large collections distorts the real situation. In connection with the development of abstract theory of discrete automata type Turing machine problem of arbitrarily large natural numbers also affects the attitude of "constructive" to evaluate a finite number of steps of any changes that are clearly not realizable. The model of non-Archimedean arithmetic may be regarded as one of the formalisms of finite structure of reality. The properties of space at short distances are not described by Euclidean geometry. There is no philosophical reason to assume that the restrictions imposed of Hilbert's "finitism" so very necessary to exclude the elements of mathematical thinking. In contemporary philosophy of mathematics problem of infinity is discussed not only as a problem of actual and potential infinity, or the problem of the continuum, but as a problem of non-measurability, non-solubility and non-computability. The introduction of computer technology in the field of mathematical proofs requires thinking of new approaches to modern mathematics, which in turn leads to a discussion of problems of optimal finitisation.

V.V. Moroz
(Kursk)

Onto-epistemological aspects Logical Knowledge in Russian Philosophical-Mathematical Tradition Late XIX - Early XX Centuries

The article reveals onto-epistemological aspects of the logical component of mathematical knowledge in the Russian philosophical and mathematical tradition of the late XIX - early XX centuries, presented in the views of representatives of the Moscow philosophical and mathematical school, ideas, P.A. Florensky, N.N. Lusin, A.F. Losev. The author reconstructs the point of view of these thinkers, considering their ideas in the context of the processes occurring in the development of logical knowledge in Russia in the late XIX - early XX centuries. Is revealed and formulated general position for the period: the formal-logical component is inseparable from the content aspect of thinking, moreover, the content of thought, the means of formalisation. The article alleged and proved that with all the diversity of views within the Russian philosophical and mathematical tradition can provide a unified approach, manifested in the fact that the logic of the study of mathematical objects defined by their specificity and, therefore, depending on the nature of the objects studied the laws of logic can and should vary.

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ДВЕНАДЦАТЫЙ

Редактор Н. Д. Собина
Компьютерная верстка В.Т. Мануйлов

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать г.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Объем 9,1 усл. печ. л.
Тираж 500 экз. Заказ № ______

Издательство Курского государственного университета
305000, г. Курск, ул. Радищева, 33