ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ОДИННАДЦАТЫЙ

КУРСК
2008

КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ОДИННАДЦАТЫЙ

КУРСК

2008

ББК 87.3
П 78

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П 78

Проблема конструктивности научного и философского знания: сборник статей: выпуск 11/ предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2008. – 146 с.

ISSN 0131–5048

Одиннадцатый выпуск сборника статей включает результаты научных исследований, объединенных общей темой: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Сборник содержит работы учёных Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Белорусского государственного университета, Минского государственного высшего радиотехнического колледжа, Курского государственного университета. Сборник рекомендуется специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; материалы сборника могут быть использованы преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

ББК 87.3

ISSN 0131–5048

СОДЕРЖАНИЕ

Периодический тематический сборник «Проблема конструктивности научного и философского знания» выходит в издательстве Курского государственного университета с 2001 года. До настоящего времени вышли в свет десять выпусков: в 2001, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007 и 2008 годах. Основу сборника составляют материалы исследований, проводимых научной творческой группой сотрудников кафедры философии КГУ в рамках исследовательских проектов, выигравших гранты Министерства общего и профессионального образования РФ (проект № 6: «Концепции конструктивности математического знания в основных направлениях философии науки на пороге XXI века», 1997–2000 гг.), РФФИ (проект № 01-06-80278: «Конструктивность физико-математического знания в историко-философском аспекте», 2001–2003 гг.), совместный грант РГНФ – БРФФИ (проект № 05-03-90 300 а/Б: «Конструктивность и диалог в основаниях физико-математического знания: история и современность», 2005-2007 гг.), грант РФФИ (проект № 08-06-00472-а: «Конструктивность математического знания: от античности до современности», 2008–2010 гг.), грант РГНФ (проект № 08-03-00049а: «Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX – начала XX столетия», 2008 – 2010 гг.). В выпусках сборника печатаются материалы ученых МГУ им. М. В. Ломоносова, других вузов Москвы и Курска. Основу одиннадцатого выпуска составляют материалы исследований, проводимых сотрудниками кафедры философии КГУ, учеными МГУ имени М.В. Ломоносова, Белорусского государственного университета, Минского государственного высшего радиотехнического колледжа. По результатам исследований, опубликованным в предшествующих выпусках и в данном выпуске, защищено пять кандидатских и две докторские диссертации.

Редакционная коллегия сборника приглашает к сотрудничеству всех работающих в области философии и методологии науки или в смежных областях, чьи научные интересы пересекаются с проблемой нашего сборника.

Предисловие редактора

Предлагаемый вниманию читателей одиннадцатый выпуск тематического сборника статей продолжает публикацию результатов исследований, объединённых общей темой «Проблема конструктивности научного и философского знания» и направленных на решение фундаментальной научной проблемы на стыке истории философии, философии и методологии науки, связанной с проведением комплексных теоретических исследований взаимосвязи собственно физико-математических, общенаучных и общефилософских методов и подходов в истории европейской науки и философии. Первый выпуск сборника вышел в 2001 году; второй выпуск – в 2003 году; третий – в 2004 году, четвёртый и пятый – в 2005 году, шестой и седьмой – в 2006 году, восьмой и девятый – в 2007 году, десятый – в 2008 году.

Основное содержание сборника составляют результаты исследований участников научно-исследовательских проектов, получивших поддержку Российского гуманитарного научного фонда (проект № 08-03-00049а: « Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX – начала XX столетия», руководитель Арепьев Е.И.) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-06-00472-а «Конструктивность математического знания: от античности до современности», руководитель Мануйлов В.Т.), а также статьи ученых МГУ имени М.В. Ломоносова, Белорусского государственного университета и Минского государственного высшего радиотехнического колледжа. Материалы, представленные в данном сборнике, содержат анализ различных аспектов проблемы конструктивности в современном научном и философском знании: от проблем обоснования математического и естественнонаучного знания до проблем конструктивности социально-философского знания.

В статье Еровенко В.А. обосновывается тезис о том, что необходимость философии математики обусловлена неразрешимостью проблем предмета и статуса математики исключительно в рамках философского миросозерцания или только математического теоретизирования. Синтез как способ философско-математического взаимодействия отражает особенности взаимосвязи философии и математики. После гёделевских результатов произошло «расщепление» математического бытия и математического сознания, которое создало предпосылки для противоположения в математическом познании субъекта и объекта. С философской точки зрения проблемы оснований математики суть не «онтологические проблемы», а проблемы математической деятельности; до сих пор никому не удалось определить, насколько адекватно традиционная математика, несмотря на свою «непостижимую эффективность», описывает реальный мир.

В статье Кочергина А.Н. утверждается, что поскольку сейчас Россия переживает цивилизационный кризис, необходима разработка системного проекта цивилизационного развития, учитывающего ее менталитет, современное геополитическое положение, народонаселение, климатические условия, научно-технический потенциал; проекта, охватывающего основные сферы жизнедеятельности и определяющего что, во имя чего и с помощью чего нужно делать для сохранения своей идентичности. В этих условиях государственное управление должно быть нацелено на формирование проекта, позволяющего России войти в процесс глобализации оптимальным путем.

В статье Курбатовой Е.А. раскрывается характер взаимодействия математики, эстетики и космологии в учении пифагорейцев, рассматривается оценка места и роли пифагореизма в античной философии, данная в работах А.Ф. Лосева и современных авторов, делается вывод о необходимости переоценки пифагореизма в ситуации «методологического разрыва», характерной для духовной культуры современности.

В работе Мануйлова В.Т. рассматривается происхождение, место и роль «конструкций» (построений) в античной математике, выявляются онто-гносеологические основания конструктивности античной математики. Выделяются два пути построения математического знания: 1) аксиоматизация, то есть создание аксиоматических теорий, и 2) «конструктивизация», то есть построение математики на основе конструктивных (в различных смыслах) методов. Эти два пути намечаются в античной математике; в дальнейшем они дают начало различным онто-гносеологическим направлениям в философии математики (платонизм и конструктивизм; аналитическая и конструктивная философия математики и т.д.). Конструктивность античной математики заключается: – в наличии среди начал математической теории постулатов, фиксирующих, какие построения требуется допустить в данной теории изначально; – в наличии среди выводных предложений математической теории проблем, которые указывают, какие конструкции могут быть проведены на основании постулатов и аксиом; –

в неразрывной связи и взаимозависимости проблем и теорем. Гносеологические основания конструктивности античной математики составляют: – учения Платона, Аристотеля и Прокла о математическом знании как промежуточном (срединном) знании, переводящем познание со ступени мнения на ступень эпистемы; – учение о воображении как познавательной способности, реализуемой в математике; – теория абстракции Аристотеля. Онтологические основания конструктивности античной математики содержатся в учениях Платона, Аристотеля и Прокла о «мыслимой материи».

Михайлова Н.В. отмечает в своей работе, что, согласно «парадоксу» Сколема, понятие мощности множества, как и понятие множества, не является абсолютным, а зависит от той аксиоматики, в которой рассматривается данное множество. Отсюда следует далеко не тривиальный вывод о том, что, вообще говоря, не существует абсолютной несчетности, поскольку множество, счетное в одной аксиоматике, может оказаться несчетным в другой. В теореме Гёделя о неполноте речь идет не о вечных истинах, а о некотором способе перечисления утверждений в логической системе. В действительности, "вычисление" и "рассуждение" неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания. Иммануил Кант защищал интуитивный и конструктивный подход к определению математических понятий, одновременно настаивая на универсальной значимости основных логических принципов. Верность или неверность теорем не только напрямую зависит от возможностей форм деятельности человека, но и определяется через эти возможности.

В статье Мороз В.В. выявляется отличительная особенность рационалистического варианта философско-математического синтеза, реконструированного из концепций Р. Декарта, Б. Спинозы, Г. Лейбница, которая заключается в эпистемической трактовке философии как теоретической науки о причинах и основаниях всего существующего и в универсализации и онтологизации математического метода. Как показывает автор, философско-математический синтез в концепциях классического рационализма базируется на убеждении, что истинное знание не может быть достигнуто иначе, чем ясным и отчетливым усмотрением умом предмета исследования или его дедуктивным выведением из очевидных истин. Такими ясными и очевидными истинами Р. Декарт считал аксиомы геометрии и арифметики, а математическое доказательство – самым надежным средством получения правильных знаний. Человеческий разум непосредственно, силой интуиции, дарованной Богом, воспринимает основные, ясные и очевидные истины, а вывод следствий составляет сущность философского знания. В статье анализируется «Этика» Б. Спинозы как классический образец рационалистической версии философско-математического синтеза. Прослеживается, как идеи Декарта находят свое продолжение в «Characteristica universalis» Г. Лейбница, посредством которой можно систематизировать все необходимые истины, доказывать их и открывать новые. Автор обосновывает тезис о том, что труды Лейбница демонстрируют вариант философско-математического синтеза как особого способа рассуждения, в котором элементы математического знания служат «наглядными» схемами для метафизических построений.

В статье Побережного А.А. показано, что конструктивизм в искусстве, возникнув в среде материалистически и сциентистски ориентированных архитекторов и художников, в противовес традиционной художественной категории композиции выдвигает категорию конструкции как некое научно-технологическое и принципиально новое понятие. В наиболее общем случае под конструкцией в конструктивизме понимался рационалистически обоснованный тип композиционной организации произведения, в котором на первое место выдвигается функция, а не художественно-эстетическая значимость. На протяжении XX столетия просматривается эволюция конструктивистских идей от отказа от трансцендентного в искусстве через экспликацию научного знания к отказу от возможности познания объективной реальности в радикальном конструктивизме.

Примечания к статьям сборника сделаны постранично. Библиография в конце статей. Библиографические ссылки в тексте, в квадратных скобках, с указанием номера источника в библиографическом списке и номеров страниц. Статьи снабжены резюме, помещенными в начале каждой статьи.

Сборник может быть полезен специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; он может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

В.Т. Мануйлов

В.А. Еровенко
(Минск)

ПРЕДЕЛЫ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ РЕФЛЕКСИИ

Резюме

Необходимость философии математики обусловлена неразрешимостью проблем предмета и статуса математики исключительно в рамках философского миросозерцания или только математического теоретизирования. Синтез как способ философско-математического взаимодействия отражает особенности взаимосвязи философии и математики. После гёделевских результатов произошло «расщепление» математического бытия и математического сознания, которое создало предпосылки для противоположения в математическом познании субъекта и объекта. С философской точки зрения проблемы оснований математики суть не «онтологические проблемы», а проблемы математической деятельности; до сих пор никому не удалось определить, насколько адекватно традиционная математика, несмотря на свою «непостижимую эффективность», описывает реальный мир.

* * *

История математики служит надежным доказательством того, что математизация многих областей науки, не подвергающих сомнению реальность окружающего мира, не проходила гладко. Смысл математизации знаний состоит в том, чтобы из точно сформулированных исходных предпосылок выводить следствия, доступные непосредственному наблюдению, а также с помощью математического аппарата не только описывать установленные факты, но и предсказывать новые закономерности и прогнозировать течение исследуемых явлений. Возможности математизации ограничиваются только сложностью исследуемых явлений. Математизация исследуемого явления предполагает формализацию в широком смысле слова, а соответствующий язык математики – это формализованный язык, со всеми присущими ему достоинствами и недостатками. Формализация дает возможность воспринимать процессы действительности как хорошо организованную систему элементов, связанных между собой. Фундаментальное разнообразие «семантического мира» объясняет неизбежность формализации в математике, хотя в самой математике невозможно исключительно формальное обоснование. Формальность теории состоит в том, что, максимально отвлекаясь от содержания, с помощью логики она пытается оценить правильность рассуждения, хотя реализовать это полностью никогда не удается. В разных разделах гуманитарного знания назрела задача создания своего собственного математизированного языка для построения соответствующих аксиоматических теорий. Хотя это непростая задача, поскольку как, например, афористично сказал о философском знании Людвиг Витгенштейн, «язык философов уже как бы деформирован слишком узкой обувью» [6, С. 449]. Достоинство языка математических формул состоит в том, что он не выводит нас за пределы записанных с их помощью понятий, хотя он прекрасно приспособлен к получению следствий. Но когда его сила превращается в слабость, вот тогда и приходит на помощь обычный неформализованный язык с его богатством оттенков и возможностей, сохраняющий метафизическую тревогу и интеллектуальное напряжение. Философский идеал формальной системы, который схватывает все интуитивные математические истины, оказался в свете результатов Курта Гёделя недостижимым, так как требовал слишком многого.

Математическая формализация, особенно численная, начинается тогда, когда отвлекаются от смысла, оставляя лишь значения, а так как оттенки смысла недоступны числам, то полная формализация достаточно сложных понятий пока неосуществима. Формализм математического знания встречается гораздо чаще, чем хотелось бы, поэтому столь важно понимать смысл определений, суть теорем и назначение математической теории. Математика заслуженно считается «трудным предметом», поскольку в ней невозможно что-либо сделать без понимания и постоянной работы мысли. Язык математики не должен создавать дополнительных трудностей для гуманитариев, поскольку без владения им не может быть уверенности в том, что определенное утверждение не было искажено в процессе рассуждений. Математическая наука с помощью унификации, обобщения и упрощения стремится «сделать сложное простым», поэтому она представляет собой один из самых мощных инструментов познания. Математика как язык обладает уникальными особенностями и преимуществами, дисциплинируя ум. Математическое остроумие французского ученого и философа Блеза Паскаля было столь велико, а результаты носили столь общий характер, что легко допускали их запись на символическом языке математики. В своем знаменитом философском и этическом труде «Мысли» раздел «Познание математическое и познание непосредственное» он начинал так: «Начала математического познания отчетливы, но в обыденной жизни неупотребительны, поэтому с непривычки в них трудно вникнуть; зато всякому, кто вникнет, они совершенно ясны, и только совсем уж дурной ум не способен построить правильного рассуждения на основе столь самоочевидных начал» [8, С. 10]. Необходимо сделать поправку на то, что сейчас математические понятия не кажутся столь очевидными, как во времена Паскаля.

Если математика является одним из основных методов познания, то ее методы должны быть показаны в действии и содержательно интерпретированы на реальных примерах, доступных студентам. Заметим, что реальные примеры помогают развивать хорошие теории. Чем именно, если говорить конкретно, философия может быть методологически полезной в этой ситуации для математики? Благодаря взаимодействию наук, осуществляемому в проблемном поле философских вопросов математики, была осознана его неизбежность для плодотворного развития, как философии, так и математики. Как отмечал еще Иммануил Кант, «то, что делает математик в своем чистом учении о величинах, в еще большей мере должен делать философ, чтобы иметь возможность точно определить долю, ценность и влияние особых видов знания в разнообразном применении рассудка» [3, С. 437]. Например, в трудах элейской школы философские представления существенно опирались на математические принципы. Именно в силу тесной взаимосвязи общих философских представлений с фундаментальными математическими положениями философские проблемы, поднятые доказательствами Зенона в его апориях, удовлетворявшие математическим стандартам той поры, потрясли философские воззрения и существенно повлияли на систему математических знаний. Они привели к необходимости переосмыслить такие важные для познания методологические вопросы, как природа бесконечности, соотношение между понятиями непрерывность и прерывность, а также о сущности числа. Древнегреческий философ и математик Анаксагор о сущности непрерывного сказал так: «В малом не существует наименьшего, но всегда имеется еще меньшее». Хотя Платон сурово осуждал Зенона как злостного софиста, огромное значение для последующего развития математики имело повышение уровня абстракции математического познания, что оказало стимулирующее воздействие на формирование самой философии. Без ограничения общности можно утверждать, что все философско-математические теории являются «ментальными артефактами», то есть искусственно созданными людьми инструментами мышления.

Необходимость философии математики обусловлена неразрешимостью проблем предмета и статуса математики исключительно в рамках философского миросозерцания или только математического теоретизирования. В этом типе взаимодействия философии и математики последняя является объектом философско-методологической рефлексии в широком культурном контексте. Для осуществления такой рефлексии необходим синтез философских и математических способов и форм познавательной деятельности. Математики и философы находят и решают проблемы, приводя их в общую систему, создавая то, что мы называем теориями. Именно синтез как способ философско-математического взаимодействия отражает особенности взаимосвязи философии и математики. Сущность ее состоит в том, что математика опять должна стать основой этого синтеза, так как математический элемент дает для оценки и критики мировоззрения точные аргументы, охраняющие свободу мыслей от многозначности философских определений. Наряду с процессом разделения научного знания происходит обратный процесс непрерывного синтеза идей и методов, созданных в смежных научных дисциплинах. Например, «синтез математического и философского знания» возможен благодаря тому, что эти науки описывают не осуществленные явления, а потенциально возможные. Сущность такого мировоззренческого синтеза состоит в том, что ни математические методы сами по себе, ни философские методы отдельно от математики не дадут нам понимание взаимосвязи философии и науки. Процесс синтеза происходит и в гуманитарных науках, хотя иногда их синтетические конструкции выглядят более спорными из-за отсутствия возможности репродуцирования социальных явлений и из-за многообразия гуманитарной мысли. Кроме того, возникают пограничные области не только внутри гуманитарных дисциплин, но и между естественными, общественными науками и математикой.

В закономерном процессе на пути к единству знания математика оказывается одним из мостов, объединяющих гуманитарное и естественнонаучное мышление. Внося дух тщательного математического исследования в области точного познания, мы пытаемся снизить уровень «метафизической тревоги» по поводу интеллектуальной познаваемости физического мира. Первым примером целенаправленного применения математики в объяснении явлений природы и мироздания в целом явилось учение Пифагора. Он пытался применить математику для нужд своей философской системы. Взгляды пифагорейцев, согласно которым числовые свойства выражают сущность явлений, на многие столетия определили взаимосвязь философии и математики. Пифагорейская математика и философия проникнуты понятием «гармонии», которое стало у пифагорейцев математическим понятием. Они понимали «гармонию» как выражение гармонии числовых отношений и пропорций, далеко выходящей за пределы искусства. В духе пифагорейской традиции философы осознали необходимость перехода от Эйдоса к Логосу. Немецкий математик и философ математики Герман Вейль предполагал, что в природе существует внутренне присущая ей «скрытая гармония», отражающаяся в наших умах в виде «простых математических законов». Именно этим, по его мнению, объясняется, почему природные явления удается предсказывать с помощью наблюдений и математического анализа, поскольку мир «гармонически упорядочен посредством нерушимых законов математики». Математическая гармония целого не только позволяет лучше характеризовать отдельные части, но и сообщает этим частям некоторое единство. Напомним, что через изучение математики эллины выражали свою «любовь к мудрости». Полагая, что «математика есть философия», а «философия есть математика», пифагорейцы считали математику и философию единым и неразличимым знанием. Убеждения пифагорейцев были основаны на том, что, занявшись математическими науками, они не только продвинули их вперед, но и, воспитываясь на них, стали считать их «началами всех вещей». Заметим, что пифагорейский взгляд на математику был господствующим в античной философии.

Начиная с пифагорейцев, математики и философы пытались уяснить предмет математики, то есть понять, что она исследует во внешнем мире. Можно сказать, что предметом математики является исследование форм взаимосвязи, абстрагированных от конкретных способов связи изучаемых объектов, процессов и явлений. Основываясь на таких понятиях как число, мера, порядок, пространство, структура и т.п., в итоге была осознана ограниченность подобного полуфилософского подхода, поскольку простую математическую теорию следует рассматривать только в качестве грубого приближения к действительности. Трудно назвать хотя бы одну область человеческой деятельности, представление о которой у неспециалистов так далеки от действительности, как представления о математике. Сошлемся, например, на мнение авторитетного математика профессора М.М. Постникова, интересно выступавшего по затронутым проблемам: «Даже люди, считающие себя вполне интеллигентными, полагают, что математика является собранием скучнейших формул и длинных, утомительных вычислений, и в отличие, скажем, от музыки, изобразительного искусства и литературы, культурный человек вполне может ее не знать и тем не менее оставаться “культурными”» [9, С. 83]. Такому недружественному отношению к математике есть несколько причин, одна из которых лежит на поверхности – это преподавание математики в школе, остановившееся на уровне XVII столетия, когда более чем трехсотлетнее развитие идей и методов математики остается для выпускников школ «терра инкогнита». Более фундаментальной причиной является то, что до сих пор нет четкого философско-концептуального определения «математики как науки».

Можно ли вообще строго определить «что такое математика?». Как остроумно сказал один из философов математики, определить, что такое математика, мы еще можем, но понять ее полностью не можем. Все великое имеет глубокие корни и зреет верно, но медленно. С одной стороны, вряд ли можно дать удовлетворительное для нас философско-мировоззренческое определение. Но, с другой стороны, мы все же способны понять неудовлетворительность таких определений. Очень хороший для философско-математического осмысления вопрос можно сформулировать так: «Как мы могли бы увидеть это, если бы не знали, что же такое математика?» Этот критический вопрос не позволяет свести математику только к артефактам, подчеркивая тем самым, что исходным пунктом для анализа математики должна стать не ее «субстанциональная сторона», то есть сущность или то, что лежит в основе, а процедурный аспект ее интеллектуальной деятельности – алгоритмы, способы доказательства, методы. Один из основных методов в теоретической математике, а именно, аксиоматический метод, представляет собой определенный способ проведения доказательств, идея которого могла зародиться только там, где впервые возникла насущная потребность в обосновании уже имеющихся или вновь открываемых утверждений. Об этом же говорит и следующее определение М.М. Постникова: «Математикой называется наука, изучающая все возможные – хотя бы мысленно – схемы, их взаимосвязи, методы их конструирования, иерархии схем, то есть схемы схем, и т.д. и т.п.». Вполне естественно, что трудности, связанные с определением «математики в целом», способствовали появлению различных радикальных точек зрения об этом уникальном феномене. Например, согласно одной из них, математика не является наукой в строгом смысле слова, а представляет собой лишь «методологический инструментарий».

Если отбросить определенную «словесную шелуху», то можно утверждать, что математика не является естественной наукой, которая изучает модели мира, хотя не все математики согласятся с этим мнением. Благодаря работам самих математиков была понята простая истина, что «математика определяется не предметом, а методом», поскольку может иметь дело с любым явлением, которое поддается дедуктивному анализу. В частности, под «теоретико-множественным методом» в современной математике понимается сведение той или иной математической проблемы к указанию соответствующих бесконечных множеств и последующему решению рассматриваемой проблемы с помощью изучения свойств этих множеств. Математика не сводится к дедукции, но без дедукции нет математики. Пифагорейцы тоже отделяли математику от других наук не только по предмету, но и по методу, так как математические утверждения опираются не на показания чувств, а на умозрения, то есть на разум. Французский математик и философ Рене Декарт высказал плодотворную идею, что математику отличает не столько предмет ее исследования, сколько метод. Современные математики воспринимают математику как метод, созданный для логической систематизации истин, взятых из опыта и других наук. С таким пониманием вынуждены согласиться и современные философы. Следует отметить, что хотя математику отличает метод исследования, а не материальный предмет, источником многих математических проблем являются задачи, связанные с изучением конкретных явлений, возникающих в практической деятельности. Возможно, поэтому математики так близки к осуществлению «пророчества Декарта», предсказавшего проникновение математических методов во все науки и видевшего в них высшее достижение человеческого разума. Философское мышление как продукт сознания, в отличие от математики, не ориентировано на какой-то определенный предмет, так как оно тоже есть определенный метод, и в принципе может иметь дело с любой проблемой. Чем тогда математика может быть методологически полезной для философии? Иммануил Кант считал, что возможности математики гораздо шире. Например, в работе «Opus postumum», отражавшей философские идеи позднего периода его творчества, он утверждал, что «математику можно применить и в философии, хотя и лишь косвенно, а именно как инструмент» [7, С. 519]. Даже если математика должна прямо устанавливать «философские начала математики», то она все же действует косвенно посредством постановки задач, которые обращают к естествознанию, а тем самым и к философии.

Притягательность математики для философии связана, прежде всего, с феноменальной устойчивостью на протяжении многих веков математических результатов. По существу, только математикам удалось придать своим теоретическим конструкциям столь общепризнанный и неопровержимый характер, хотя и трудно в целом обозреть всю математику, подобно тому, как гласит пословица «за деревьями леса не видно». Но если отбросить громоздкие и нехарактерные детали, то тогда возникает общая теория, которая может оказаться проще и яснее отдельных примеров. Если философия есть общая наука о содержании, то математика – это наиболее общая и точная наука о форме. Всякое точное объяснение того или иного явления математично, а любое математическое описание явления – это описание на подходящем для этого языке математики. Можно сказать, что философия дополняется математикой, поскольку математика помогает философии углубляться в понятия числа, пространства и времени, используя для этого соответствующий математический язык, который в редких случаях оказывается языком обычной логики. Бертран Рассел иногда употреблял выражение «логический ад», вкладывая в него чрезвычайную сложность и трудноуловимость логических проблем. Математика и философия относятся к наукам одного уровня, на котором выявляются общие закономерности реального и виртуального мира, заменяющего саму действительность и выдающего себя за нее, подобно мифу «платоновской пещеры», а так же мышления и познания, поскольку в основе всякого объяснения лежит модель, то есть «абстрактная схема реальности». «Миф о пещере» – это уникальное средство делать наглядными «фундаментальные онтологические отношения». Ценность математической модели определяется факторами, которые пришлось учесть, описывая наиболее существенные свойства реально или виртуально существующего объекта. «Мир математики» – это отражение окружающего мира в «зеркале нашего мышления».

Заблудиться можно не только в пространстве, но и в мыслях. Чтобы жизнь стала более уравновешенной, то есть, чтобы философское незнание уравновешивалось математическим знанием, мы должны следить за обоими мирами – реальным и виртуальным, хотя понятие «виртуальное» не всегда совпадает с понятием «возможное» или «потенциальное». Многие математики давно уже не странствуют в чужих краях в поисках «математического пропитания» из других областей естественнонаучного знания. Они настолько самозабвенно обживают свой «математический мир», что не очень-то беспокоятся по поводу того, что он может стать виртуальным. Несмотря на это, именно математика воспитывает в человеке такие качества, как выносливость, усидчивость, сообразительность, умение справляться со своими эмоциями и способность к самостоятельным действиям и поступкам. И математика, и философия никого не радуют, если в них утеряна свойственная им реальность. Мы всегда стремимся к чему-то большему, желаем знать нечто всеобъемлющее, что как можно лучше соответствует окружающему миру со всеми его противоречиями. Кроме «физической реальности», мир которой пытается описать физическая наука, для большинства математиков существует другая реальность, которую можно назвать «математической реальностью». Среди математиков и философов нет единого мнения относительно природы математической реальности. Проблема в том, что математическую реальность невозможно однозначно включить в аксиоматические системы. В каждой такой системе имеются неопределяемые понятия, поэтому для их «определения» одних аксиом недостаточно. В философии математики наиболее трудной для понимания является идея «метафизического реализма», стремящаяся найти за математическими абстракциями своего рода реальное существование. Например, вера в существование закономерностей природной гармонии, без которых невозможна современная наука, носит вполне метафизический характер. Философами метафизика иногда удачно маскируется под здравый смысл. Элемент неопределенности остается всегда, только со временем он может существенно уменьшиться, хотя нам, смертным, свойственно ошибаться. С такой точки зрения математическая реальность, с которой имеют дело математики, даже более правдоподобна, чем физическая реальность, так как математические объекты в значительной степени таковы, какими они кажутся при платонистском взгляде на математику.

Для описания математической реальности эффективно используется аксиоматизация, поскольку одна из главных целей математической активности состоит в удобном и адекватном описании структуры математической реальности. Для этого формальная система аксиом должна быть «категоричной», то есть все ее модели должны быть изоморфными. Математики обречены на вечный поиск все лучших приближений к математической реальности. Одна и та же математическая модель может описывать много разнообразных явлений в различных областях. Идея моделирования состоит в некотором упрощении, отбрасывании лишней, ненужной информации. Сначала математика занималась простейшими моделями – так называемыми «числовыми». Теперь центр ее тяжести переместился на модели более сложные, а именно, «качественные модели». Но почему мы познаем мир с помощью модели и в чем причина такой «всеприменимости» математических моделей? По существу это чисто философский вопрос. Авторитетный математик академик В.И. Арнольд в популярной лекции «Для чего мы изучаем математику? Что об этом думают сами математики» по этому поводу говорит: «Впоследствии кривые второго порядка стали все чаще появляться в естественнонаучных исследованиях. Почему эта модель оказалась столь плодотворной для приложений? … Мистика. Загадка. Ответа на такой вопрос нет». Следует сделать уточнение со «слабым философским привкусом», что математика, вообще говоря, не наука о моделях окружающего мира, а наука о «схемах этих моделей». Трудность применения математических методов, как правило, связана с природой исследуемых явлений. Например, до сих пор нет удовлетворительных программпереводчиков. В математическом фольклоре, одной из таких программ компьютерного перевода с одного естественного языка на другой, на тестировании предлагалось сначала перевести предложение с русского на английский язык, а затем обратно. В компьютер было введено такое тестовое предложение: «Дух силен, а плоть немощна», на выходе получилось анекдотичное утверждение: «Вино хорошее, но мясо протухло». Неудивительно, что естественные языки очень сложны для формализации, так как смысл многих слов зависит от контекста.

В контексте философско-математического взаимодействия математика и философия характеризуются «равноуровневым» участием в построении целостной картины действительности. Наряду с пропедевтическими функциями математики в отношении философского знания, эллинские философы указывали на возможность ее применения в качестве удобной формы изложения метафизических рассуждений. Если мы сузим область методологического анализа до сферы научного знания или «физики», то в этом смысле математика занимает промежуточное положение между «физикой» и «метафизикой». Математика граничит одновременно и с физикой, и с философией, поэтому иногда создается впечатление, что она одновременно развивается в противоположных направлениях. Достаточно вспомнить восходящее к пифагорейской традиции убеждение о том, что «число» есть особый тип абстракции, занимающей промежуточное положение между физическими объектами и метафизическими сущностями. Философское знание, основанное на чистом разуме в систематической связи, по Канту, называется «метафизикой». С ее помощью философы пытаются познать то, что не может быть предметом опыта, поэтому каждый вправе усомниться в ее возможностях. В действительности, по признанию самого Иммануила Канта, «метафизика природы совершенно обособляется от математики и не может дать такое расширение наших знаний, как математика, но она очень важна для критики чистого рассудочного познания вообще, применяемого к природе» [3, С. 439]. Заметим, что такой критический взгляд полезен и для самой математики, поскольку с помощью метафизических понятий математизированное естествознание обременено гипотезами, которые под влиянием критики соответствующих принципов могут исчезнуть без каких-либо последствий для применения математики. Чего достигают математики, «заносчиво насмехаясь над метафизикой»? – спрашивал Иммануил Кант. С первыми же вынесенными суждениями по поводу «посюсторонних замыслов» они оказываются, пояснял он, на «территории метафизики».

Бескомпромиссный Людвиг Витгенштейн отмечал, что ни в одном «вероисповедании» нет такого злоупотребления метафизическими выражениями, как в математике. Кроме того, к вере в математику присоединяется обычно и недоверие к математикам, хранящим профессиональную тайну «эффективности математики» и не желающим говорить, что можно делать с помощью математики. Вера во всемогущество математики имеет много источников, начиная с магии чисел, поэтому соблазн формального знания легко может ослепить неискушенного в математике человека. Следует различать математические, а также метафизические начала науки о природе, поскольку логика рассматривает объективные законы разума, то есть то, как он должен действовать, а метафизика – субъективные законы чистого разума, то есть то, как он действует. Поэтому, предостерегает Кант, необходимо отличать философское познание вместе с его принципами от философии. Например, он считал, что «применение математики как инструмента науки физики – это философия, но математика сама по себе не является принципом философии и не содержит ее в своих понятиях» [7, С.507]. Методологическим идеям присущ всеобщий характер, претендующий на своеобразный наддистиплинарный уровень знания, то есть «метауровень», который относится к философии и науке в целом. Начиная с «первых философов», философия своими методами формирует «живое пространство» сознания, придавая им «всеобщий смысл». Если в действительности философия – это только метод, то с помощью математики она вправе использовать все теоретические модели, которые эвристически полезны для исследуемого круга вопросов. Хотя их методы познания заметно отличаются друг от друга, математика и философия вполне успешно сотрудничают в естествознании.

Во времена Сократа было трудно представить, чтобы «математик» не был также «философом». Как, впрочем, и наоборот. Поразительно, что в проблеме взаимодействия культур нам ближе позиция древних, нежели современников. Хотя Платон отличал математический метод познания от философского, он настаивал на необходимости занятий математикой для философа, считая ее необходимой ступенью на пути преодоления «привычек обыденного мышления». Именно в Древней Греции дедуктивное построение математической теории приобрело статус респектабельного занятия, поскольку понятие дедуктивной системы было изящным и интеллектуально привлекательным. В великий век греческого рационализма в математике был достигнут такой уровень, который не смогли превзойти до XVI столетия. Эвклид пошел от Сократа. В духе сократической традиции он верил в преображающую силу разума, точнее «рассуждальческого разума», или, как говорят математики, в силу «эвклидова ума». Неудивительно, что в послеантичный период математика и философия уже были «неразлучны». Говоря о взаимодействии философии и математики в истории науки, уместно вспомнить, что до XVII века философские проблемы науки практически сводились к философии математики. Подобно Сократу и Платону, уже в Новое время Рене Декарт убеждал в наличии связи между мыслью и существованием. Известное декартовское «мыслю, следовательно, существую» стало опорой человеческого бытия и играло роль гаранта устойчивости в сложных научных исканиях. По существу, «принцип cogito» утверждает, что сама возможность познания способна реализоваться только самим человеком при условии его собственных усилий к мыслительному труду и духовному развитию. Он использовал математический метод применительно к философии. Декарт хотел доказывать философские истины примерно так же, как математические, прибегая к тому же инструменту, которым мы пользуемся при работе с числами, а именно, к разуму. Свою статью «О методе правильно направлять свой ум для изыскания истины в науках» Декарт начинает так: «Здравый рассудок, из всех вещей в этом мире наилучшим образом распределен, ибо даже те, которые в остальном ничем не довольны, находят, что уделенная им доля достаточна». Напомним также представления немецкого математика и философа Готфрида Лейбница о всеобщей согласованности и «предустановленной гармонии мира», в которой элементы математического знания служат наглядными схемами для метафизических построений.

На Западе вплоть до Декарта и Лейбница математики были в какой-то мере философами, пусть даже и не вполне профессиональными. В те времена все еще было верно и обратное, хотя возможно и в меньшей степени. Вспомним также Канта, которому в качестве приват-доцента ради заработка некоторое время приходилось читать курс математики в университете. Следуя за древними греками и своими предшественниками, он, еще в далекие от нас времена оценил роль математического мышления. Иммануил Кант был также первым из мыслителей, кто получил в университете должность профессора философии. Преподавая математику в деревенской школе, Людвиг Витгенштейн достиг ошеломляющих успехов, читая своим ученикам продвинутый курс алгебры. Качества выдающихся математиков и философов совмещали в себе, например, такие ученые XX века, оказавшие наиболее сильное влияние на дальнейшее развитие математики, как Анри Пуанкаре, Давид Гильберт и Герман Вейль. Хотя время универсалов прошло, сейчас, как никогда, востребован математический эрудит, который хорошо видит не только обширный математический мир, но и мосты, которые могут быть наведены с другими мирами знаний. Если многие исследования по математике и их результаты имеют прямое отношение к философии, то каким образом разграничить их «сферы влияния»? Граница между философией и математикой исчезает, когда речь идет об общих мировоззренческих вопросах. Один из главных методологических вопросов состоит в выявлении возможности и границ взаимодействия различных наук, которые используются для решения философских проблем, поскольку там, где начинается философия, встает вопрос о границах применимости математики и логики. Методологическая ценность математики основана на дефинициях, аксиомах и демонстрации, но ничто из перечисленного не может быть предметом подражания у философии. Иммануил Кант, стоявший у истоков современной гносеологии, говорил, что «геометр, пользуясь своим методом, может строить в философии лишь карточные домики, а философ со своим методом может породить в математике лишь болтовню» [3, С. 383]. Между тем, утверждал он, «задача философии именно в том и состоит, чтобы определять свои границы», поэтому математик не должен отвергать философские предостережения.

В отличие от философии математика никогда не стыдилась определять границы своих возможностей. Например, методы теории вероятностей нельзя применять без разбора к любым интересующим исследователя вопросам. Существуют определенные границы их применения. Особенно остро вопрос о границах применимости математики встал в XX веке в связи с проблемой обоснования математики, а также кризисом физики и последовавшим за этими событиями философским «смятением умов». После тщетных попыток поиска универсального формализма математики опыт осмысления оснований математики в XX веке привел к выводу, что традиционная трактовка математики слишком идеализирована. С присущим им критицизмом, свойственным их профессиональной деятельности, математики, совместно с логиками, выявили «шаткость» теоретико-множественных оснований математики, что еще раз свидетельствует об их исключительной интеллектуальной смелости и самокритичности. Австрийский математик и логик Курт Гёдель доказал знаменитую теперь «теорему о неполноте». Согласно этой теореме, если система аксиом математики содержит элементарную арифметику и непротиворечива, то тогда из нее можно вывести такое утверждение, которое недоказуемо, и его отрицание тоже недоказуемо. Это означает, что в таком случае система аксиом неполна. В частности, это означает также, что условия непротиворечивости и полноты математики в целом несовместимы. Более того, система аксиом остается неполной, если добавить к ней дополнительные аксиомы. Это был шок, после которого в математическом сообществе по-новому взглянули на многие нерешенные проблемы. В частности, стало понятно, почему нельзя в исчерпывающей общности ответить на вопрос о доказуемости произвольного математического утверждения. Знаменитый французский математик Рене Том в острополемической статье «Современная математика – существует ли она?» пояснял, как это повлияло на математическое образование в целом: «Истинная проблема, с которой сталкивается преподавание математики – это не проблема строгости, а проблема построения смысла, проблема “онтологического оправдания” математических объектов». Математики по-другому взглянули и на представления о «строгости», которая понималась в духе простой формулы «логика плюс арифметика». После «теоретико-множественного бума» в современной математике оказалось, что логико-арифметический подход тоже ненадежен, так как страдает неполнотой.

По сути дела, гёделевские результаты обосновывали в некотором смысле «нелогичность» самой математики, точнее невозможность создания универсального логического формализма, который позволил бы выводить все истинные утверждения из заданной системы аксиом. Кроме того, теоремы Гёделя о неполноте указали на пределы возможностей аксиоматического метода в самой математике и неустранимость субъекта в математическом познании. В математическом фольклоре можно встретить следующее высказывание на эту тему, приписываемое Герману Вейлю: «Бог существует, поскольку математика несомненно непротиворечива, но существует и дьявол, поскольку доказать ее непротиворечивость мы не можем». Хорошо известно, что в математике нет легких путей. Даже негативные результаты в математике можно использовать как важный методологический прием, следуя известному афоризму: «Да послужишь ты Господу и своими дурными помыслами». Важно видеть и осознавать границы возможностей, потому что знание собственной ограниченности может уберечь человеческий разум от роковых ошибок. Если предположить, что формальные идеализации современной математики отражают не «вневременную природу математического знания», а естественным образом исторически сложившиеся идеалы, нормы и ценности этой науки, то в таком случае разделительная грань между математикой и философией, а также между математикой и гуманитарным знанием, начинает стираться. Математика в этом смысле становится похожей на другие нематематические дисциплины. Похожи в том смысле, что математика, как и все другие научные дисциплины, занимается поиском ответов на вопросы, поставленные общественной жизнью. В таком контексте формальные аспекты математического познания – это именно аспекты, целиком подчиненные движущей силе мысли, хотя они редко становятся источником этой силы. Их главная задача состоит в том, чтобы «вести идею» и не создавать ненужных помех в процессе ее развития и созревания.

Основное отличие от философии состоит в том, что в математике, оперирующей формализованными вычислениями высшей степени абстрактности, важным критерием доказательности и убедительности математического утверждения, является формальная правильность. Как разъяснял Людвиг Витгенштейн: «эффект доказательства состоит в том, что человек попадает во власть новых правил». Звучит красиво, хотя здесь опять встает вопрос о том, в какой степени математические понятия являются характеристиками «реального мышления» и в какой степени они являются «артефактами математики», то есть нормами человеческого мышления, воплощенными в математическом знании. Математическая реальность определяется различными стимулами. Тесные связи с различными реальностями, особенно с «реальностью логических процессов», неотъемлемо входящей в математическое мышление, неизменно вдохновляют и стимулируют математическую мысль. Это как раз то, что принято называть фундаментальным исследованием в науке. Фундаментальные исследования предпринимаются в силу присущей им «внутренней интересности» и потому, что на их базе возможен заметный рост разнообразных наук при условии хорошей постановки учебного процесса. Есть ли столь же однозначное понимание «фундаментальности образования»? Среди разброса мнений можно выделить две основные трактовки. В одном случае – это «образование вширь» как разностороннее математическое естественнонаучное и гуманитарное образование на основе фундаментальных знаний. В другом случае – это «образование вглубь» как углубленная подготовка по заданному научному направлению, являющемуся частью какой-то общей системы. В любом случае, чтобы раскрыть внутренние связи и отношения фундаментальных понятий и показать их проявления в реальном мире, необходим синтез разрозненных понятий на основе общей концептуальной идеи. Академик-математик В.А. Садовничий определяет фундаментальное образование как самодостаточное образование, получив которое, «человек способен дальше самостоятельно работать, учиться и переучиваться». Добавим к этому, что выпускник университета с таким образованием должен также достойно представлять свою профессию. Говоря об идее фундаментализации философского образования, следует делать упор на концептуальную сторону научных теорий для того, чтобы заложить прочные основы творческого теоретического мышления и мировоззренческого сотрудничества с другими областями знаний.

Здесь вполне уместно вспомнить любимую сентенцию древнегреческого философа и моралиста Плутарха: «Самомнение – спутник одиночества». С точки зрения фундаментального образования традиционно считалось, что если философия математики выявляет «суть предмета», то философ должен владеть этим предметом. Даже образ действий работающих математиков существенно отличается от образа действий «метаматематиков» и философов математики. Американский философ математики Джоанг Фанг видит это различие в следующем: «Первые работают в духе “понемногу”, “одно вослед другому”, находя специфический подход к каждой проблеме в данное конкретное время. Вторые действуют в духе “раз и навсегда”, что, в сущности, означает подход “с точки зрения вечности”. Этот подход в большей степени является философским» [11, С. 6-7]. Необычность математических объектов и их отличие от объектов теоретического естествознания оправдывает подход к своему объекту в математике с теоретико-мировоззренческих позиций. Важнейшей особенностью математического объекта является его «конечная определимость», то есть его заданность конечным числом свойств. Эта особенность проистекает из сущности математической теории как формальной системы. Кроме того, именно эта особенность отличает математические объекты от эмпирических и философских объектов, которые можно считать бесконечными в том смысле, что их определения лишь некоторая интерпретация сущностных свойств объекта, не исключающая дальнейших уточнений и изменений в принятом определении. Одной из причин философского интереса к теоремам Гёделя о неполноте, относящимся к проблеме обоснования аксиоматико-дедуктивных теорий, является, по общему убеждению, то, что они говорят нечто очень важное о возможностях человеческого мышления. Работающие математики практически не сомневаются в том, что математика в целом непротиворечива, а также в том, что более или менее интересный фрагмент математики, который является предметом их исследований, тоже непротиворечив.

Это уже область интересов математиков-философов, для которых математика и ее методы существуют не ради самих себя, а в качестве орудия познания законов природы. В наше время уже не математика, а математики разделяются по своим интересам и творческой направленности. Одни стремятся преодолеть трудности, связанные с решением проблемных задач, а другие пытаются постичь построение математических основ гуманитарного знания. Без дедуктивных рассуждений в гуманитарных исследованиях невозможно обойтись при работе с абстрактными или отвлеченными понятиями и, особенно, с конкретными фактами. Но вопрос о доказательности этих утверждений, допускающих различные истолкования, решается иначе, чем в математике. Доказательство в математике несет в себе определенный заряд «дополнительной онтологической убедительности». Осознание значения математических дисциплин как части обязательных общекультурных дисциплин произошло давно. Математика – это универсальный образец рационалистического анализа и построения не декларированных, а обоснованных концепций, что особенно ценно в условиях «дефицита» рациональности сознания. Современная математика настолько многолика в своих приложениях, что, по мнению известного методолога науки профессора В.В. Налимова, «философское обновление придет через математику». Математику можно трактовать как общезначимую культуру теоретических исследований, а важнейшая черта теоретического уровня сознания – это его рефлексивность. Анализ интеллектуального поведения, например, профессионального сообщества математиков, вряд ли может сообщить что-нибудь существенное об обуславливающих его социальных процессах. Непонятно каким образом профессионал выделяет из первоначального беспорядка проблему, разрешимую в рамках его компетенции. Это особый тип рефлексии, связанный со способностью размышлять над тем, что ты делаешь, в тот момент, когда ты это делаешь.

Рефлексия, по Канту, «есть осознание отношения данных представлений к различным нашим источникам познания и только благодаря ей отношение их друг к другу может быть правильно определено». Рефлексия, при всех различиях в ее трактовке, понимается как самосознание, которое устанавливает основания всего того, что составляет содержание сознания. Трактовка рефлексии зависит от того, какая область существования признается в качестве сущности для сознания. Среди различных интерпретаций рефлексии можно выделить «философскую», на долю которой приходится общая проблема рефлексивной деятельности сознания как механизма систематизации. Философская рефлексия своими системами категорий и принципов универсализует разные способы деятельности сознания, их средства и результаты. Философская рефлексия здесь предстает как универсальный способ не в смысле «общий у многих», а как «общий для многих». Принципы математического мышления связаны не только со свойствами нашего сознания, но и проявляют себя в законах внешнего мира. Поэтому не удивительно, что сфера надежности математики определяется через выявление «онтологических оснований» математического мышления и, соответственно, через привлечение гносеологических критериев. В частности, математическая рефлексия, как внутреннее применение математики к самой себе, может оказать на студентов-философов более сильное эмоциональное воздействие, чем голословные заявления о пользе математических теорий и понятий. Так как при этом на уровне теоретического сознания происходит актуализация многих «аксиом обыденного сознания», то нужна философская рефлексия над математикой, которая представляет собой познавательный аспект философско-математического постижения действительности. В западной философии первой половины XX века явно просматривается тенденция уравнивания в правах рефлексии над наукой с мировоззренческим анализом других областей культуры.

С точки зрения неклассического подхода, учитывающего соотнесенность характеристик объекта и средств познания, используемых субъектом, математическая теория не рассматривается больше как отражение реальности один к одному, а как идеализация, рационализация и упрощение. Поэтому основная черта неклассической методологии – «рефлексия над методом». В начале 30-х годов XX века, благодаря работам самих математиков после гёделевских результатов произошло «расщепление» математического бытия и математического сознания, которое создало предпосылки для противоположения в математическом познании субъекта и объекта, а также для наступления рефлексии математического познания и затем для возникновения подлинной философии математики. Заметим также, что Людвиг Витгенштейн возникавшие в теоретико-множественной математике противоречия не считал «онтологическими противоречиями бытия», поскольку они являлись результатом человеческой деятельности, создавшей эти противоречия. Поэтому с философской точки зрения можно сказать, что проблемы оснований математики суть не «онтологические проблемы», а проблемы математической деятельности. Если мы говорим о взаимодействии математики и философии, то, как бы само собой, напрашивается вариант под названием «математика философии», как математической рефлексии над философией. Если «философия математики» предполагает рассмотрение математических проблем, выходящих за рамки математики и требующих обращения к философским мировоззренческим установкам, то, в силу симметрии словосочетания, «математика философии» должна заниматься философскими проблемами, выходящими за рамки философии и требующих привлечения математико-мировоззренческих средств. Попытку показать, как возможно использование языка математических представлений в раскрытии философской мысли, используя предпосылки близкие к метафизике Платона, предпринял профессор В.В. Налимов в статье «Как возможна математизация философии?». В своих вероятностно ориентированных философских работах он опирался на математические представления в раскрытии философской мысли, надеясь математизировать философию так, как это имеет место в физике и космологии.

Однако его вариант «математики философии», как и сама возможность постановки «метафилософских» вопросов, не вызвал энтузиазма у профессиональных философов, поскольку философия для них – это предмет исключительно философской рефлексии. Не последнее слово в этом вопросе принадлежит Иммануилу Канту, который вполне определенно сказал, что «философские принципы математики возможны столь же мало, как и математические принципы философии» [7, С. 519]. Но «чувство онтологического одиночества», как показало дальнейшее развитие философии и математики, не безысходно. Правильнее было бы говорить о «совместном онтологическом одиночестве» математики и философии, учитывая глубину рефлексии поднимаемых ими проблем. Напомним, что философская рефлексия имеет общую область исследования с математическими дисциплинами в пространстве формализованного мышления. Но кроме математических начал есть еще и метафизические начала науки о природе. Формализация проблемы, представленная математическим опытом, – это хорошая возможность точного видения проблемы, часто являющаяся «методологическим ключом» к ее решению. В наше время все возрастающей специализации необходимы интегрирующие области науки, которые связали бы их вместе и выработали общие принципы познания природы и общества. Именно фундаментальная наука стремится к установлению общих принципов, а важнейшими интегрирующими областями науки являются современная математика и философия. С точки зрения философов математики, обретя внутреннюю специфику и самостоятельность, философия математики осознала себя как область, имеющая значение для решения не только чисто философских проблем. Хотя полученные результаты не привели к общему согласию в главных вопросах оснований математики, они позволили лучше понять, что можно и чего нельзя сделать с помощью математических методов. Например, идеи философии математики, связанные с понятиями непротиворечивости и полноты, достигли статуса всеобщих философско-методологических принципов построения абстрактных теорий, которые имеют высокий уровень теоретической общности.

Говоря о математике в целом, у нас никогда не возникает повода говорить о ее разрыве с философией. Многие «непостижимые загадки математики» появились после введения в математику бесконечно малых величин. Но есть одна характерная особенность математики, заставляющая внимательнее присмотреться к ее родству с гуманитарным знанием. Речь идет о том, что ни один существенный фрагмент математического знания не функционирует как чисто описательный, даже несмотря на «непостижимую эффективность» их приложений к естествознанию. Лауреат Нобелевской премии по физике Юджин Вигнер в часто цитируемой статье «Непостижимая эффективность математики в естественных науках» заметил, что математические понятия, которые являются абстрактными и не подсказываются непосредственно реальным миром, часто дают неожиданно точные описания явлений, как например, математика гильбертова пространства в квантовой механике. О физиках прошлого даже говорили, что они делали открытия неожиданно, поскольку слишком мало знали математику. Нельзя не отметить, что по различным поводам неоднократно высказывались сомнения в том, насколько адекватно традиционная математика, несмотря на свою «непостижимую эффективность», описывает реальный мир, поскольку неясно, в какой мере объект исследования в математике адекватно соответствует реальности. Одно из наиболее популярных объяснений состоит в том, что первичные математические понятия, например понятие натурального ряда чисел, имеют эмпирическую природу. Но тогда, по мнению Никола Бурбаки, остается необъяснимой «фантастическая эффективность математики в других науках». Что в таком случае означает «эффективность»? Это вопрос непростой, и ответ на него зависит от философских направлений в математике, кроме того, эффективность использования нового математического знания можно определить только по прошествии некоторого времени, иногда довольно значительного.

Некоторые философы математики говорят также о «гносеологической эффективности математического знания», понимая под эффективностью математической теории сравнительную «гносеологическую силу» математического аппарата в его способности открывать научные истины. Любое непредвзятое размышление о статусе математических абстракций должно давать хоть какой-то ответ на вопрос о причинах эффективности математики, но до сих пор никому не удалось дать удовлетворительное объяснение этому чуду. Получив расчетный аппарат математического анализа небывалой эффективности, математики безуспешно пытались зафиксировать основные постулаты его логических оснований. Может быть, не хватает точности мысли, чтобы задаваться такими вопросами? Возможно, поэтому их нельзя разумно сформулировать. Тем не менее, тезис Вигнера о «непостижимой эффективности математики в естествознании» уже можно распространить и на социально-гуманитарные науки. Но на вопрос «почему это так?» пока лучше всех ответил Пифагор. Можно даже отметить некоторую аналогию между верой ученого в непостижимую эффективность математики и традиционной верой человека в магию чисел. Выдающийся математик современности академик А.Н. Колмогоров говорил, что «мы в математике не знаем, рассуждаем мы верно или нет, а лишь верим в то, что делаем это верно, только “внутреннее чувство” ведет нас в нужном направлении наших математических исследованиях: мы идем по краю пропасти, но почему-то не падаем в нее» [12, С. 33]. Мистическая сторона эффективности абстрактной математики сохраняет тайну непостижимости «математической игры» между мышлением и опытом, когда в тени остается такая существенная черта математики всех уровней, как многоступенчатое и разноплановое движение к абстрактному. Глубинные основания, на которых покоится эффективность математических методов, остаются тайной даже для математиков. А в остальном математика эффективна по той же причине, по какой вообще эффективна любая интеллектуальная деятельность. Никто не собирается отказываться от математики по той причине, что не понимает сущности ее эффективности в описании природы. Если это не сама реальность, то тогда – это самое лучшее приближение к ней на доступном нам языке.

«Непостижимая эффективность математики» не давала покоя многим философски настроенным умам. Например, Стивен Вайнберг, еще один Нобелевский лауреат по физике, указал на другое в равной степени удивительное явление – «непостижимую неэффективность философии». Объясняет он это тем, что «если в прошлом философские доктрины и оказывали какое-то полезное воздействие на ученых, влияние этих доктрин затягивалось на слишком долгое время, принося, в конце концов, тем больше проблем, чем дольше эти доктрины оставались в употреблении» [13, С. 133]. В частности, поэтому среди мнений о пользе философии для математики часто встречаются отрицательные. Справедливости ради, следует отметить, что исторический анализ взаимодействия математики и философии показывает, что кто-то систематически использовал в философских целях наработанные в математике результаты и методы, а кто-то считал непригодным для философии математический способ мышления. Из сказанного, разумеется, не следует, что в философии и социально-гуманитарных науках, а также связанных с ними областях человеческой деятельности, невозможны настоящие дедуктивные рассуждения или что без них можно хоть как-нибудь обойтись. Может быть, мы излишне драматизируем и мистифицируем эту эффективность, которую называют непостижимой? Возможно, это результат «эффекта фасцинации», то есть, очарования и привлекательности объекта, производимого им на своего создателя? Это хорошо известная в мировой культуре тема, которую в нашем контексте можно назвать: «Математик в роли Пигмалиона». Ее можно рассматривать как вариацию темы общения преподавателя с отдельными студентами, которую в психологии называют «Пигмалион в учебной аудитории». Ее суть состоит в том, что преподаватель создает в процессе своей работы со студентами определенные ожидания и установки относительно некоторых студентов, и тем самым старается вести себя так, чтобы эти прогнозы оправдались.

Сравнение с Пигмалионом – суть любого «напряженного человеческого взаимодействия», когда мы пытаемся познать и истолковать предмет нашей любви и понять, что нами движет. Лауреат Нобелевской премии по литературе Иосиф Бродский в эссе «О скорби и разуме» сказал об этом так: «И это разгадывание вновь возвращает нас к Пигмалиону, причем буквально, ибо, чем больше вы отсекаете, чем глубже вы проникаете в характер, тем вернее вы ставите свою мораль на пьедестал. … Ибо каждая Галатея есть, в конце концов, самопроекция Пигмалиона. … Он очарован не тем, что он видит, но тем, что, по его представлению, за этим таится – что он туда помещает. Он облекает ее тайной, а затем срывает ее покровы; в этой ненасытности – вечная раздвоенность Пигмалиона» [14, С. 193-194]. Мы часто влюбляемся не в сам предмет, а в его отражение. Иначе говоря, любовь всегда выше, чем ее объект, как бы он не был высок и притягателен для нас. Но эта любовь должна быть разумна, иначе все рушится, так как когда чувства затмевают разум, все превращается в прах. Не обольщаясь пышными сравнениями, математики ведут себя довольно скромно. В реальной жизни «рукотворная красавица» не должна быть «лишковато красивой», чтобы не ранить своим видом других, поскольку ее красоту ей просто не прощают. В свойственной математике форме абсолютизированной идеализации исследуется, прежде всего, сама деятельность человека и в этом смысле современную математику можно считать гуманитарной наукой. Считать-то можно, но не нужно. Достаточно вспомнить отношение к математике большей части гуманитариев или тех, кто с гордостью признается в нелюбви к математике и представляется интеллектуалом с «гуманитарным складом ума». Если невежество в «чужих» науках станет предметом гордости, то это неизбежно приведет к поверхностным суждениям и невежеству в «своих» науках. Этот социокультурный феномен нового века информационных технологий еще ждет своего исчерпывающего объяснения.

Литература

1. Бычков С.Н., Зайцев Е.А. Математика в мировой культуре. – М.: РГГУ, 2006. – 228 с.

2. Лишевский В.П. Кёнигсбергский отшельник // Вестник РАН. – 1999. – Т. 69, № 7. – С. 636–639.

3. Кант И. Критика чистого разума. – Симферополь: Изд-во «Реноме», 1998. – 528 с.

4. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть II. Замечания по основаниям математики. – – М.: Изд-во «Гнозис», 1994. – 206 с.

5. Петровский С.А. О связи философских и математических исследований // Философские науки. – 1967. – № 3. – С. 24–32.

6. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть I. – М.: Изд-во «Гнозис», 1994. – 612 с.

7. Кант И. Из рукописного наследия. – М.: Прогресс-Традиция, 2000. – 752 с.

8. Паскаль Б. Мысли. – СПб.: Изд-во «Азбука», 1999. – 335 с.

9. Постников М.М. Является ли математика наукой? // Математическое образование. – 1997. – № 2. – С. 83–88.

10. Том Р. Современная математика – существует ли она? // Математика в школе. – 2003. – № 3. – С. 12–17.

11. Фанг Дж. Между философией и математикой: их параллелизм в «параллаксе» // Вопросы истории естествознания и техники. – 1992. – № 2. – С. 3–17.

12. Кудрявцев Л.Д. Современное общество и нравственность. – М.: Наука, 2000. – 64 с.

13. Вайнберг С. Мечты об окончательной теории. – М.: Едиториал УРРС, 2004. – 256 с.

14. Бродский И. Сочинения Иосифа Бродского. Том VI. – СПб.: Пушкинский фонд, 2003. – 456 с.

15. Никифоров А.Л. Является ли философия наукой? // Философские науки. – 1989. – № 6. – С. 52–62.

16. Налимов В.В. Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. – М.: Прогресс-Традиция, 2000. – 344 с.

17. Бугаев Н.В. Математика и научно-философское мировоззрение // Философская и социологическая мысль. – 1989. – № 5. – С. 83–93.

18. Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – 320 с.

19. Вейль Г. Полвека математики. – М.: Изд-во «Знание», 1969. – 47 с.

20. Курант Р. Математика в современном мире // Математика в современном мире. – М.: Мир, 1967. – С. 13–27.

21. Лошак Ж. Геометризация физики. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 280 с.

22. Ирхин В.Ю., Кацнельсон М.И. Уставы небес. 16 глав о науке и вере. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 384 с.

23.Больцано Б. Учение о науке (Избранное). – СПб.: Наука, 2003. – 518 с.

А.Н. Кочергин
(Москва)

КОНСТРУКТИВНО ЛИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СОВРЕМЕННОЙ РОССИИ

Резюме

В связи с развертыванием процесса глобализации перед Россией встает вопрос о выработке отношения к ней. Поскольку сейчас Россия переживает цивилизационный кризис, необходима разработка проекта цивилизационного развития, учитывающего ее менталитет, современное геополитическое положение, народонаселение, климатические условия, научно-технический потенциал и являющегося системным; проекта, охватывающего основные сферы жизнедеятельности и определяющего что, во имя чего и с помощью чего нужно делать для сохранения своей идентичности. В этих условиях государственное управление должно быть нацелено на формирование проекта, позволяющего России войти в процесс глобализации оптимальным путем.

* * *

Существующие обстоятельства и принимаемые в связи с ними управленческие решения всегда были сущностью жизни государства. Конструктивность государственного управления определяется эффективностью принимаемых государственных решений. Утрата функции управления или неверные управленческие решения приводят социальные системы к разрушению. Но если раньше негативные последствия неудачных управленческих решений имели локальный или региональный характер, то, начиная с XX в., ситуация принципиально изменилась – последствия таких решений могут иметь глобальный характер. Мир принципиально изменился: он стал взаимосвязанным, взаимозависимым, быстро развивающимся, непредсказуемым в своем развитии и подверженным большим рискам, а потому опасным. Прежде чем изменять такой мир, его надобно понять. Когда управленческие решения принимаются вне рамок его понимания, негативные (и даже катастрофические) последствия становятся неизбежными. Современные глобальные проблемы не имеют аналога в истории, поэтому опыта их решения нет. Традиционные же способы их решения выявили свою ограниченность и даже опасность, в то время как во взаимозависимом мире любая точка социального пространства может послужить катализатором гибельных глобальных процессов (от военных до техногенных). Все это чрезвычайно актуализирует проблематику оптимизации государственного управления.

Радикальные изменения, происходящие в мире и российском обществе, столь масштабны и динамичны, что их осмысление является необходимым условием выработки стратегии национальной безопасности России, определяющей содержание государственного управления в важнейших сферах жизни общества. Сложность анализа происходящего заключается в необходимости увязки внутренних проблем модернизации России с изменениями в мире, произошедшими вследствие утраты Россией своего прежнего положения, а именно – роли одного из полюсов в мировой расстановке сил, а также с глобальными цивилизационными сдвигами, характерными для нашего времени. Характер современных социальных процессов, развертывающихся на фоне чрезвычайного углубления, усложнения и обострения социальных отношений, дает основание для предположений о том, что нынешний век будет веком грядущего геополитического передела мира. Судьба России в этом переделе будет определяться ее успехами в деле модернизации страны и эффективностью государственного управления.

Глобализация предопределяет сложность проблем, с которыми встретилось человечество. Проблемы локального и регионального характера во многих случаях приходится решать во взаимоувязывании с проблемами глобальными. Выживание цивилизации и ее перевод на рельсы устойчивого развития предполагает выработку и принятие всеми людьми и странами в качестве обязательных таких норм, которые обеспечивают продвижение в этом направлении. Но разнообразие культур в современном мире столь велико, что делает трудно разрешимыми существующие противоречия. Вспышки национализма и невозможность решать проблемы национальной независимости рождают фундаментализм и ксенофобию.

Вмешательство человека в природные и социальные процессы, связанные с неопределенностью, приводит к возрастанию фактора риска. Неопределенность выступает следствием случайности, наличия противоположных тенденций в развитии, недостаточности достоверной информации об объекте управления и условиях принятия управленческих решений, проявления субъективного фактора и т.д. Поскольку в принятии решений определенное место занимает и интуиция, то это выступает дополнительным фактором неопределенности и риска в ситуации принятия управленческих решений. Характер неопределенностей при этом может быть различным. Неопределенности могут возникать под действием факторов, подчиняющихся как известным, так и не известным закономерностям. Они могут быть как объективными, так и зависящими от действий других субъектов (дружественных или недружественных). Все это приходится учитывать в принятии управленческих решений. Традиционные технологии управления основывались на сложившемся в данный момент положения дел. Сейчас же резко актуализируется необходимость учета положения дел, которое будет складываться в будущем в результате принятых управленческих решений. Поэтому необходим учет цены, которую придется в будущем (близком и отдаленном) заплатить за принимаемое управленческое решение. Важно также иметь в виду, что выбор того или иного управленческого решения определяется не только прошлым и настоящим, но и будущим, которое всегда открыто и неопределенно. Это еще более увеличивает риск в принятии управленческих решений. Поскольку избежать риска в принятии управленческих решений невозможно, на первый план выдвигаются требования минимизации возможных негативных последствий подобных решений и рациональности обоснования меры допустимости риска. Если учесть при этом сложность глобального контекста принимаемых решений, то становится ясной и мера ответственности за принятие управленческих решений.

Втягивание России в глобализированное информационное общество ставит ее перед необходимостью принятия важных (даже судьбоносных) управленческих решений, предполагающих точный расчет их последствий: если активное вступление, то на каких условиях и какой ценой; если воздержание от активного участия в нем, то какова будет цена за изоляционизм? Основанием решения по данным вопросам могут быть только интересы страны, а не отдельных олигархических групп, ибо, в конечном счете, речь идет о сохранении страны. Активное включение в процесс глобализации обещает доступ к передовым технологиям, информации, что для России весьма важно. Однако и угрозы, идущие от включения в это общество, немалые, связанные с возможной утратой идентичности. Как показывает опыт протекания процесса глобализации, выгоду от этого получают развитые, системно-организованные страны. Является сейчас Россия такой системно-организованной страной? Многочисленные эксперты указывают на крайнюю системную дезорганизованность России, проявляющуюся, прежде всего, в неэффективном государственном управлении. Государство не выступает четко выраженной системой управления, оно пока не способно выработать стратегию развития страны, понимаемую и принимаемую большинством населения. Отсутствует даже четкая формулировка цели, определяющей развитие страны, и средств ее реализации. Это порождает хаос в социально-политической сфере: нет четко оформленных политических партий, пассивность и дезорганизованность граждан, фактическое нарушение норм Конституции, провозглашающих Россию как социальное и светское государство. Для реализации стратегии выживания и устойчивого развития России необходимо ее главное условие: Россия должна представлять собой системно-организованную страну, способную противостоять главной угрозе со стороны глобализации – возможность утраты своей культурной идентичности, т.е. стать в полном смысле стратегическим субъектом мировой политики, объединяющим во имя единой цели усилия всех составляющих данной системы.

Отсутствие внятной концепции государственного управления сказалось и на доктрине национальной безопасности. Официальная концепция национальной безопасности исходит из того, что главные угрозы в практически обозримом будущем будут иметь преимущественно внутренний характер. Однако наивно пренебрегать внешними угрозами. Геополитическая обстановка на планете в XXI в. будет определяться борьбой за энергетические и сырьевые источники, поскольку именно на этих составляющих базируется жизнь цивилизации. И эта борьба обещает быть весьма жесткой, ибо речь будет идти о возможности стран уцелеть на географической карте планеты. Как известно, бороться с опасностью можно, если она не только своевременно распознана, но и имеется план и средства противодействия ей.
Безопасность России можно понять только в контексте глобализации – безопасность любого народа определяется безопасностью и состоянием мира в целом. Поэтому базовыми понятиями безопасности

должны считаться не абстрактные «общество», «государство», «личность», а конкретные территории, население, природные ресурсы, духовные ценности, исторически сложившийся уклад жизни. Россия же пока не имеет ни четко выстроенных координат своего развития, ни определенного вектора развития, что и выражается в отсутствии четких представлений о том, какова национальная идея, какое общество мы строим. Иначе говоря, России еще предстоит во имя собственного выживания стать стратегическим субъектом, способным объединить во имя единой цели все слои общества и принимать соответствующие управленческие решения.

Одним из наиболее сложных управленческих решений будет касаться экологической ситуации. Ясно, что общество может развиваться в той мере, в какой это могут позволить возможности природы. Эпоха чисто потребительского отношения к природе закончилась, поэтому необходимо осознать, что выживание человечества обусловлено изменением характера его отношения к природе. Техногенное влияние на среду обитания подошло к критической черте. Процесс использования природных ресурсов, связанный с удовлетворением потребностей общества, приобрел противоречивый характер. С одной стороны, этот процесс ведет к накоплению общественного богатства и улучшению материальных условий жизни людей, с другой – к истощению природных ресурсов, возникновению экологического кризиса и, следовательно, к ухудшению условий жизни общества. Это противоречие проявляет себя в острой форме в условиях нерационального природопользования. Отсюда следует, что удовлетворение общественных потребностей не должно осуществляться за счет разрушения природы. Более того, перспективные интересы общества в отношении природы должны быть поставлены выше интересов непосредственной сиюминутной выгоды, поскольку человечество может развиваться лишь в нормальной природной среде. Противоречивость сложившейся ситуации заключается в том, что управление национальной политикой в сфере природопользования должно увязываться с глобальным экологическим контекстом. Восстановление выведенной из нормального состояния природы требует больших затрат. В условиях небогатого государственного бюджета и бедности основной части населения статья, предусматривающая расходы на охрану природы, не будет приоритетной, что будет вести к дальнейшему ухудшению экологической обстановки. Собственник, работающий на рынок, заинтересован, в первую очередь, в снижении себестоимости выпускаемой продукции, чтобы обеспечить ее конкурентоспособность на рынке. Поэтому он не заинтересован в непроизводительных затратах (каковыми для него будут являться затраты на охрану природы). В этих условиях управлять защитой природы может только государство, которому предстоит определить оптимальную для каждого момента времени меру соответствия затрат на охрану природы с другими затратами. Но все это – лишь внутренняя сторона дела. В условиях глобализации придется находить меру соответствия затрат на экологию с экологической ситуацией в глобальном масштабе. Вложение средств в защиту природы понижает конкурентоспособность отечественной продукции на мировом рынке, что, естественно, снижает мощь страны, ослабляет ее безопасность перед геополитическими реалиями, особенно если другие страны будут уделять преимущественное внимание не защите среды обитания, а наращиванию технического и военного потенциала (например, достижения современного Китая в области технического и промышленного развития во многом объясняются значительным ослаблением требований к защите природы). Решения в области государственного управления этой сферой могут быть сформулированы и приняты обществом лишь в рамках глобальной стратегической установки, отсутствие которой деятельность государственных органов по защите природы делает хаотической, непродуманной и неэффективной (хотя известно, что затраты на восстановление природы значительно превышают затраты на предупреждение ее загрязнения). О мудрости государственного управления в этой сфере пока приходится лишь мечтать. Организация государственного управления процессом экологической стабилизации в сочетании с внутренними и внешними проблемами потребует и политической воли, и всестороннего научного анализа, и учета сложившихся внутренних и внешних обстоятельств.

От эффективности государственного управления в решающей степени зависит национальная безопасность. Пока государство в лице своих органов не смогло (или не захотело?) приостановить бегство капиталов из страны с целью их инвестирования в экономику и другие сферы. Национальная безопасность проявляется, прежде всего, именно в умении организовывать свои действия в соответствии со стратегической целью. Основой национальной безопасности всегда была духовная безопасность. Глобализация как процесс новой структурной дифференциации мира представляет собой не столько взаимодействие цивилизаций, сколько воздействие одних на другие, совершаемые с помощью экономических, финансовых, рыночных, военных механизмов, технотронных средств и экспансии массовой культуры. Цивилизационная идентичность, обеспечивающая реальное единство общества и преемственность поколений в пространстве и времени, поддерживалась культурной традицией (системой сдержек, табу, морали и нравов цивилизации). Ее сохранение возможно лишь в развитом гражданском обществе, обеспечивающем создание соответствующей правовой сферы. Разрушение культурного фундамента любой страны неизбежно означает утрату ею своей национальной идентичности. Эта традиция – последний рубеж на пути утраты идентичности страны. Именно на ее сохранение должна быть направлена деятельность государства, если оно хочет сохранить свою самостоятельность. Однако то, что происходит в сфере культуры страны, дает много свидетельств об устранении государства из управления этой важнейшей сферой жизни страны, своего рода ее социального генофонда. Противоречивость процесса глобализации проявляется в том, что стремление к унификации стандартов, предполагающей видение мира как некоторой однородной целостности, наталкивается на существование различных культур, имплицитно придающих миру негомонизированный характер. Каким образом будет разрешено это противоречие – зависит от степени развитости гражданского общества. В этой связи встает вопрос о том, на какую форму демократии должно ориентировать общество органы государственного управления в этой сфере – форму, исходящую из представления о глобальном обществе как гомогенном, навязывающем всему миру общие стандарты, или форму, исходящую из признания необходимости существования различных культур в рамках цивилизационного единства. Речь, стало быть, идет о предпочтительности той или иной формы демократии. При этом критерием выбора может быть лишь обеспечение наибольших возможностей для выживания и устойчивого развития цивилизации. Отечественные средства массовой коммуникации работают, в подавляющем большинстве, в режиме первой формы, навязывая традиционно евразийскому по своему характеру обществу западную массовую культуру.

Представляется, что основой подобной политики в области культуры является концепция прав человека в ее ультралиберальной трактовке, отдающей предпочтение правам и свободам индивида. Но это противоречит одному из основополагающих принципов гражданского общества – принципу отрицания абсолютной свободы индивида. Вопрос стоит так: что предпочтительнее для выживания и устойчивого развития цивилизации – интересы индивида или интересы вида? Предпочтение прав индивида означает, образно говоря, утверждение права любого делать, что ему заблагорассудится из соображений желания или одному ему понятной необходимости. Когда реализация интересов индивида рассматривается как главный показатель его свободы, а сознание индивида не обременено не только чувством ответственности за проявление своих эгоистических устремлений, но и регулятивными нормами общества, исход подобной установки для человечества не выглядит обнадеживающим. Следовательно, возникает необходимость акцентуации такого признака гражданского общества, как отрицание абсолютной свободы индивида, что означает использование в необходимых случаях принуждения для проведения в жизнь норм, обеспечивающих целостность общества. В идеале развитие «сущностных сил» человека должно исключать принуждение. Но каждая историческая эпоха имеет свою меру возможностей реализации этого идеала. История свидетельствует, что принуждение в обществе было всегда. Возникновение культуры означало наложение запретов на формы поведения людей, угрожающие целостности общества, т.е. интенцию к подчинению индивидуальных интересов общественным. Природа человека несовершенна, формы девиантного поведения существовали всегда и, увы, не обнаруживают тенденции к своему уменьшению. В условиях взаимозависимого глобального мира последствия девиантного поведения могут иметь также глобальный характер. Поэтому важно признать, что гражданское общество на современном этапе своего развития не может отказываться в государственном управлении от принуждения как фактора, обеспечивающего целостность и устойчивость общества. Государственное управление в современных условиях должно ориентироваться именно на обеспечение целостности и устойчивости общества.

Несомненно, что принуждение есть акт насильственный. Но этот акт может быть правовым и неправовым. В любом случае принуждение ограничивает свободу индивида. Правовое принуждение направлено на соблюдение законов. Понятно, что принуждение стесняет внешнюю свободу индивида, но это есть неизбежная плата общества за нормальность своего существования. Право в жизнь проводит государство с помощью своих органов управления. Если бы не было государства, право было бы бессильно. А если бы не было права, то государство не имело бы смысла своего существования. Право, таким образом, содержит в себе с необходимостью элемент принуждения. По мнению В.С. Соловьева, право есть первая ступень нравственности, поскольку обязывает соблюдать нормы закона, направленного на исключение деяний, угрожающих обществу: «Нравственный инстинкт требует, чтобы люди свободно совершенствовались; для этого необходимо существование общества, но общество не может существовать, если всякому желающему предоставляется беспрепятственно убивать и калечить своих ближних; следовательно, принудительный закон, действительно не допускающий злую волю до таких крайних проявлений, разрушающих общество, есть необходимое условие нравственного совершенствования и в этом качестве требуется самим нравственным началом, хотя и не есть его прямое выражение» [1, С. 111].

Суть проблемы в том, как уменьшить долю принуждения в организации общества. Человечество испытывает «духовное обмеление» (Й. Хейзинга). Современное общественное устройство полно внушающих опасения симптомов, которые можно было бы суммировать как «ослабление способности суждения» [3]. Человечество иногда напоминает пассажиров автомобиля, на бешеной скорости приближающегося к пропасти, но озабоченного при этом не сменой курса движения, а проблемами совершенствования дизайна кабины. Осуществление принципа свободы личности возможно ровно в той мере, которая не угрожает обществу гибелью. А это, в свою очередь, предполагает наличие демократических структур, которые способны организовать продуктивный диалог культур и выработку необходимого консенсуса. «Подобно тому, как демократические институты покоятся на здоровом гражданском обществе, гражданское общество, в свою очередь, имеет предшественников и предпосылки на уровне культуры» [2, С. 1-2]. Гражданское общество как выразитель частных прав и интересов в условиях глобализации вектором своего развития должно иметь гармонию частных и общественных интересов. Человек может жить лишь в обществе. Глобализирующееся общество в этой гармонии частных и общественных интересов требует смещения акцента с абсолютной свободы индивидов на их ответственность перед обществом. Гражданское общество в условиях глобализации и призвано улавливать в каждый момент своего развития меру соответствия частных и общественных интересов. И чем выше культура общества, тем больше ответственность каждого человека перед обществом. Для государственного управления это должно быть основным принципом его деятельности.

Исторически Россия формировалась как цивилизация с нечетко отрефлексированными структурами и ценностными ориентациями, что во многом определялось наличием и специфическим переплетением разных культур, религиозных верований, отсутствием постоянной и четко организованной связи между ее регионами. В этих условиях роль «скрепов» государства, удерживающих его от действия центробежных сил, играло государство, формировавшее свою идеологию. При отсутствии четкой цивилизационной организованности формирование объединяющей национальной идеи может мыслиться лишь при наличии государства, способного выработать эти «скрепы». При этом власть не должна быть «опричной», т.е. отделенной от народа. Когда представитель власти назначается сверху, а не избирается, то он становится ответственным не перед избирателями, а перед тем, кто его назначил. Отсюда становятся понятными акции государственного управления, идущие вразрез с законом, та «неправедная праведность» (Т. Манн), когда Конституция объявляет страну государством социальным, а государственное управление нередко не согласуется с этим. Подобные акции отнюдь не способствуют формированию объединяющей национальной идеи – Россия всегда была очень чувствительной к идее социальной справедливости. Радикальные изменения в жизни общества оказались во многом не соответствующими интересам большинства населения страны, что привело институты государственного управления в состояние, не позволяющее оперативно реагировать на вызовы со стороны быстро развивающихся социальных процессов.

Нерациональность и неэффективность сложившейся в настоящее время управленческой ситуации проявляется в известном противостоянии центра и органов местного самоуправления, низкой управленческой культуре, коррупции органов государственного управления, тактики выжидания последних в принятии быстрых управленческих решений, слабом контроле за исполнением принятых решений, работе в режиме «затыкания дыр» вместо стратегического планирования, ориентации на старые управленческие технологии, отсутствии адекватной реальности методологии преобразований и управления ими и методики социального конструирования и т.д. Включение в глобализационные процессы, сопряженное с усилением социальной динамики, ее непредсказуемостью принципиально меняет сферу, подлежащую государственному управлению. Такой сферой эффективно могут органы, сложность организационного устройства которых соответствует сложности управляемой сферы, т.е. позволяет своевременного и эффективно отвечать на ее вызовы нестандартными решениями. Это предполагает ориентацию на использование новейших социальных технологий в управлении, обладающих большими инновационным потенциалом. Использование же таких технологий невозможно вне правового государства, в котором принципы демократии лишь декларируются, но реально не используются, где отсутствует общественный контроль за использование социальных технологий в управлении и где средства массовой коммуникации работают в режиме интересов отдельных социальных групп, а не общества в целом.

Есть еще одна сфера государственного управления, требующая повышенного внимания. Следствием глобализации является массовая миграция населения, сопряженная со многими негативными процессами (безработицей, обнищанием населения, отсутствием необходимого уровня его социальной защищенности и т.д.). В этих условиях традиционные формы государственного управления мало эффективны. Поэтому очевидно, что в этой сфере структура государственного управления нуждается в таком совершенствовании, которое позволило бы изыскивать средства для сохранения социальной защищенности из разных источников (государственных – центральных, региональных и местных, а также негосударственных). Отсутствие своевременных мер по улучшению качества государственного управления в этой сфере будет приводить к еще большему обострению положения в ней.

Итак, глобализация есть объективный процесс. Современный мир не един во многих отношениях. Глобализация выражает историческую тенденцию к единству, игнорировать которую бессмысленно. Опыта решения проблем, связанных с глобализацией, нет. Здесь нужен поиск новых подходов. Важнейшей задачей является поиск таких путей включения в процесс глобализации, который обеспечил бы не только сохранение страной своей идентичности, но и занятие лидирующих положений в нем. Поэтому совершенствование государственного управления должно осуществляться с учетом вызовов со стороны глобализации. От степени конструктивности государственного управления зависит судьба России.

Литература

1. Соловьев В.С. Соч.: В 2-х т. Т. 1. – М.: «Мысль», 1988.
2. Фукуяма Ф. Главенство культуры. – Режим доступа: http://www.liberal/ru/article.asp?Num=42@print=1, свободный. – Загл. с экрана.
3. Хейзинга Й. Homo ludens. В тени завтрашнего дня. – М.: «Прогресс-Академия», 1992.

Е.А. Курбатова
(Курск)

РЕКОНСТРУКЦИЯ ПИФАГОРЕЙСКОЙ ТРИАДЫ «МАТЕМАТИКА-МУЗЫКА-КОСМОС» В ФИЛОСОФИИ А.Ф. ЛОСЕВА

Резюме

В статье раскрывается характер взаимодействия математики, музыки и космологии в учении пифагорейцев, выявляются принципы реконструкции пифагорейского учения в творчестве А.Ф. Лосева, которая имеет не только историко-философскую значимость, но и реабилитирует пифагорейский способ миропонимания перед лицом современной науки, демонстрируя плодотворность пифагорейской триады для восстановления утраченного новоевропейской наукой целостного образа Вселенной.

* * *

Творческое наследие А.Ф. Лосева обширно и многопланово. К нему обращаются философы и лингвисты, культурологи и теологи, математики и филологи, музыковеды и логики, и всякому уготована встреча с высокими образцами мысли и неожиданными находками. Нельзя не заметить, однако, что обращение к научным результатам Лосева пока еще сопряжено с немалыми трудностями, особенно если иметь в виду книги «раннего» Лосева, изданные в 1927-1930 годах, – они-то как раз и насыщены важными идеями мировоззренческого калибра. Причин тому много, в том числе внешних и даже чисто внешних.

Античность искони была дорога А.Ф. Лосеву как источник, корень, основа всей европейской культуры. К началу 20-х годов молодым А.Ф. Лосевым разработаны все подходы, с помощью которых должна раскрыться специфика античного мира, неповторимый тип античной культуры. И, особенно важно, все упорнее подчеркивается выразительная направленность античной мысли, а это для А.Ф. Лосева означало ее эстетическую по природе сущность. Так в 1928 г. С.Л. Франк писал в парижском журнале «Путь» в статье «Новая русская философская система», что книги Лосева, несмотря на давление марксизма, свидетельствуют о еще живом философском творчестве. Известный философ Дм. Чижевский оценил книги Лосева как создание «целостной философской системы», работы Лосева имеют первостепенное значение не только для русской философии и приносят «столько свежести, порыва и истинной философской серьезности, что их нужно признать замечательным симптомом того философского кипения и тех философских творческих процессов, которые где-то под поверхностью жизни совершаются в России» [4].

Какие же принципы были положены в основу изучения А.Ф. Лосевым античной эстетики, если принять во внимание, что А.Ф. Лосев мыслил как нечто единою эстетику, философию и мифологию? Ведь для античного человека, выросшего на телесных интуициях, самым прекрасным было живое материальное тело космоса с вечным, размеренным движением небесных светил над неподвижной землей. Но живое космическое тело есть не что иное, как очеловечивание природы, т. е. оно мифологично. И вся выразительность, т. е. вся красота этого живого космоса, заключается в геометрически-астрономических пропорциях, в музыкальной настроенности, рождающейся при вращении небесных сфер. Высшая красота для античного человека, погруженного в телесную стихию бытия, где боги обладают эфирным телом, обязательно космологична и одновременно мифологична, а, значит, космос есть предмет эстетического созерцания. Философия же, как наука о космосе (натурфилософия) и человеке (антропология) как частице этого космического целого, обязательно трактует о наивысшей выразительности этих космических сил, будь то огонь, вода, воздух, земля и эфир, у ранних философов-досократиков, атомы Демокрита, или Ум Анаксагора, мир идей Платона, или Ум-перводвигатель Аристотеля. Выразительность, по мнению А.Ф. Лосева, есть слияние внутренне-идеального и внешне-материального в одну самостоятельную предметность. Отсюда «синтез внутренней жизни объекта и разных способов его субъективного показа – это и есть эстетика» (цитируется по [4]).

Таким образом, А.Ф. Лосев в своей античной эстетике создает представление о едином, живом, телесном духе, о единстве материи и идеи, бытия и сознания в их историческом развитии, а значит, и решает проблему целостности античной культуры, в равной мере духовной и материальной. Собственно говоря, в античной эстетике автор реализовал свою мечту, высказанную в 1930 г. в книге «Очерки античного символизма и мифологии», – создать неповторимый лик античной культуры, ее своеобразный исторически сложившийся тип с опорой на тысячи фактов философских, исторических, литературных, языковых, математически-астрономических, геометрически-музыкальных, фактов общественной жизни и повседневного быта и т. д., и т. д. В этой книге А.Ф. Лосев писал и о том, что для него, как последовательного диалектика, социальное бытие конкретнее не только логической, но и выразительной, символической и мифологической стихии.

Живое, одушевленное тело, получившее космическую значимость, отождествляется с господствующим над ним интеллектом, тоже взятом в своем предельном, т. е. космическом, обобщении. И тогда оказывается, что «космическое живое существо, пронизанное тоже космическим интеллектом, и этот космический интеллект, тоже осуществленный в виде живого космического существа, очевидно, представляют собою то, что обычно имеют в виду, когда говорят о пантеизме, который ведь и является не чем иным, как отождествлением живого существа и интеллекта в том случае, когда они берут как единое и нераздельное космическое целое» [4]. Пантеизм же есть не что иное, как мировоззрение античного человека. В свою очередь, в космосе, наряду с его общим совершенством, существует множество разных несовершенств, являющихся результатом этого пантеистического организма. Поэтому все частные несовершенства космической жизни восходят к самому же космическому целостному организму, как бы возвращаются к нему же самому. А это означает не что иное, как круговращение чувственно-материального космоса внутри него же самого. Вечное возвращение как невозможность выхода за пределы чувственно-материальной данности есть также вечное пребывание на одном и том же месте. Отсюда характерная для античной философии печать пассивной и безличной созерцательности. Однако, как пишет А.Ф. Лосев, этот созерцательно-самодовлеющий аисторизм «не только не мешал конкретно исторической, весьма напряженной и кипучей жизни античного мира, а, наоборот, был обусловлен именно этой последней, как и всякое становление требует существования того, что именно подлежит становлению» [4].

Термин «космос» (греч. κόσμος – Вселенная), как отмечает далее А.Ф. Лосев, употреблялся сначала в обыденной жизни в смысле любой упорядоченности, например, в смысле «нарядности» одежды, «красоты» оружия, нравственного достоинства молчания или образования. Первым использовал термин «космос» для обозначения мира в целом Пифагор [8].

Космос прекрасен, так как он раб своего абсолютного господина – мирового Ума, который как истинный художник привел в великолепный порядок «бесформенную, неодушевленную, безгласную и бессмысленную, даже не сущую материю». «Все вещи и живые существа, а также весь мир только потому являются художественными произведениями, что их творчески призвал к жизни их господин» (цитируется по [4]).

Но что есть «материя» единого космоса? Мы никогда не сможем этого узнать, за исключением разве лишь того, что познаваемые нами совокупности (а сознание само есть такая совокупность и множество) образуют некоторые структуры – симметрические отношения, в свою очередь разложимые на такие же симметрические отношения.

А.Ф. Лосев неоднократно, как уже говорилось ранее, обращался к изучению античности, в частности, к изучению пифагореизма. Однако изучение пифагорейской эстетики было затруднено тем, что и до тех дней не дошли достоверные сведения о Пифагоре и его школе. Большинство сведений о пифагорействе содержится в очень поздних источниках и часто носит полулегендарный, полумифологический характер. Что же, все-таки, было известно о них.

Достоверно известно, что пифагорейцы выдвинули мысль о гармоническом устройстве всего мира, включая сюда не только природу и человека, но и весь космос. Об этом свидетельствует большинство фрагментов, сохранившихся от пифагорейского учения. Согласно Филолаю (одному из представителей пифагорейцев), гармония представляет собой внутреннюю связь вещей и явлений в природе, без которой космос не смог бы существовать. В частности, гармония означает единство предела и беспредельного. «Но так как в основе [сущего] лежали эти [два] начала, которые не подобны и не родственны [между собой], то, очевидно, невозможно было бы образование ими космоса, если бы к ним не присоединилась гармония, каким бы образом она ни возникла» (цитата по [12]). Оказываясь единством предела и беспредельного, гармония составляет структуру всех вещей. Но гармония лежит не только в основе всех вещей.

Числовая гармония создает общеантичное учение о космосе с симметрично расположенными и настроенными в определенный музыкальный тон сферами. Пифагорейцы ввели эстетический момент в саму космологию. Они признавали, что форма мира должна быть гармонической, и совершенно не случайно придали ей форму симметричных геометрических фигур. В этом и заключалось знаменитое пифагорейское учение о «гармонии сфер». Пифагор и его последователи считали, что движение светил вокруг центрального мирового огня создает чудесную музыку. Весь космос оказывается гармонически устроенным и музыкально звучащим телом. Другими словами, каждая планета, двигаясь вокруг Земли по эфиру, производит монотонный звук особой высоты. Например, звук Луны высокий и пронзительный, звук Сатурна самый низкий. Совместно эти звуки образуют гармоничную мелодию, слышать которую, правда, мог только Пифагор, будто обладавший удивительно тонким слухом.

Учение о "гармонии сфер", о единстве микро- и макрокосмоса, учение о пропорциях — все эти идеи берут свое начало в древнем пифагореизме. Поэтому не случаен тот огромный интерес и внимание, которые проявляет эстетическая мысль к пифагорейской эстетике, до сих пор являющейся предметом пристального изучения, споров и дискуссий [12].

У Пифагора также можно усмотреть даже зачатки математической физики. Теофраст (Аэций) утверждает, что именно Пифагор начал связывать пять физических элементов с пятью видами правильных многогранников. Земля состоит из частиц кубической формы, огонь — из частиц, имеющих форму четырехгранной пирамиды (тетраэдров), воздух — из восьмигранников (октаэдров), вода — из двадцатигранников (икосаэдров), а эфир — из двенадцатигранников (додекаэдров). В космологии Пифагор — один из первых гелиоцентристов. Положив в основу космоса число, Пифагор придал этому старому слову обыденного языка новое значение. Это слово стало обозначать упорядоченное числом мироздание.

Естественнонаучные же интересы пифагорейцев концентрировались, прежде всего, вокруг великих законов строения космоса. Сначала они сосредоточились на поисках формы Земли. Еще до пифагорейцев, чтобы объяснить, почему звезды на Востоке появляются раньше, чем в Греции, ученые допускали, что Земля имеет форму впадины. Восток лежит ближе к ее краю и поэтому он выше и ближе к звездам. Когда эта гипотеза не подтвердилась, пифагорейцы предложили прямо противоположное: Земля выпукла. Эта гипотеза, которая разрешила трудности, была достижением пифагорейцев в эпоху, более близкую к Платону. Признание шарообразности Земли было революционным открытием: было принято, что горизонт есть ошибка перспективы и что настоящая форма Земли естественным путем не может быть определена, а может быть постигнута только математической мыслью.

Другая идея того же поколения пифагорейцев порывала со старым допущением Демокрита о том, что Вселенная наполнена земной жизнью, воздухом. Пифагорейцы же утверждали, что воздух окружает только Землю, пространство Вселенной – пустота, заполненная эфиром. Звезды, перемещающиеся в пустоте, не могут быть приведены в движение давлением воздуха, заставляет же их двигаться сила, которая заключена в них самих. Пути звезд не зависят от внешних причин, не подвержены случайным изменениям; но они перемещаются благодаря своей внутренней силе и поэтому планеты не блуждают среди устойчивых звезд, как считалось ранее, а кружат по устойчивым постоянным путям. Это был взгляд, который на современников, как об этом можно судить по реакции Платона, произвел сильное впечатление: в бескрайних звездных сферах присутствуют порядок и регулярность.

Несмотря на некоторые противоречия, пифагорейская доктрина развивалась не только внутри союза, но и оказывала влияние за его пределами. Наиболее влиятельным сторонником пифагорейской философии был Платон, который познакомился с ней через Архита и Тимея, а может быть, и с помощью Симиаса и Кебеса, которые были членами пифагорейского союза. Пифагорейский элемент стал одним из важных элементов его системы. Благодаря авторитету Платона взгляды пифагорейцев получили огромное распространение. Однако идеи пифагорейцев и их последователей о гелиоцентрическом строении Вселенной, не получив признания у современников, все-таки через полторы тысячи лет, уже в Новое время, послужили науке. Кеплер вспоминал, что он уже хотел отказаться от решения своих задач, но, прочитав «Гармонию» Птолемея, нашел то, что искал. А Коперник утверждал, что обнаружил у Цицерона и Плутарха свидетельства о древних сторонниках гелиоцентризма; интересно, что способ его мышления был насквозь пифагорейским – создавая систему мира, Коперник считал, что мир формирует гармония [12].

Все интерпретации гармонии античного космоса находили свое единство в теории совершенства как предельном, завершающем синтезе античной картины мира. Вся античность исходила из интуиции вещи, взятой не как личность или субъект вообще, а как стихия, случайность, но предельно оформленная, а разум и смысл оформления не выходили за пределы самой вещественности. Космос был предельно оформлен, однако ему предшествовал стихийный хаос, из которого он происходил. Само оформление не мыслилось вечным. Космос переходил в хаос, а хаос переходил в космос. Но тут-то и возникали, как отмечает А.Ф. Лосев, особенности античного понимания совершенства.

Во-первых, вечностью было периодическое чередование хаоса и космоса. Во-вторых, эта вечность была основана сама на себе, так как ничего другого, кроме нее не существовало. Но если космическая стихийность была сама для себя основой, то тем самым она была сама для себя не только реальным бытием, но и полным, окончательным идеалом. Другими словами, вечное совпадение хаокосмических противоречий было не чем иным, как игрой стихии с самой собой. И так как это было и последней реальностью, и последней предельностью, то это трактовалось античными мыслителями как совершенство. Этот предел всех хаокосмических моментов и есть третий принцип античного совершенства. Математическое оформление действительности, о котором учили пифагорейцы, совершенно не противоречили той вечности, которая стихийно играет сама с собой. Математика формулировала только одну, а именно оформленную сторону действительности, то есть только один момент бытия, в то время как вся действительность и все бытие, кроме математического оформления, обязательно еще и бесформенна, причем то и другое иной раз и совпадают в едином образе совершенства.

Главным образом совершенства в античности был образ «играющего в шашки дитя». Для всей античности «играющий ребенок» – это реальный космос. Как показывает А.Ф. Лосев, в образе «играющего ребенка» предполагается: 1) тождество космических материальных стихий, в первую очередь огня и логоса; 2) пребывающих в вечной взаимной внутренней борьбе; 3) тождество логоса и судьбы; 4) тождество всех начал и концов; 5) обоснованность этих тождеств на них же самих, то есть их абсолютизм; 6) вытекающее отсюда самодовление всего этого хаокосмоса, а, следовательно, и 7) безответственную и наивную игру вечности с самой собой, когда она и не знает никакого другого совершенства, кроме самой себя [14].

Сам Лосев пробует восстановить пифагорейскую триаду, эту ещё мифологическую форму мысли.

Лосев принадлежит к тем философам, которые считают, что путь к духовным кризисам нынешнего столетия лежит через рационализм западноевропейского модерна. Новоевропейская наука привела к утрате образа Вселенной. Все, что она предлагает – это картина мира как скопление мертвых тел, подчиняющихся неизменным законам природы. Реакция Лосева на раскол картины мира, (известная нам по «Диалектике мифа», «Истории античной эстетике») негативна, есть страницы, из которых явствует, что не принимает Лосев в новоевропейском образе мира. Прежде всего, это бесформенный, невыразительный, нерельефный, скучный мир, в котором человеку неуютно. Лосев настаивает: мир надо видеть живым, осмысленным, что и свойственно античному представлению о космосе как прекрасном живом существе.

Лосев рассматривает теорию относительности и квантовую механику, релятивистскую космологию и теорию элементарных частиц как важные шаги в создании новой картины мира: «Теория относительности – не одна из рядовых гипотез, но – новое мировоззрение» ([18]). Новая математика позволяет связать идеи и материю, выраженную в числе. Философия и математика – дисциплины, касающиеся самых общих предметов и Вселенной в целом. Когда математики применили число к характеристике структуры пространства, оказалось, что типов пространства очень много, а абсолютного пространства не существует. С ужасом новоевропейского мироощущения, по мнению Лосева, должно быть покончено. Заполнить пустоту может новое учение о пространстве и времени, суть которого Лосев тезисно выражает следующим образом: «1.Пространство - время – тоже вещь, неотъемлемая форма самих вещей (как краснота или треугольность). Эта форма – разная в зависимости от самих вещей. 2. Вещи – не мертвые механизмы со случайным телом, но – органическое единство и жизнь; разные типы телесности и разная степень телесности» ([18, С. 129]). В связи с этим Лосев считал исследования античного космоса своевременными и практичными. Эти исследования могут способствовать восстановлению утраченного новоевропейской наукой образа Вселенной.

По мнению Лосева, представление о закрытой и упорядоченной системе, управляемой неизменными законами, так же непригодно, как и представление о «неподвижном Двигателе» в качестве первоэлемента такой системы. Эти представления непригодны для построения мировоззрения, потому что основаны на объективации реальности, из которой исключается все личностное. Личность – категория христианская. «В Новое время – борьба против одного мифа в защиту другого. Именно – в защиту космического нигилизма и абсолютизации личности (абсолютизирует относительный, конечный, человеческий дух), свободной от космоса. Это – жалкая свобода» ([18, С. 128-129]).

«Ценность научной революции, ценность изменения тысячелетних инвариантов познания измеряется фундаментальностью, «тысячелетностью» новых инвариантов» (цитируется по [20, С. 121]). Речь идет об идее единства космоса и микрокосма. Новая физика позволяет сформулировать это единство в обновленной форме: не в форме стабильности исходной статической структуры мира, охватывающего космос и микрокосм; и не в форме простого переноса в микромир и в космос одной и той же универсальной механики, продемонстрированной в макроскопических областях. В своих ранних работах Лосев обнаруживает у античных мыслителей правильный, с его точки зрения, подход к трактовке соотношения человека и Космоса, изучения сознания и изучения Вселенной, бытия и мышления. Главным здесь является положение, что изучение сознания и изучение Вселенной неразрывно связаны друг с другом.

Лосев видит достоинство античной науки в том, что она представила космос как божественное единство и божественную гармонию мирового бытия, и на этом общем сознании утвердила познание отдельных закономерностей мировых явлений. «На самом деле есть единое, единственное Бытие, окружающий нас мистически-символически-мифологический мир, и нет никакого иного Бытия или иного мира. Но методы их рассмотрения – разные. Один рассматривает части мировой картины и связывает их в целое. Другой не хочет знать никаких частей, рассматривает мир в его сущности…» ([19, С. 113]). Причем, Лосев отмечает, что в древних теориях мира нельзя видеть только научные методы и их несовершенство. «Греческой мысли …противоречит та условная, отвлеченная, отъединено и внежизненно созерцаемая система схем и методов, которая именуется у нас наукой» ([19, С. 101]). Эмпирические наблюдения, сделанные греками и ценные с нашей точки зрения, имели религиозный, мистический, философский смысл, но не смысл «закона природы», отвлеченно усвоенного и «эмпирически» найденного.

Если мы сумеем отделить диалектику от мифа, науку от верований, то многое извлечем из античной диалектики, сумеем применить ее к нашему опыту и миропониманию. Дать диалектику античного космоса – значит выяснить три категории: имя, число, вещь. Потому что космос есть «вещь, устроенная числом и явленная в своем имени». Диалектика потому так важна, что позволяет логически построить все бытие, смысловую связь всего со всем, в том числе и смысловую связь человеческой мысли с окружающим ее бесконечным бытием. Поскольку диалектика занимается логическим конструированием предмета, она схожа с наукой. Истоки Возрождения коренятся, по Лосеву, в умении синтезировать античную диалектику и христианский персонализм [13].

«Античные штудии» принесли А.Ф. Лосеву известность в научном мире. Лосев проделал огромный научный труд, скрупулезно переведя ряд античных авторов, проанализировав труды их комментаторов. За ним закрепилась слава тонкого знатока конкретности и историчности философского термина.

Таким образом, согласно пифагорейским представлениям, музыка, математика и астрономия в основе своей суть одно — а точнее, различные аспекты прекрасного звучащего Космоса. Поэтому на протяжении почти всей европейской истории (от античности до XVII в. включительно) музыка входила в так называемый «квадривиум», т.е. рассматривалась как «точная» наука, наряду с арифметикой, геометрией и астрономией. Музыка основана на соотношении числа и времени и не существует без них. Время, в свою очередь, объединяет длящееся и не длящееся. Время всегда предполагает число и его воплощение. «Без числа нет различения и расчленения, а, следовательно, нет и разума», а музыка есть «выразительное, символическое конструирование числа и сознания. Математика логически говорит о числе, музыка говорит о нем выразительно». Поэтому окружающий мир, его гармония и красота могут быть выражены разными символами, разными способами, в том числе звуками и числами.

Итак, для Лосева, как и для пифагорейцев, математика, музыка, космос представляют триединый предмет философии как высшего выражения самостоятельных усилий человека в постижении Мира и самого себя. В своих многочисленных работах по истории античной философии А.Ф. Лосев не только настаивает на необходимости реабилитации пифагорейского способа миропонимания перед лицом современной науки, но и демонстрирует плодотворность пифагорейской триады для восстановления утраченного новоевропейской наукой целостного образа Вселенной.

Литература.

1. Медведева О.А. Пифагорейское учение о пределе, беспредельном и числе в неоплатонизме [электронный ресурс]. – Режим доступа**:** http://www.plato.spbu.ru, свободный. – Загл. с экрана.
2. Гоготишвили Л.А.. Платонизм в зазеркалье ХХ века, или вниз по лестнице, ведущей вверх [электронный ресурс]/Лосев А. Ф. Очерки античного символизма и мифологии. – М.: Мысль, 1993. – Режим доступа: http://psylib.org.ua, свободный. – Загл. с экрана.
3. Сварог Б. Гармония [электронный ресурс]/ Б. Сварог. Ход ночного солнца// Режим доступа: http://waruna.narod.ru, свободный. – Загл. с экрана.
4. Тахо-Годи А.А. "История античной эстетики" А.Ф. Лосева как философия культуры [электронный ресурс].- М.: «Дом Лосева А. Ф.». – Режим доступа: http://www.losev-library.ru, свободный. – Загл. с экрана.
5. Лосев А.Ф. Эстетика конечных числовых структур [электронный ресурс]/ А.Ф. Лосев. История античной эстетики. Ранняя классика. – М.: «Высшая школа», 1963; «АСТ», 2000. – Режим доступа: http://psylib.org.ua, свободный. – Загл. с экрана.
6. Числовая гармония пифагорейцев [электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.px-pict.com, свободный. – Загл. с экрана.
7. Кошкин М. О древних триадах замолвите слово [электронный ресурс]/М. Кошкин// Топос, 2004. – 19 апреля. М.: литературно-философский журнал «Топос», 2008. – Режим доступа: http://topos.ru, свободный. – Загл. с экрана.
8. Бойко П. Философия истории А. Ф. Лосева [электронный ресурс]/ П. Бойко// Totum. – 2004. – 3 марта (№1). – Краснодар: Totum. –

2004. – Режим доступа: http://korfo.kubsu.ru, свободный. – Загл. с экрана.
9. Гусев Д.В. Понятия «лик» и «личность» в контексте философии мифа А.Ф. Лосева [электронный ресурс]/ Смыслы мифа: мифология в истории и культуре. Сборник в честь 90-летия профессора М.И. Шахновича. – Серия «Мыслители». Выпуск №8. – СПб.: Издательство Санкт-Петербургского философского общества, 2001. – Режим доступа: http://www.losev-library.ru, свободный. – Загл. с экрана.
10. Historic.Ru: Всемирная история [электронный ресурс]. – Режим доступа: http://historic.ru, свободный. – Загл. с экрана.
11. Пифагор [электронный ресурс] / История философии в кратком изложении // Пер. с чеш. И. И. Богута. – М.: Мысль, 1995. – Режим доступа: http://www.hrono.ru, свободный. – Загл. с экрана.
12. Татаркевич В. История философии. Античная и средневековая философия [электронный ресурс]. – Пермь: изд-во Пермского университета, 2000. – Режим доступа: http://www.alib.ru, свободный. – Загл. с экрана.
13. Греческий логос глазами А.Ф. Лосева [электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.philosof.onu.edu.ua, свободный. – Загл. с экрана.
14. Развенчивание природы и космоса [электронный ресурс]. - Режим доступа: http://ideabank.narod.ru, свободный. – Загл. с экрана.
15. Лосев А. Ф. История античной философии в концептуальном изложении. – М.: Мысль,1989. – С. 43-68.
16. Лосев А. Ф. Словарь античной философии. – М.,1995. – С. 11-20.
17. Лосев А.Ф. История античной философии. Поздний эллинизм. – М., 1980.
18. Лосев А.Ф. О форме и размерах мира//Вопросы философии. 1996. – № 10.
19. Лосев А.Ф. Очерки античного символизма и мифологии. – М., 1993.
20. Кузнецов Б.Г. Этюды о меганауке. – М., 1982.

В. Т. МАНУЙЛОВ
(КГУ, *Курск*)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ АНТИЧНОЙ МАТЕМАТИКИ*

Резюме

Рассматривается происхождение, место и роль «конструкций» (построений) в античной математике, выявляются онто-гносеологические основания конструктивности античной математики. Выделяются два пути построения математического знания: 1) аксиоматизация, то есть создание аксиоматических теорий, и 2) «конструктивизация», то есть построение математики на основе конструктивных (в различных смыслах) методов. Эти два пути намечаются в античной математике; в дальнейшем они дают начало различным онто-гносеологическим направлениям в философии математики (платонизм и конструктивизм; аналитическая и конструктивная философия математики и т.д.). Конструктивность античной математики заключается: – в наличии среди начал математической теории постулатов, фиксирующих, какие построения требуется допустить в данной теории изначально; – в наличии среди выводных предложений математической теории проблем, которые указывают, какие конструкции могут быть проведены на основании постулатов и аксиом; – в неразрывной связи и взаимозависимости проблем и теорем. Гносеологические основания конструктивности античной математики составляют: – учения Платона, Аристотеля и Прокла о математическом знании как промежуточном (срединном) знании, переводящем познание со ступени мнения на ступень эпистемы; – учение о воображении как познавательной способности, реализуемой в математике; – теория абстракции Аристотеля. Онтологические основания конструктивности античной математики содержатся в учениях Платона, Аристотеля и Прокла о «мыслимой материи».

* * *

Проблема конструктивности играет одну из центральных ролей в той драме дегуманитаризации и гуманитаризации математического и научного знания, которая разыгрывается на протяжении последних двух столетий. Классическая математика, в частности, математический анализ в том виде, который он получил в трудах Ж. Лагранжа, О. Коши, Б. Больцано, К. Вейерштрасса и др., является образцом и критерием приемлемости для всех современных концепций конструктивности математического знания [30, S.5-6]. Однако, современное состояние дел в области оснований математического знания характеризуется распадом единого (в период классической математики) поля теоретизирования на три самостоятельные (самодостаточные) области: собственно математика; философия и методология математики; философия. Самодостаточность этих областей заключается не только в том, что каждая из них стремится оградить себя от вторжения «соседей», но и в построении в

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 08-06-00472-а.

каждой области недостающих частей. Ситуация схематично может быть представлена следующим образом (см. схему 1).

Наука (математика)	[Логика и методология науки (математики)]-1	[Философия науки (математики)]-1
[Наука (математика)]-2	Логика и методология науки (математики)	[Философия науки (математики)]-2
[Наука (математика)]-3	[Логика и методология науки (математики)]-3	Философия науки (математики)

Схема 1

Первая строка схемы 1 представляет слой «собственно математики». Основные «жители» этой области (собственно математики): теории, рассматриваемые как интерпретированные или неинтерпретированные («формальные») исчисления, строящиеся в формальных языках и проверяемые на выполнение определенных семиотических критериев (непротиворечивости, полноты, независимости аксиом и т.д.). Логика и методология этого уровня ([Логика и методология математики]-1) сводится к разработке методов решения логико-семиотических (синтаксических и семантических) проблем (непротиворечивости, полноты, аксиоматизируемости, разрешимости, категоричности и т.д.), возникающих в конкретной работе математиков, причем логико-методологический «органон» этого уровня – математическая логика – рассматривается как специально математическая теория. [Философия математики]-1 (philosophy of mathematics в англоязычной традиции) сводит классические философские (онто-гносеологические) проблемы обоснования научного математического познания к логико-семиотическим проблемам и пытается решить их методами математической логики.

Центральным пунктом второго уровня является *логика и методология научного (в частности, математического) знания*, теория научного знания – эпистемология; в немецкоязычной традиции эта область исследований обозначается термином Wissenschaftstheorie (теория науки). В отличие от [Философии математики]-1 развиваемая на основе Wissenschaftstheorie [Философия математики]-2 проявляет гораздо больший интерес к традиционным философским концепциям научного знания. ««Теория науки» (*Wissenschaftstheorie)* в Германии есть философия науки *(philosophy of science)* в ее широчайшем смысле, включая работы по логике и основаниям научных теорий, концептуальной истории науки, культурной и практической среде и нормативным аспектам как научного, так и технического прогресса. Замечательно, что англо-американская философия науки (*philosophy of science),* представители которой как раз ограничивались в своих занятиях изучением логики науки, вынуждены ныне становиться достаточно терпимыми в своих стремлениях осуществить в достаточной степени то, что охватывается немецкой «теорией науки» *(Wissenschaftstheorie)*» [31, P. ix-x].

Основную часть третьего слоя исследований в области оснований научного и специально математического знания составляют философские (в традиционном понимании) концепции: *философия науки* и, в частности, *математики* Платона, Аристотеля, Лейбница, Канта, Гегеля, Маркса, Хайдеггера и т.д. В каждой из этих концепций складывается собственный «образ» науки и математики, оригинальное понимание ее методов и приемов: [Наука (математика)]-3 и [Логика и методология науки (математики)]-3.

Ситуация «методологического разрыва» опасна тем, что представители трех самодостаточных областей перестают понимать друг друга. Будучи глубоко уверенными в своей непогрешимости, они легко переходят границы своей компетентности и часто дают решения проблем из смежных областей с помощью методов, не применимых для их адекватного решения. Для преодоления этой ситуации «разрыва в духовной культуре» необходима выработка синтетической концепции научного и специально математического знания, в которой были бы синтезированы, приведены в систему, концепции, относящиеся к трем указанным областям теоретизирования. Эта работа может быть выполнена только при условии тесного сотрудничества специалистов, представляющих все области. Плодотворный пример такого сотрудничества дает нам отечественная философско-математическая школа [17].

Применительно к конструктивности математического знания эта ситуация ставит проблему синтеза следующих концепций:

(1) собственно математической конструктивности (в рамках математического знания и его собственных оснований); (2) метатеоретической конструктивности в рамках аналитической и конструктивной философии и методологии науки (эпистемологии; Wissenschaftstheorie); (3) концепций конструктивности в «философии математики» (как традиционной: Платон, Аристотель, Декарт, Лейбниц, Кант, так и современной: Рассел, Витгенштейн, Гуссерль, экзистенциализм, герменевтика и т.д.).

Концепции собственно математической (технической) конструктивности математического знания появляются в основаниях математики в связи с обнаружением парадоксов при теоретико-множественном обосновании математического анализа.

В классическом математическом анализе различают доказательства утверждений, опирающиеся на построение (конструкцию) объектов, существование которых предполагает данное утверждение, и так называемые «чистые доказательства существования» – в которых доказывается существование объектов, удовлетворяющих определенным условиям, без указания процесса построения (или конструкции) объектов. Чистые доказательства существования основаны на применении таких логических средств, как закон исключенного третьего и принцип снятия двойного отрицания, к высказываниям об объектах актуально бесконечных областей. Впервые такие доказательства существования применяются при построении математического анализа, в связи с «арифметизацией анализа». Примером такого способа рассуждения является метод Больцано в классическом анализе (один из фундаментальных методов доказательства теорем анализа) [9, С.79 - 98; 24, С. 8-19].

«Чистые доказательства существования» предполагают локальное определение непрерывности функции действительного переменного в точке [9, С. 82; 24, С. 22]. Отметим, что в данном определении непрерывность, трактуемая ранее в геометрии как интегральное (синтетическое) свойство геометрического объекта – линии (непрерывность как «делимость до бесконечности»; в философии математики Канта непрерывная величина рассматривается как образ, формируемый по трансцендентальной схеме категории качества, в отличие от числа, формируемого по схеме категории количества [12, С. 29-62]), определяется посредством потенциально бесконечной последовательности чисел (т.е. непрерывная линия характеризуется бесконечным набором точек). Таким образом, в классическом математическом анализе постоянно присутствуют два способа понимания непрерывной величины: посредством наглядного геометрического образа непрерывной линии и посредством бесконечных последовательностей действительных чисел, трактуемых как «точки на числовой прямой». Смешение этих двух подходов, апеллирующих или к пространственно-временной интуиции, или к способности мышления по принципам формальной логики, предохраняло классический математический анализ от внутренних противоречий.

Наличие в классической математике «неконструктивностей» не рассматривалось большинством исследователей (за исключением, пожалуй, Кронекера) как недостаток или порочащее обстоятельство вплоть до кризиса теоретико-множественного обоснования математики (на рубеже XIX – XX веков). Возникшие в результате обнаружения противоречий канторовского теоретико-множественного обоснования математики направления в основаниях математики или прямо (интуиционизм, конструктивное направление), или косвенно (формализм, логицизм, аксиоматическая теория множеств) ставят своей задачей конструктивное обоснование математических теорий. Смысл, придаваемый понятию «конструктивное обоснование теории», различный в современных концепциях обоснования математики, определяется, в конечном счете, теми идеализациями, огрублениями, упрощениями, – гносеологическими основаниями [19, С.13; 13], – которые принимает (явно или неявно) данное направление при решении задачи обоснования математической теории.

Конструктивизм в математике традиционно рассматривается как антитеза теоретико-множественному обоснованию математического знания. Канторовское теоретико-множественное обоснование математики, логицизм и аксиоматические теории множеств допускают в качестве важнейших принципов построения объектов математической теории абстракцию абсолютной (логической) осуществимости и связанную с ней абстракцию актуальной бесконечности [18; 13].

Именно в применении в теоретико-множественной математике абстракций абсолютной (логической) осуществимости и абстракцию актуальной бесконечности видит Брауэр источник теоретико-множественных антиномий; как средство для избавления от парадоксов предлагается ограничить в рассуждениях о бесконечных множествах применение классической (аристотелевской) логики таким образом, чтобы исключить «чистые доказательства существования» [18; 25]. В полученной таким образом «интуиционистской» логике доказательство существования некоторого объекта может быть проведено только в том случае, если в предметной области теории имеется «эффективный» метод «построения» данного объекта [6; 25].

Уточнение эффективной процедуры построения с помощью логико-семиотических средств привело к различным математически эквивалентным (в рамках теоретико-множественной системы мышления) понятиям (вычислимая функция, общерекурсивная функция, частично-рекурсивная функция и т.д.). В данном употреблении термин «конструктивность» уместно интерпретировать как «техническая» или «собственно математическая» конструктивность. Когда это понятие конструктивности применяют в основаниях математики (в рамках [Логики и методологии математики]-1) , то ограничения собственно математической конструктивности приобретают статус ограничений синтаксического и семантического характера (типа требований счетной бесконечности алфавита языка теории; примитивной рекурсивности предикатов «быть (правильно построенной) формулой», «быть термом»; частичной рекурсивности предиката «быть теоремой» и т.д.). Так как ограничения собственно математической конструктивности накладываются здесь в метаязыке на правила образования, преобразования, осмысления и истинности теории, рассматриваемой как множество выражений объектного языка, естественно говорить в данном случае о «семиотической» или «метаматематической» конструктивности.

Теории, в которых существующими являются только объекты, которые могут быть построены с помощью «эффективных» методов (нормальных алгорифмов А.А. Маркова, исчислений П. Лоренцена, машин Тьюринга или Поста, λ-конверсий Черча и т.д.), Гейтинг называет «конструктивными», а теории, в которых «построяемые» объекты составляют лишь подкласс существующих объектов, он характеризует как «теории конструктивного» [33, P. 69-71]. «Конструктивными» являются теории, обосновываемые в интуиционистском, узко- и ширококонструктивном направлениях в основаниях математики (в рамках [Логики и методологии математики]-1); «теории конструктивного» рассматриваются в канторовской «наивной» теории множеств, в аксиоматических теориях множеств.

На основе логико-методологических концепций первого уровня теоретизирования складываются различные концепции [Философии математики]-1. Важнейшими из них являются логический реализм, не совсем удачно названный платонизмом, и конструктивизм.

Как отмечает А. Брайткопф, конструктивизм в основаниях математики (в широком смысле) и логический реализм (платонизм) отличаются концепциями *онтологического* статуса логических и математических сущностей (натуральных чисел, функций, множеств, понятий, высказываний и т.д.) [30, S.13-14]. Логический реализм признает независимое от мышления человека и его возможных методов познания существование этих объектов. Посылка *транзиентной* реальности математических объектов может быть обоснована различным образом; согласно Г. Фреге она есть допущение объективности логических и математических суждений; по К. Геделю она, напротив, обосновывается тем, что только на ее основании возможна адекватная систематизация математического познания [30, S.9].

Операциональное (конструктивное) значение тезиса логического реализма для обоснования логики и математики состоит, прежде всего, в том, что из посылки независимого существования математических объектов логически выводятся такие свойства объектов, которые «не могут быть приписаны им на основе чисто *имманентного* существования. *Истинностная определенность* каждого осмысленного математического предложения и *tertium non datur* для *импредикативно определенных понятий* суть важнейшие примеры таких свойств» [30, S.9].

Конструктивизм в философии математики, прежде всего, характеризуется тем, что он устраняет это применение тезиса логического реализма (истинность которого, впрочем, объявляется неразрешимой проблемой) и требует обоснования математики независимо от онтологических предпосылок. Конструктивизм, однако, может быть связан с онтологическим тезисом, гласящим, что действительно существуют только имманентно данные объекты [30, S.9].

Вместе с тем, указанным различением конструктивизм не определяется ни полностью, ни достаточным образом. Различные точки зрения на то, в чем состоит внутренняя (имманентная) реальность математических объектов, имеет следствием возникновение не редуцируемых друг к другу вариантов конструктивизма. «Важнейшие концепции, исходящие из всеобщего конструктивного подхода, суть предикативистский подход, интуиционизм и финитизм» [30, S.9]; в дальнейшем к ним добавляются узко- и широко-конструктивное направления [10].

При выявлении идеализаций, принимаемых платонистом в его концепции математической деятельности, П. Бернайс [36] выделяет два принципа, характеризующие платонистскую концепцию математической деятельности: *принцип единства* и *принцип аналогии, сходства.*

Платонист использует *принцип единства*, производя новые математические сущности посредством абстрагирования или собирания отдельных индивидов. *Принцип единства* позволяет платонисту считать вновь вводимую сущность математическим объектом, отделенным от субъекта математики и независимым математически от процесса, посредством которого он был введен. Множество натуральных чисел, множество функций действительного переменного, множество решений определенного уравнения, – это некоторые математические сущности с таким же объективным существованием, как и конкретные вещи. Некоторые люди – или даже все человечество – могут не знать всех свойств этих вещей или могут не иметь никаких указаний относительно того, являются ли некоторые из этих множеств пустыми или нет; однако, с точки зрения платониста это характеризует человечество, но не математику. При формализации «наивной» теории множеств принцип единства находит свое выражение в *аксиом(ной схем)е свертывания* [26, С.172]:

$$(\ )(Ey)(Ax)[x \in y \equiv F(x)],$$

где: ‘*F(x)*’ представляет собой любую ППФ, свободную относительно ‘*x*’ и не содержащую свободно ‘*y*’, а стоящая в начале пара круглых скобок заменяет цепочку кванторов всеобщности, связывающих все остальные свободные переменные формулы ‘*F(x)*’; символы ‘*(Ey)*’ и *‘(Ax)’* обозначают кванторы существования и общности соответственно.

Второй принцип – *принцип аналогии* – позволяет математику обращаться с новыми сущностями как с простыми единицами, то есть аналогично тому, как он может действовать с конкретными осязаемыми объектами. Более точно, принцип аналогии позволяет математику манипулировать представителями этих объектов в прямой аналогии со способом манипулирования представителями конечных объектов. Именно поэтому П. Бернайс называет теорию математики, основанную на этом принципе, «комбинаторной» [36, P. 128-130].

Принцип единства позволяет математику ввести множество натуральных чисел как единичный математический объект. Но именно благодаря принципу аналогии математик имеет возможность обращаться с этим объектом так, как если бы он имел дело с некоторым конечным и, следовательно, разрешимым набором объектов; в теоретико-множественной арифметике – как если бы он имел дело с индивидуальным числом.

Принцип аналогии имеет в качестве непосредственного следствия неограниченную применимость закона исключенного третьего в рассуждениях о бесконечных предметных областях. Согласно этому следствию, мы можем рассматривать каждое из высказываний: «имеется бесконечно много пар близнецов среди простых чисел», «имеется пункт в десятичном разложении числа **π**, после которого следует набор цифр из семи семерок» и т.д. или как истинное, или как ложное. К. Поузи называет это следствие *принципом актуализированных возможностей* [36, P. 129], так как платонист действительно утверждает, что возможность установления истинностного значения предложения равносильна установлению его. Поузи подчеркивает, что в данной формулировке термин «возможность» не может быть точно определен по двум основаниям. Во-первых, последовательный платонист не имеет никаких канонических аксиом или понятийных определений относительно того, что он может доказать как непротиворечивое, а что не может; поэтому характеристика возможности в терминах непротиворечивости оказывается неуместной. Во-вторых, если высказывания в вышеприведенном примере оказываются фактически ложными, что не исключается платонистской концепцией, то в каждом случае неясными оказываются две претензии: трудно обосновать претензию на то, что данное фактически ложное высказывание является истинным в возможности, и, аналогично, претензию на то, что его истинностное значение может быть определено в возможности.

Но неопределенность возможности не мешает платонисту, так как указанное выше следствие свидетельствует о том, что понятие возможности попросту неуместно для платониста. Принцип аналогии позволяет ему рассматривать множество натуральных чисел или десятичное разложение числа π, как если бы они были развернуты неким всезнающим обозревателем, который может ответить на все вопросы посредством простого перебора (обозрения, просмотра) всей бесконечной совокупности. Такой обозреватель (идеализированный субъект, в нашей терминологии) не должен быть актуально всезнающим; он должен быть в состоянии сделать бесконечно много простых наблюдений или вычислений, – или иметь достаточно времени, чтобы сделать это, плюс один момент для наблюдения результата. В известном смысле платонист рассматривает математику как деятельность такого обозревателя (наблюдателя). Образ этого обозревателя позволил Брауэру и другим конструктивистам характеризовать платонистов как людей, верящих в «разрешимость всех проблем». Но такая оценка является ошибочной, так как указанное выше следствие принципа аналогии свидетельствует, что вопросы истинности и доказуемости для платониста являются полностью неуместными. «Понятие знания не имеет никакого статуса в математике платониста, а доказуемость занимает лишь второстепенное положение» [36, P. 130].

«Приравнивание принципа разрешимости математических проблем логическому принципу исключенного третьего (tertium non datur), которое Л. Брауэр постулирует как чистый «результат сознания» («reine Besinnungsergebnisse»), содержащий неоспоримый элемент и с необходимостью вынужденно признаваемый каждым, кто его однажды понял, не является с точки зрения логического реализма (платонизма) ни в коем случае непосредственно очевидным. Наоборот, с этой точки зрения в данном случае речь идет о принципах с различным теоретическим статусом. *Tertium non datur* есть теоретический постулат, «закон истинного бытия» («Gesetz des Wahrseins») в терминах логической теории Г. Фреге; принцип разрешимости каждой математической теории, напротив, есть метатеоретический принцип. *Tertium non datur* есть онтологически обоснованное суждение о характеристике области математических высказываний (Г. Фреге обосновывает *tertium non datur* с помощью онтологического *постулата существования*); он утверждает, что или само высказывание $\boldsymbol{p}$, или его формальное отрицание $\neg\boldsymbol{p}$, есть некоторый факт (eine Tatsache); так как каждое осмысленное математическое предложение выражает математическое высказывание, оно поэтому в себе или истинное, или ложное. В противоположность принципу разрешимости каждой математической проблемы, tertium *non datur* является вовсе не математической проблемой, но истиной *a priori* о структуре предмета математики, которой должно руководствоваться каждое математической исследование. Принцип же разрешимости математических проблем относится к теоретико-познавательной проблеме возможности познания истинности высказывания. Представитель логического реализма, таким образом, мог бы указать Брауэру, что его фундаментальный принцип основан на путанице, на ошибочном смешении вопросов о предмете математики и о процессе познания человеческого духа. Брауэр мог бы возразить, что здесь действительно нет различий. Тем самым проблема применимости *tertium non datur* сводится к противоположности онтологических позиций, которая не может быть устранена посредством логических аргументов» [30, S. 13-14] (подчеркнуто мной — *В.М.*).

Подробный анализ позиций платониста и конструктивиста показывает, что эти позиции вовсе не составляют подлинно философскую (в традиционном понимании) альтернативу, так как спор ведется с помощью логических (в смысле [Логики и методологии математики]-1) аргументов, а предмет спора относится к области философских проблем. Последовательное распространение аргументации участников спора на область традиционной философии неизбежно приводит к философски несостоятельным выводам. Позиция платониста ведет к вере в предустановленную гармонию и абсолютную истину, позиция конструктивиста ведет к «методологическому солипсизму» Брауэра или к абсолютному релятивизму радикального конструктивизма [20; 21].

На уровне [Логики и методологии математики]-2 на основе оперативной логики и математики П. Лоренцена сложились две концепции математического и научного знания: аналитическая [Философия математики]-2 (analytische Wissenschaftstheorie der Mathematik) и основанная на ней аналитическая [Философии науки]-2 (analytische Wissenschaftstheorie), противопоставляемая в современной литературе конструктивной [Философии математики]-2 (konstruktive Wissenschaftstheorie der Mathematik) и конструктивной [Философии науки]-2 (konstruktive Wissenschaftstheorie) [37;34]. Метод аналитической философии науки характеризуется как «исследование» или «путь (метод) исследования» («die Forschung» [37] и «the way of research» [34, P. 3-18]) в противоположность методу конструктивной философии науки (konstruktive Wissenschaftstheorie), характеризуемому как «представление» или «путь (метод) представления» («die Vorstellung» [37] и «the way of representation» [34, P.3-18]). К. Лоренц использует для различения двух этих методов термины: «теория мета-компетенции» (theory of meta-competence) – для первого метода, и «теория объект-компетенции» (theory of object-competence) – для второго. Теория мета-компетенции рассматривает знание посредством обеспечения истинности предложений об объектах; это знание есть результат следования директиве: «быть рациональным». Теория объект-компетенции предполагает получение знания только посредством представлений об объекте, т.е. объект-компетенция предполагает обязательное наличие объекта знания; метакомпетенция есть знание посредством описания, оно получается преимущественно в отсутствие объекта [34, P. 4]. К. Лоренц отмечает сходство своей концепции с идеями Б. Рассела о «знании посредством описания» (knowledge by description) и «знании посредством знакомства» (knowledge by acquaintance) [34, P.4]. Платонистская точка зрения является как раз примером теории мета-компетенции или «знания посредством описания»; грубо говоря, платонист рассматривает роль математика скорее как исследовательскую, чем как творящую, в то время как конструктивная точка зрения с необходимостью предполагает конструирование и реконструирование объекта в процессе получения знания.

В отличие от концепций первого уровня [Логика и методология науки (математики)]-2 и [Философия науки (математики)]-2 устанавливают довольно прочные связи с классическими философиями науки и математики. Так к представителям аналитической философии науки относят таких мыслителей как Фреге, Карнап (и весь «Венский кружок»), Поппер, Кун, Фейерабенд, Штегмюллер, Гильберт, Тарский, Куайн и др.; в качестве предшественников этого направления называют философские системы классического рационализма (Декарт, Спиноза, Лейбниц); считается, что это направление тяготеет к «техницистской» концепции обоснования математики, согласно которой обоснование математики – дело рук самих математиков. Конструктивная философия науки в лице представителей «немецкого конструктивизма» (П. Лоренцен, К. Лоренц, А. Камла и др.) видит своих предшественников в философских системах Канта («дедушка немецкого конструктивизма»), Гуссерля, Дильтея, Хайдеггера, в концепциях философии науки Витгенштейна, Динглера, а в области социального знания считают своими предшественниками К. Маркса и М. Вебера.. Именно вторая концепция философии математики акцентирует внимание на гуманитарной (в современном смысле слова) компоненте математического знания.

Наконец, на третьем уровне теоретизирования главная роль отводится классическим философским концепциям научного и специально математического знания. Философия и математика на всем протяжении существования европейской культуры рассматривались как важнейшие области теоретизирования, взаимосвязь и взаимовлияние которых во многом определяли и определяют состояние духовной культуры общества.

Как и подавляющее большинство проблем философии математики, проблема конструктивности восходит к античной математике. Сам термин «конструкция» (constructio) является латинским переводом греческого термина «κατασκευή» — «строение», «постройка»; так древнегреческие математики называли ступень в доказательстве математических предложений, на которой в чертеж вводятся «дополнительные построения» [14]. «Греческо-английский словарь» Г. Дж. Лиддла и Р. Скотта [38, P.911-912] указывает такие значения термина: «κατασκευ-άζω»: “… 3. *construct, build* …7. in argument, *maintain, prove* ,… κ. τώ λόγω *establish* a proposition by reasoning 8. in Logic, *construct* a positive argument, opp. ἀναιρέω, ἀνασκευάζω (of negative arguments), Arist.… κ. τών ἀριθμών ἰδέαν *construct, postulate,* Arist. 9. Geom., *construct,… solve by a construction,* πρόβλημα Papp…” и термина «κατασκευ-άστρια»: “… V. in Logic, *constructive reasoning*,… VII. Geom. *construction*, …; κ. ὀργανική *solution by* mechanical *construction*, Papp….” Из словаря видно, что термин «κατασκευή» и производные от него встречается в текстах по логике и геометрии в смыслах: «строить, построить», «утверждать, доказывать», «обосновать суждение посредством рассуждения (доказательства)», « построить положительное (позитивное) доказательство», «построить, постулировать», «построить, решить построением (задачу, проблему)»; а также: «конструктивное рассуждение (доказательство)», «построение, решение (задачи, проблемы) посредством (механического, инструментального) построения». Во всех этих смыслах находит выражение отличительная черта геометрического теоретического рассуждения: обязательное наличие в нем построения. «Исторический словарь философии» [39, S.1009-1019] указывает для немецкоязычного термина «Konstruktion» (от латинского constructio) греческие аналоги, среди которых, кроме уже указанного термина «κατασκευή», содержатся термины «γένεσις», «σύστημα», «σύνταξις», «σύνταγμα». Словарь отмечает, что «латинское «constructio» появляется в первый раз в первом веке до н. э. у Цицерона как риторический технический термин и означает соединение и разделение отдельных слов в предложении в смысле «concinnitas» или «constructio verborum». Однако идея конструкции использовалась греками гораздо раньше. Из того факта, что греки использовали при математических проблемах то, что они называли «геометрической конструкцией», гораздо чаще, чем это имеет место сегодня, даже если это не приносило практической пользы, Г.Г. Цейтен сделал вывод, что конструкция «была теоретическим средством, средством для расширения познания». Это теоретическое понимание конструкции как доказательства существования прослеживается вплоть до математической школы Евдокса, которая в споре с философской школой Платона о значении «теоремы» и «проблемы» защищала тезис, что существование математического предмета не дано уже «на веки вечные», но впервые возникает при построении. Такая точка зрения встречается позднее в «Началах» Евклида, где для существования некоторой фигуры требуется ее построение, у Посейдония, Карппоса и математика Паппа» [39, S. 1009-1019]. Аналогичной точки зрения придерживается и Д.Д. Мордухай-Болтовской: «… Для Евклида в геометрии существует только то, что может быть *построено,* для Лежандра то, что может быть *вычислено,* для математиков-логистов то, что *не содержит противоречий*» [16, С. 211]. Этой позиции он придерживается и в других местах: «…*Евклид признавал существование только тех объектов, которые могут быть построены…*» [15, С.227]; «…Евклид геометрическим объектам вовсе не приписывает идеального существования. Доказывающий какую-либо теорему сам вызывал к существованию геометрическую фигуру, с какового момента она и начинала свое существование...» [15, С. 230]. Однако, по отношению к позиции Г.Г. Цейтена Д.Д. Мордухай-Болтовской высказывается гораздо осторожнее. «На первый взгляд может показаться, что если Аристотель и Евклид не могли бы признать *наложение с переносом идеального треугольника,* то такая операция могла бы оказаться во вкусе Платона, объективировавшего идеи и геометрические формы. Видимо, Цейтен так и думает. Он говорит, что математические истины древним представлялись или как *теоремы,* или как *проблемы.* Первая точка зрения поддерживалась последователями Платона, думавшими, что проблема только устанавливает то, что уже предварительно существовало, независимо от того факта, строится оно или нет, более того, построить что-либо, например, разносторонний треугольник, можно только потому, что идея *равностороннего* треугольника имеет существование, предваряющее всякое построение.

Вторая точка зрения у учеников Евдокса; для них существенное – обнаружение истины построением.

В «Началах» Евклида Цейтен видит примирение этих точек зрения. Но для того, чтобы Платон и его ученики понимали геометрию так, как понимал ее, например, Декарт, для этого мало ему было признать идеальное существование геометрических фигур в каком-то другом мире (τοποξ νοητοξ), [в] том мире, бледным отражением или тенью которого является настоящий. Необходимо было признать их в этом мире, в самих вещах. При методе наложения переносится не платоновский идеальный треугольник из другого мира, а на *этот,* первый *тот* второй треугольник и не материальный, а идеальный, который, так сказать, живет в первом» [15, С. 232].

Что понимают под построением в античной математике, разъясняется Проклом [22]. «Далее, то, что следует за началами, делится на проблемы и теоремы, причем первые охватывают *возникновение* фигур, их *деление, отнятия* и *прибавления* и вообще все те *операции*, которые с ними *производятся,* а вторые *указывают* для каждой данной фигуры ее *существенные свойства*» [22, С.183] (выделено мною – *В. М.*). То есть конструкции или «рациональные построения» (так переводит Ю.А. Шичалин термин «λογος» [22]) существенно связаны с различными действиями над геометрическими объектами, и по роли конструкций при обосновании предложений геометрической теории последние делятся на проблемы и теоремы. «А именно, подобно тому, как практические занятия причастны научному рассмотрению, таким же именно образом теоретические дисциплины включают в себя проблемы наподобие практической деятельности. Но уже некоторые из древних считали, что все следует называть теоремами (таковы приверженцы СПЕВСИППА и АМФИНОМА), потому что, по их мнению, теоретическим наукам больше подходит название теорем, нежели проблем, в особенности, когда они рассуждают о вечном. И поскольку в области вечного нет возникновения, там не может иметь место и проблема, провоцирующая возникновение и создание того, что прежде не существовало, например, построение равностороннего треугольника, или чертеж квадрата на данной прямой, или проведение прямой к данной точке. Поэтому они предпочитают говорить, что все это — существует (в переводе А.В. Родина – «все это [проблемы и теоремы] – одно и то же» [23]), а возникновение этого мы рассматриваем не практически, а познавательно, беря как возникающее — вечно сущее; поэтому мы и должны говорить, что все берется в качестве теорем, а не в качестве проблем. Но другие, напротив, считают правильным все называть проблемами, а не теоремами (таковы математики круга МЕНЕХМА), причем само выдвижение проблем, по их мнению, двояко: когда находится искомое, и когда, получив нечто определенное, мы смотрим, чем оно является, или каково оно, или какая операция с ним произведена, или в каком отношении оно находится к другому. И нужно сказать, что и те, и другие правы: и сторонники СПЕВСИППА — потому что проблемы геометрии отличаются от проблем, например, механики; и сторонники МЕНЕХМА — потому что исследование теорем невозможно без *перехода в материю*. Однако я разумею *материю умопостигаемую*; и когда, переходя в нее, рациональные построения придают ей форму, уместно говорить о возникновении, потому что мы называем возникновением фигур в воображении и проведением операций над ними движение нашей мысли и выявление находящихся в ней рациональных построений. Именно в воображении производятся построения, рассечения, помещение одного в другом, совмещения плоскостей, прибавления и отнятия, тогда как в мысли все это пребывает неподвижно без возникновения и какой бы то ни было перемены» [22, С.183-185] (курсив мой – *В.М.*). Таким образом, единство математической конструкции и логической дедукции, составляющее с точки зрения Г. Вейля существенную черту математического способа мышления [3, С.6-24], в античной математике проявляется в единстве проблем и теорем. Вместе с тем, следует отметить, что в данном отрывке Прокл при обсуждении *логико-методологической проблемы* соотношения проблемы и теоремы в структуре математического знания использует термины, относящиеся к уровню *философии математики*: «умопостигаемая материя», «рациональные построения», «воображение».

«Таким образом, в геометрии есть и проблемы и теоремы, но в силу того, что преобладающим здесь является *созерцание* (как в механике преобладает практика), то здесь даже все *проблемы* причастны *умозрению*, но не наоборот, потому что доказательства в целом являются результатом умозрения, а все то в геометрии, что следует за началами, получается посредством доказательства, так что *теоремы являются более общим*. И не все теоремы нуждаются в проблемах, но есть и такие, которые из самих себя получают доказательство искомого. Но те, кто отделяет теорему от проблемы, утверждают, что если всякая проблема допускает как каждый из предикатов свойственной ей материи, так и противоположный, то всякая теорема хотя и допускает сам предикат, не допускает противоположного. Их материей я называю тот род, который исследуется, например, треугольник, четырехугольник или круг, а предицируемым признаком — существенный признак, например, равное, или деление, или положение, или что-либо другое в том же роде. Поэтому когда предлагается вписать равносторонний треугольник в круг, то речь идет о *проблеме*, потому что можно вписать и неравносторонний; и точно так же, когда нужно построить равносторонний треугольник на данной прямой определенной длины, это тоже проблема, потому что можно построить и неравносторонний. Но когда выдвигается положение, что углы, лежащие у основания равнобедренного треугольника, равны, следует говорить о *теореме*, потому что не могут быть неравными углы, лежащие у основания равнобедренного треугольника. Поэтому если предложить в виде проблемы построить в полукруге угол, равный прямому, значит показать свою неосведомленность в геометрии, потому что всякий угол в полукруге равен прямому. Итак, то, *чему свойствен общий признак, причем он сопутствует всей материи*, — то следует называть *теоремой*, а *когда признак не всеобщий и не обязательно сопутствует данному подлежащему*, — в таком случае это нужно считать *проблемой*. Например, разделить пополам прямую определенной длины — можно разделить и на неравные части; разделить пополам любой угол, равный прямому — возможно деление и на неравные углы; на данной прямой начертить четырехугольник — можно и не четырехугольник; и все такого рода следует поместить в разряд проблем» [22, С.187-189] (курсив мой – *В.М.*). В этом отрывке Прокл указывает один из признаков, по которому теорема отличается от проблемы: *общность признака, предицируемого в предложении субъекту.*

«Однако круг ЗЕНОДОТА, принимающего учение ЭНОПИДА, но учившегося у АНДРОНА, отличает теорему от проблемы на том основании, что *теорема исследует, каков признак соответствующей ей материи*, а *проблема исследует, чем нечто является при наличии такого-то условия*. Исходя из этого последователи ПОСИДОНИЯ определяют *теорему* как предложение, в соответствии с которым *исследуется, существует нечто или нет*; а *проблему* — как предложение, *в котором исследуется, чем нечто является и каково оно*; при этом они утверждали, что *теорему следует строить как утвердительное высказывание*, (например, сумма двух сторон треугольника больше третьей; или: углы, прилегающие к основанию равнобедренного треугольника, равны), а *проблему — в качестве вопроса*, например: можно ли на данной прямой построить треугольник? Ведь не одно и то же исследовать просто и без дополнительных ограничений, можно ли из данной точки провести к данной прямой прямую под прямым углом, или же рассматривать, что такое перпендикуляр» [22, С.183-185] (курсив мой – *В.М.*).

В этом отрывке Прокл приводит другое основание различения проблемы и теоремы: в теореме исследуется, «существует нечто или нет», а в проблеме – «чем нечто является и каково оно». Но такое понимание роли конструкций в математическом рассуждении, как считает А.В. Родин, прямо противоположно концепции Цейтена. «Цейтен, находясь под влиянием бурной дискуссии по вопросу о "математическом существовании" и развития конструктивных направлений в математике, имевших место в первой четверти XX столетия, предположил, что геометрические построения циркулем и линейкой, производимые Евклидом в "проблемах", решают вопрос о *существовании* строемых объектов: прямая и круг предполагаются существующими, так как в постулатах 1-3 постулирована возможность их построения, а все остальные геометрические объекты можно считать существующими, только если они будут построены циркулем и линейкой; только построив геометрический объект, можно что-либо утверждать и доказывать относительно этого объекта, так как только в этом случае можно считать, что мы говорим о чем-то существующем. [Ссылка на работу: Цейтен Г.Г. История математики в древности в средние века. – М.-Л.: ГОНТИ НКТП Ред. техн. - теор. лит-ры, 1932, страница 71: «Основное значение геометрического построения заключается в доказательстве реального существования того самого объекта, к нахождению которого приводит это построение» (во втором издании 1938 года – С. 70)]. Почему именно циркуль и линейка (и соответственно прямая и круг) играют тут особую роль, Цейтен не объяснил» [23, С.166].

Опираясь на текст Прокла, Родин далее опровергает «гипотезу Цейтена». Для нас важно, что такое опровержение делается на основе рассмотрения онто-гносеологических оснований античной математики, содержащихся в философии математики Платона и Аристотеля и изложенных явно в работе Прокла. Таким образом, «гипотеза Цейтена» может рассматриваться как относящаяся к [Философии математики]-1, которая и складывается в период «бурной дискуссии по вопросу о "математическом существовании" и развития конструктивных направлений в математике, имевших место в первой четверти XX столетия».

Между тем Родин выделяет в рассуждениях Прокла три части: Прокл говорит «один раз "от первого лица", второй – ссылаясь на неких обобщенных деятелей, "отделяющих теоремы от проблем", и третий – точно указывая на источник (Зенодот, Посидоний)» [23, С.166]. В авторизованном переводе Родина первое рассуждение Прокла выглядит следующим образом: «1."...то, что [следует] после начал, делится на проблемы и теоремы: первые охватывают возникновения фигур, деления, отнятия и прибавления и [вообще] все претерпевания (παθήματα) возникающих [геометрических объектов], а вторые проясняют присоединенные сами по себе (καθ̓ αὑτά συμβεβηκότα) к каждому [геометрическому объекту свойства]"». Здесь Родин использует термин из аристотелевской эпистемологии, который он переводит как «присоединенные сами по себе». Согласно реконструированной Родиным эпистемологии Аристотеля в математических определениях фиксируются существенные свойства математических объектов, то есть свойства, присущие им «самим по себе», а в теоремах математическим предметам приписываются необходимые свойства, то есть «присоединенные свойства», но в отличие от случайно присоединенных свойств, присоединенные посредством доказательства – «присоединенные сами по себе» свойства.

Далее Родин приводит отрывок из работы Прокла в авторизованном переводе: «...так же как практические занятия причастны теории эпистем, теоретические дисциплины допускают в себя проблемы в качестве [чего-то] аналогичного практике», и комментирует этот отрывок как заставляющий усомниться в «гипотезе Цейтена». «То, что геометрические построения являются своего рода практикой внутри теории, интуитивно кажется понятным: производя геометрические построения, мы нечто "делаем", и даже оперируем реальными чертежными инструментами, хотя и понимаем, что теоретическое значение имеют для нас не практические построения на бумаге, но некие идеальные построения. … Однако уже теперь мы можем усомниться в гипотезе Цейтена, вспомнив о том, что согласно Платону, которому Прокл в этом вопросе конечно же следует, именно теоретическая мысль имеет дело с бытием, тогда как практические действия имеют своим предметом "становление" (*γένεσις* – возникновение), которое только стремится стать бытием. Если иметь в виду платоновское противопоставление "бытие – становление", то приведенные выше слова Прокла о том, что "проблемы... охватывают возникновение фигур", которые, как казалось, подтверждают гипотезу Цейтена, окажутся направленными против этой гипотезы, так как Прокл говорит здесь именно о возникновении, а не о существовании фигур. Если пытаться устанавливать свойства геометрических объектов, предположив их существование, то, с одной стороны, можно сказать, что мы таким образом будем иметь дело только с существующим, т.е. заниматься "чистой теорией", а с другой стороны, мы, таким образом, вообще не будем касаться *вопроса* о существовании математических объектов, с которыми мы имеем дело. Как передает Прокл, такой подход существовал уже в античности (ссылка на текст Прокла, где идет речь о «людях из окружения Свевсиппа и Амфинома», которые пытались «все [т.е. и проблемы и теоремы] называть теоремами …, руководствуясь тем, что эпистемам более свойственно название теорем, чем проблем, поскольку они рассуждают о вечных [вещах], а у вечных [вещей] нет возникновения. Поэтому [рассуждают они] там не имеют места проблемы, требующие возникновения и создания того, чего первоначально нет, например построения равностороннего треугольника... Таким образом, они предпочитают говорить, что все это [проблемы и теоремы] - одно и то же, а возникновение там берется не практически (ποιητικῶς), но познавательно (γνωστικῶς), т.е. вечно сущие [вещи] берутся так, как если бы они были возникшими»). В этом смысле можно сказать, что именно "возникновение" ставит и решает вопрос о существовании геометрических объектов, и, таким образом, с указанными поправками оправдать гипотезу Цейтена» [23, С.167]. В примечании к данному отрывку Родин указывает на родство точек зрения «людей из окружения Свевсиппа и Амфинома» и «платонизма» в смысле [Философии математики]-1: «Френкель и Бар-Хиллел (ссылка на работу [26]) впервые назвали такой подход "платонистским", имея при этом в виду вульгарные дуалистические трактовки Платона и справедливо сомневаясь, был ли в указанном смысле "платонистом сам Платон". К сожалению, этот термин был некритически усвоен и получил широкое хождение в философско-математической литературе, где он, как правило, употребляется безо всяких оговорок» [23, С.167].

Далее Родин продолжает анализ текста Прокла. «Однако, если в результате геометрических построений, т.е. при решении проблем, мы получаем существующие геометрические объекты, то вообще неясно, что же остается на долю теорем. Если мы обнаруживаем у построенного объекта некоторое неизвестное нам ранее свойство, мы вправе сомневаться, имеем ли мы дело с тем самым объектом, который мы собирались построить. Последовательно *конструктивистская* точка зрения состоит в том, чтобы вообще элиминировать теоремы и свести все к проблемам. О том, что такая точка зрения в свою очередь высказывалась в античности, нам также сообщает Прокл [при изложении точки зрения математиков из окружения Менехма, которые «считают правильным все [и проблемы и теоремы] называть проблемами, а не теоремами»]. При таком подходе вообще всякий математический вопрос становится вопросом о существовании (или "возникновении"), исчезает различие между проблемами и теоремами, и гипотеза Цейтена теряет смысл. Итак, невозможно отдельно устанавливать существование геометрических объектов, и отдельно устанавливать их свойства. Впрочем защищая гипотезу Цейтена, можно сказать, что эти вещи и не существуют в античной геометрии отдельно, так как доказательства и построения в ней тесно переплетены и требуют друг друга» (курсив мой – *В. М.*).

Итак, в первом рассуждении о различении проблем и теорем Прокл вскрывает две точки зрения, распространенные среди античных математиков. Согласно одной точке зрения (Свевсипп, Амфином) всякое геометрическое положение есть теорема, а согласно противоположной точке зрения (школа Менехма) всякое геометрическое предложение есть проблема. Какой же позиции придерживается Прокл?

«По поводу этих двух точек зрения на природу геометрического исследования Прокл говорит: «...и те и другие говорят правильно - и последователи Свевсиппа [т.е. "платонисты"], поскольку геометрические проблемы отличаются, например, от механических, ибо последние [в противоположность первым] связаны с чувственно воспринимаемым возникновением и всяческим изменением, – и последователи Менехма [т.е. "конструктивисты"], поскольку теоремы не получаются без перехода в материю». Итак, Прокл все же настаивает на двойственной природе геометрии, которая причастна как бытию, что обнаруживается при доказательстве теорем, так и становлению (и значит – материи), что обнаруживается при решении проблем. Выше, мы уже говорили о двойственной природе математики, в которой Прокл различает воображение и рассудок и которая связана со "срединным" положением математики "между бытием и становлением": рассудок тяготеет к разуму и бытию, а воображение – к мнению и становлению. Здесь мы добавим, что рассудок относится к "бытийной" части геометрии и, следовательно, к аксиомам и теоремам, а воображение – к "становительной" части геометрии и, следовательно, к постулатам и проблемам. Еще раз подчеркнем, что всякое конкретное выделение этих двух частей геометрии всегда остается условным: говоря так, мы не имеем в виду, что деление геометрии на "бытийную" и "становительную" части неопределенно и размыто, но имеем в виду, что такое деление является отвлеченным по отношению к математике и должно только с известной дистанцией применяться к конкретным математическим реалиям» [23, С.169].

Наконец, третий способ различения проблемы и теоремы у Прокла, согласно Родину, «*формально противоречит* гипотезе Цейтена» [23, С.170].

«3. «Люди из окружения Зенодота... отличают теорему от проблемы следующим образом: теорема исследует *что* есть (τί ἔστι) свойство (σύμπτωμα) утверждаемое о ее материи, а проблема исследует *что* есть некоторое сущее (τὶνος ὄντως τί ’ ἔστιν). Исходя из этого, люди из окружения Посидония определяют теорему как предложение, в котором исследуется, существует [нечто] или не существует; а проблему – как предложение, в котором исследуется *что* есть [нечто] и каково [оно]. При этом они говорили, что теорема должна оформляться как утверждение, например, "два угла всякого треугольника [вместе] больше третьего"... а проблема как вопрос [например] "можно ли (εἰ ἔστιν) на данной прямой построить [равносторонний?] треугольник?" Ведь не одно и то же - спрашивать просто и неопределенно (ἁπλῶσ καὶἀόριστος), можно ли из данной точки опустить перпендикуляр на данную прямую, и рассматривать теоретически (θεωρειίν), *что* есть перпендикуляр».

Оказывается, что не в проблемах, как получается по Цейтену, а, наоборот, в теоремах выясняется "существует нечто или нет" и не в теоремах, а в проблемах выясняется "чем нечто является и каково оно", т.е. выясняются свойства геометрических объектов. О том, что с точки зрения эпистемологии Аристотеля именно теоремы должны решать вопрос о существовании, мы уже говорили при разборе первого способа различения проблем и теорем. Остается понять, почему проблема, а значит построение, решает вопрос о том, "что есть нечто и каково оно", т.е. вопрос, на который, вообще говоря, отвечает определение. В рамках аристотелевской эпистемологии аналогию между геометрическими построениями и определениями легко продолжить: так же как в аристотелевской эпистемологии рассматриваются первичные определения, не требующие доказательства существования определяемого объекта, и вторичные (диэретические) определения, требующие такого доказательства, так и у Евклида имеются первичные построения, задаваемые постулатами и не требующие доказательств, тогда как всякое иное построение требует доказательства, что построено именно то, что требовалось. Если первичные построения задаются постулатами, то всякое иное построение представляет собой содержание некоторой проблемы. Чтобы говорить точнее, нужно вести здесь речь не об аналогии – ведь определения имеются у Евклида наряду с построениями – но о том, что геометрическое построение есть своего рода разворачивание определения в геометрической материи (воображении). Однако такое разворачивание есть *становление* – уже постольку, поскольку оно осуществляется в материи – и неверно говорить, что оно начинает и заканчивает для строемого геометрического объекта его переход от небытия к бытию, как это получается у Цейтена. На самом деле, становление есть *процесс* этого перехода, но чтобы смотреть на него как на законченный, необходимо, отвлекшись от материи, встать на "вневременную" точку зрения – именно это делает доказательство. Каким именно образом доказательство отвлекается от геометрической материи, Прокл показывает на простом примере: опустить перпендикуляр из *данной* точки на *данную* прямую – это проблема; доказанное утверждение о перпендикуляре *вообще,* перпендикуляре как *таковом,* отдельном от материи, – это теорема» [23, С.170-171].

Родин здесь поясняет: «Нас не должно смущать, что Прокл говорит здесь о "теоретическом исследовании того, *что такое* перпендикуляр" как о теореме, хотя выше в рамках того же подхода он говорил о том, что на вопрос "что есть нечто и каково оно" отвечает проблема. Доказательство, так же как и определение, в конечном счете проясняет чтойность вещи, и таким образом опосредованно отвечает на вопрос "что она есть", хотя непосредственно доказательство отвечает на вопрос "есть ли" и этим отличается от определения, которое непосредственно отвечает на вопрос "что есть нечто". Здесь Прокл говорит о самой общей (платоновской) постановке теоретического вопроса по отношению к перпендикуляру: Проклу здесь важна не формулировка вопроса, а то, что это сугубо *теоретический* вопрос, в противоположность квазипрактическому построению» [23, С.171].

«Проблему в этом примере Прокл называет "неопределенным" (ἀόριστως) исследованием, имея в виду произвол при выборе "данной" прямой и "данной" точки, связанный с геометрической материей» [23, С.171].

Здесь Родин поясняет: «Когда в формулировке проблемы (так же как и современной задачи на построение) говорится о "данных" геометрических объектах, то предполагается, что, с одной стороны, в рамках поставленных ограничений (если таковые имеются) эти объекты даны *произвольным образом,* и решение проблемы предполагает выполнение требуемого построения при *всяком* конкретном выборе этих объектов и/или указания на те варианты этого выбора, когда построение невозможно. С другой стороны, производя построение, мы выбираем один или несколько раз (если разные варианты выбора требуют различной процедуры построения) *конкретные* объекты, предусмотренные в условиях проблемы (в данном примере – точку и прямую), и к этим конкретным объектам применяем построение, верное в общем случае, связанным с данным выбором. Построения, связанные с одним или несколькими выборами объектов, должны быть справедливы для любого их выбора, находящегося в рамках поставленных условий. Хотя построение, таким образом, носит необходимый характер, оно связано с условным выбором данных объектов. Эта и есть "неопределенность", связанная с "геометрической материей", о которой говорит Прокл. Выбор в рамках поставленных условий произвольных, но конкретных геометрических объектов Прокл обозначает специальным термином "ἔκθεσις"»[23, С.172]. Необходимо только напомнить, что на самом деле картина несколько сложнее, так как и всякая проблема уже внутри себя пользуется доказательством, и теоремы пользуются вспомогательными построениями.

«Итак, с точки зрения аристотелевской эпистемологии построения, осуществляемые в проблемах, оказываются тесно связанными с вторичными определениями, и в этом смысле становятся понятны слова "последователей Посидония" о том, что проблема исследует "чем нечто является и каково оно", поскольку на последний вопрос отвечают *только* вторичные определения. Несколько упрощая, можно сказать, что построение геометрического объекта есть *иллюстрация* определения этого объекта, которая, так же как и само определение, нуждается в доказательстве.

Наконец, последний момент, различающий проблемы и теоремы, о котором говорит здесь Прокл, а именно тот, что проблемы формулируются в виде вопроса, а теоремы – в виде утверждения, тоже может быть истолкован в рамках аристотелевской эпистемологии. Вопросная форма есть речевая форма диалектики, которая занимается поиском определений. Форма утверждения, сопровождаемого доказательством, есть речевая форма эпистемы. Таким образом, проблема, основным содержанием которой является построение, т.е. иллюстрация определения, связана с вопросной формой, а теорема, основным содержанием которой является доказательство, связана с формой утверждения.

Итак, все три способа различения проблем и теорем, о которых упоминает Прокл, соответствуют различению рассудка (διάνοια) и воображения (φαντασία) – основных способностей души, задействованных в геометрическом рассуждении. Если же ставить вопрос о "математическом существовании", то в античной математике его необходимо брать в паре с "математическим возникновением", и тогда нужно будет связывать проблемы с вопросом о "математическом возникновении", а теоремы – с вопросом о "математическом существовании". Важно понять, что неверна исходная посылка Цейтена, согласно которой отдельно устанавливается существование геометрических объектов и отдельно изучаются их свойства» [23, С.170-173].

Таким образом, на основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

Античная математика представляет собой сложный комплекс идей, методов, понятий, в которых переплетены философские (онтологические и гносеологические), логико-методологические (эпистемологические) и собственно математические составляющие. Любой разрыв этого сложного комплекса по какому-либо основанию неизбежно ведет к искажению смысла математических понятий. В историческом развитии математики невозможно избежать такого разрыва; при включении в новую философско-методологическую ситуацию содержание математических теорий меняется. Поэтому одной из важнейших задач философии математики (или истории философии математики, по мнению А. В. Родина) является адекватная реконструкция такого перехода с учетом изменений во всех компонентах сложного философско-математического комплекса, взаимосвязей и взаимовлияний таких изменений.

Конструктивность античной математики заключается на уровне собственно математическом в наличии среди начал в структуре математической теории постулатов, фиксирующих, какие построения требуется допустить в рамках данной математической теории изначально, и в наличии среди выводных предложений математической теории проблем, которые указывают, какие конструкции могут быть проведены на основании постулатов и аксиом. Конструктивность античной математики в собственно математическом смысле означает также неразрывную связь и взаимозависимость проблем и теорем в структуре математической теории.

Гносеологические основания конструктивности античной математики составляют учения Платона и Аристотеля о специфике математического знания как промежуточного (срединного) знания, переводящего познание со ступени мнения на ступень философии. Познавательная способность, реализуемая в математике, есть воображение, то есть рассудок (в переводе А.В. Родина) или разум (в переводе Ю.А. Шичалина), работающий в чувственности. К гносеологическим основаниям античной математики относится также теория абстракции Аристотеля.

Онтологические основания конструктивности античной математики содержатся в учениях Платона и Аристотеля «мыслимой материи», которая составляет «среду существования», субстрат, материал математических объектов.

Анализ конструктивности античной математики проясняет способ создания концепции конструктивности современной математики. Создание такой концепции возможно лишь при условии преодоления методологического разрыва в духовной культуре современности и само является одним из условий преодоления этого разрыва. Однако задача построения синтетической концепции конструктивности современной математики намного сложнее, чем аналогичная задача для античной математики, так как в современных условиях речь идет о синтезе трех самодостаточных областей теоретизирования, указанных в начале данной статьи. Решить эту задачу можно лишь при условии налаживания тесного сотрудничества философов, эпистемологов, логиков и математиков.

Литература

1. Бурбаки Н. Исторический очерк//Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – С. 298–348.

2. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука: математика древнего Египта, Вавилона и Греции: – М.: Госиздат, 1959. – 459 с.

3. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989.–400 с.

4. Вейль Г. О философии математики. – М.-Л.: Гос. техн.-теор. изд-во, 1934. – 128 с.

5. Греческо-русский словарь / сост. А.Д. Вейсман. – Изд. 5-ое. – С.-Петербург, Издание автора. 1899, репринт. – Москва, Греко- латинский кабинет Ю. А. Шичалина, 1991. – 1370 с.

6. Драгалин А. Г. Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. – М.: Наука, 1979. – 256 с.

7. Кантор Г. Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечном / Георг Кантор. Труды по теории множеств. – М.: Наука, 1985. – С. 63-101.

8. Мануйлов В.Т. Конструктивность в аксиоматических теориях множеств (статья)//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск третий / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004.— С. 53-83.

9. Мануйлов В.Т. Конструктивность и существование в математическом знании//Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: сб. статей / под общ. ред. Е. И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С.79 – 98.

10. Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки, № 10,2003. – С.104-121.

11. Мануйлов В.Т. Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй / Предисловие В.Т. Мануйлова- Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003.— С. 57-77.

12. Мануйлов В.Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта //Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001.– С.29-62.

13. Мануйлов В. Т. Методологические проблемы конструктивности в обосновании математического знания / Деп. В ИНИОН АН СССР 15.12.89. №40465. Курск, 1989. 221 с.

14. Начала Евклида. Кн. I –VI / Пер. с греческого с комментариями Д. Д. Мордухая-Болтовского. – М.-JL: ОГИЗ, Гос. изд. техн.-теор. лит-ры, 1950. – 447с.

15. Мордухай-Болтовской Д.Д. Из истории метода наложения в элементарной геометрии // Д. Д. Мордухай-Болтовской. Философия. Психология. Математика. М.: Серебряные нити, 1998. – С. 227–234.

16. Мордухай-Болтовской Д.Д. Из прошлого пятой книги «Начал» Евклида// Д. Д. Мордухай-Болтовской. Философия. Психология. Математика. М.: Серебряные нити, 1998. – С. 192-212.

17. Мороз В.В. Философско-математический синтез: опыт историко-методологической рефлексии. – М.: Изд-во МГУ, 2005.– 308 с.

18. Петров Ю. А. Логические проблемы абстракций бесконечности и осуществимости. – М.: Наука, 1967. – 164 с.

19. Петров Ю. А. Математическая логика и материалистическая диалектика. – М.: МГУ, 1974. – 192 с.

20. Побережный А.А. Конструктивизм в современной философии // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск четвертый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005.–С. 63 - 75.

21. Побережный А.А. Радикальный конструктивизм с точки зрения представителей различных направлений современной философии // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск шестой/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2006.– С. 77- 88.

22. Прокл. Комментарий к первой книге "Начал" Евклида. Введение / редакция греческого текста, русский перевод, вступительная статья и комментарий Ю.А. Шичалина. – М.: Греко-латинский кабинет Ю.А. Шичалина, 1994.–224с.

23. Родин А.В. Математика Евклида в свете философии Платона и Аристотеля/А.В. Родин; Ин-т философии. – М.: Наука, 2003.– 211с.

24. Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука,1975.– 256 с.

25. Трулстра А.С. Аспекты конструктивной математики // Справочная книга по математической логике: В 4-х частях/Под ред. Дж. Барвайса. – Ч. IV. Теория доказательств и конструктивная математика: Пер. с англ.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – С.160 - 240.

26. Френкель А. А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – 556с.

27. Энгелер Э. — Метаматематика элементарной математики: Пер. с нем.– М.: Мир, 1987.– 128 с.

28. Яновская С. А. О так называемых «определениях через абстракцию» // С.А. Яновская. Методологические проблемы науки. – М.: Мысль, 1972. – 280 с.

29. Barker Stephen F. Realism as a Philosophy of Mathematics// Foundations of Mathematics. Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel. – Berlin; Heidelberg, New-York: Springer-Vrl., 1969. – P. 1-9.

30. Breitkorf H. Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schließens: Inaugural-Diss. München: Lüdwig-Max-Universität, 1968. – 90 S.

31. Butts R. E., Brown J. R. Introduction // Constructivism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1989. – P. ix-x.

32. Dummett M. With assistance of Munio R. Elements of intuitionism. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – XII + 462 p.

33. Heyting A. Some remarks on intuitionism // Constructivity in mathematics/ Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North – Holland publishing Company, 1959. – P. 69-71.

34. Lorenz K. Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ. P. 3–18.

35. Popper K. Epistemology without knowing subject // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congress for logic, methodology and philosophy of science / Ed. by von Rootselaar, B. Amsterdam: North – Holl. publ. co., 1968. P. 333-373.

36. Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974. – Vol. 27, № 1-2. – P. 125-159.

37. Wohlrapp H. Analytischer versus konstruktiven Wissenschaftsbegriff //Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. S. 348-377.

38. Liddell H.G. and Scott R. Greek-English Lexicon. – Vol. 1.– Oxford, Clarendon press, 1948.– 1020 p.

39. Historisches Wörterbuch der Philosophie.– Basel / Stuttgart: Schwabe & Co. Verlag.– Band 4: I-K.– 1976.

Н.В. Михайлова
(Минск)

ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ В ОБОСНОВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Резюме

Согласно «парадоксу» Сколема понятие мощности множества, как и понятие множества, не является абсолютным, а зависит от той аксиоматики, в которой рассматривается данное множество. Отсюда следует далеко не тривиальный вывод о том, что, вообще говоря, не существует абсолютной несчетности, поскольку множество, счетное в одной аксиоматике, может оказаться несчетным в другой. В теореме Гёделя о неполноте речь идет не о вечных истинах, а о некотором способе перечисления утверждений в логической системе. В действительности, "вычисление" и "рассуждение" неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания. Иммануил Кант защищал интуитивный и конструктивный подход к определению математических понятий, одновременно настаивая на универсальной значимости основных логических принципов. Верность или неверность теорем не только напрямую зависит от возможностей форм деятельности человека, но и определяется через эти возможности.

* * *

Математический мир был потрясен не только работами Курта Гёделя и Пола Коэна. В серии работ, начатых шведским логиком Леопольдом Лёвенгеймом в 1915 году, а затем усовершенствованных норвежским математиком Туральфом Сколемом в 1920-1933 годы, была выявлена новая проблема относительности понятия мощности множества. Суть их основного результата, получившего название "теоремы Лёвенгейма-Сколема", сводится к следующему. Если непротиворечивая аксиоматическая система имеет модель, то есть теоретико-множественную интерпретацию этой аксиоматики с помощью совокупностей, являющихся множествами в ней, то она имеет и счетную модель. Отсюда следует поразительный вывод, называемый "парадоксом" Сколема, согласно которому, понятие мощности множества, как и понятие множества, не является абсолютным, а зависит от той аксиоматики, в которой рассматривается данное множество. Признав, что для избегания парадоксов теории множеств необходимо рассматривать аксиоматические теории множеств, математики вплоть до “парадокса” Сколема не осознавали того, что таким же образом должно определяться и понятие его мощности.

Внесение в совокупность тех или иных отношений между ее элементами, что и превращает ее во множество какой-то аксиоматической системы, в контексте теоремы Лёвенгейма-Сколема изменяет ее мощность (или, условно говоря, “число” элементов). Отсюда следует далеко не тривиальный вывод о том, что, вообще говоря, не существует абсолютной несчетности, поскольку множество, счетное в одной аксиоматике, может оказаться несчетным в другой. Теорема Лёвенгейма-Сколема столь же поразительна и удивительна, как и теорема Гёделя о неполноте. По существу, теорема Лёвенгейма-Сколема утверждает, что любая непротиворечивая система аксиом не устанавливает пределов для интерпретаций, или моделей, в том смысле, что интерпретации любой из таких аксиоматических систем могут быть неизоморфны – отличаться не только терминологией, но и не совпадать по существу. Одна из причин появления подобных “побочных” интерпретаций связана также с существованием “дополнительных” неопределяемых понятий, содержащихся в каждой аксиоматической системе, которые могут трансформироваться заранее непредсказуемым образом. Рассматриваемые аксиоматические системы, разумеется, должны быть неполными, так как в противном случае неизоморфные интерпретации были бы невозможны. Из теоремы Гёделя о неполноте вытекает, что поскольку непротиворечивая аксиоматическая система неполна, то в ней существуют неразрешимые утверждения. Поэтому, добавляя к ней одно из таких утверждений или его отрицание, получим две более широкие системы аксиом, которые существенно различны и их интерпретации не могут быть изоморфны, то есть они “некатегоричны”. Можно утверждать, что теорема Лёвенгейма-Сколема содержит даже более сильное отрицание “категоричности”, поскольку и без введения какой-либо дополнительной математической аксиомы существуют принципиально различные, то есть неизоморфные, интерпретации системы, или модели. Возможно, это обстоятельство может отчасти свидетельствовать в пользу интуиционизма.

В свете результатов Сколема ясно, что проблема континуума имеет смысл только по отношению к какой-либо конкретной аксиоматической теории множеств. Следует, однако, заметить, что в важнейшей аксиоматике Цермело-Френкеля результат Коэна получен при дополнительном и весьма существенном предположении о существовании модели для этой аксиоматики. Тем не менее, такого рода “решение” проблемы континуума, стоявшей первой в списке гильбертовских проблем, Гёделем и Коэном является одним из значительнейших достижений XX века. Необычность этого результата в том, что гипотезу континуума в рамках соответствующей аксиоматики теории множеств нельзя ни доказать, ни опровергнуть. Возможность строить равноправные теории континуума отчасти дискредитируют платонистские взгляды в математике, поскольку такая тенденция может, хотя и с малой вероятностью, привести теорию множеств к расщеплению на несколько ветвей в зависимости от принятой мощности континуума. Удивительно и то, что философско-математические трудности континуум-гипотезы не поколебали веру математиков в ценность и "реальность" математических объектов теории множеств. Представление о множестве, состоящем из элементов, может оказаться адекватным только для конечных и счетных множеств, в отличие от "высших бесконечностей" как абстракций другого типа. Поэтому не исключено, что благодаря более глубокому изучению внешнего мира, может появиться новая концепция континуума, в которой континуум не имеет никакой "мощности".

Несмотря на то, что континуум-гипотеза является, по выражению Пола Коэна, "драматическим примером" абсолютно неразрешимого суждения, важнейшим препятствием для удовлетворительного развития философии математики является гёделевская теорема о неполноте. Людвиг Витгенштейн свою задачу, в связи с теоремой Гёделя, видел в том, чтобы выяснить, что означает в математике предложение типа "предположим, что это можно доказать". Основу аппарата и языка любой специальной области математики, согласно Бурбаки, составляют фундаментальные структуры математики, отражающие в наиболее полной форме важнейшие общие черты математизируемой реальности. Несмотря на стилистические различия, имеются определенные аналогии во взглядах Витгенштейна и Бурбаки по поводу тех свойств доказательств, которые выделяются в традиционных основаниях. Скептицизм Витгенштейна распространяется на теоретико-множественные основания, а Бурбаки, подчеркивая важность своих структур, стараются избегать упоминаний об их связи с теорией множеств. Однако понятие структуры не решает, а скорее "рассасывает" эпистемологические проблемы в духе витгенштейновской терапии. Логические "основания" анализируют истинность математических аксиом и правил, опираясь на концепции природы математики, а в дополнительных к ним математическим "основаниям" истинность подразумевается и, выбирая подходящий язык, математики пытаются сделать формальные рассуждения доступными пониманию. Шведский математик Ларс Гординг в философском диалоге математика от имени фон Неймана говорит: "Иногда тот или иной философ возражает против нашего способа понимания, но философы ставят под вопрос все, и можно не обращать внимания на то, что они говорят. У них никогда не бывает упорядоченного набора аксиом. Если бы математика содержала противоречие, оно было бы возможно только на ее философской периферии и могло бы быть устранено за счет небольших изменений" [12, С. 216]. Парадоксы в обосновании математики никак не отразились на устойчивости ее "продвинутых" теорий, однако люди, которые мало что знают о современной математике, почему-то обеспокоены ее целостностью.

В теореме Гёделя о неполноте речь идет не о вечных истинах, а о некотором способе перечисления утверждений в логической системе. Любая полностью формализованная логическая система, согласно Гёделю, должна содержать, по крайней мере, одну антиномию. Классические исследования Альфреда Тарского показали, что естественный язык плюс обычная двузначная логика уже образуют противоречивую систему, поскольку в двузначной логике из противоречия может следовать все что угодно, а в естественном языке есть, например, пользующийся наибольшей известностью из нематематических парадоксов так называемый парадокс лжеца. Тарский отмечал, что парадокс лжеца вместе с некоторыми противоречиями, открытыми на рубеже XX века, все еще анализируется и обсуждается, оказывая существенное влияние на развитие современной логики. Скептически оценивая затею подвести под математику особо прочный фундамент, Людвиг Витгенштейн считал, что она порождена неверным философским образом математики как особого, исключительно надежного знания, поскольку, если что-то ненадежно в самой математике, то и любое ее обоснование будет столь же ненадежным. Концепции и результаты, будучи парадоксальными и бросающими вызов времени, с точки зрения последующих поколений математиков, могут стать банальностями. Нильс Бор говорил, что работа науки – это сведение всех тайн к тривиальностям. Тем не менее, парадоксы сыграли важную роль в эволюции математики, поскольку захватывают, провоцируют, забавляют и что важнее всего – они стимулируют и мотивируют творчество. Парадоксы и антиномии интересны, прежде всего, как проблемы для философских дискуссий и размышлений.

То, что математики на протяжении последних ста лет довольно сдержанно относятся к сосуществованию с парадоксами теории множеств – это уже, скорее всего, проблема не математики, а психологии всего научного познания. Математики фундаменталистского направления не хотят отказываться от пользования законами аристотелевской логики по причине их простоты, они, несмотря ни на что, образуют экзистенциальные суждения и продолжают пользоваться законом исключенного третьего. Если же профессиональный математик отказывается от закона исключенного третьего на том основании, что его схема используется в парадоксе лжеца, то возможно, что за таким отказом стоит не столько логическая и философская неудовлетворенность, а причины нравственного и психологического "страдания". Однако основная задача теории познания состоит в онтологическом, а не в психологическом анализе процессов сознания. В таком контексте принято говорить о великом конфликте между объективным и субъективным, но он становится менее острым и драматичным после его конкретизации в математических примерах. Можно указать на столь близкие отношения между объектами и методами в некоторых разделах математики, что рассматриваемые объекты могут быть даже охарактеризованы в терминах методов. Для понимания реальной проблемы этого отношения можно сравнить физические объекты, видимые для невооруженного глаза, с теми, которые невидимы, хотя "видимость" не относится к характеристическому свойству большинства физических явлений. Даже в экономических приложениях важное теоретическое значение приобретает концепция двойственности функциональных пространств. В качестве иллюстративного примера можно также привести известный математический принцип проективной двойственности, который по существу является метаматематическим, так как представляет собой утверждение о языке проективной геометрии.

Следование с должной научной строгостью законам современного математического языка делает математическую теорию более отчетливой и позволяет, в известном смысле, сформулировать "невыразимое", а также "поймать в сети языка" ускользающую или неясную сущность некоторых объектов математического мира. Дополнительная сторона этой замечательной возможности чисто психологического толка, поскольку мысль, опередившую свое формальное воплощение в духе совершенной точности современных доказательств, сейчас математики не рассматривают всерьез. Нужен достаточно убедительный набросок доказательства или, на худой конец, конкретные гипотезы. В отличие от словесных тавтологий, укорененных в различных языковых играх, математические процедуры приводят к открытиям. Согласно формалистской точке зрения, разрабатываемой в духе программы Гильберта, математику можно рассматривать как чисто формальную игру с единственным требованием, чтобы она не приводила ни к какому противоречию. Однако для полного описания формальной игры потребовалось уточнить правила математической логики, после чего математики, специализировавшиеся на проблемах обоснования математики, занялись доказательством непротиворечивости различных аксиом. Когда Гильберта обвиняли в стремлении свести математику к сплошной игре, он указывал, в частности, на то, что введение идеальных элементов для достижения полноты является не только общим методом для всех областей математики.

Даже в физике – науке, смежной с математикой, – тоже экспериментально не проверяют отдельные утверждения, поскольку, в соответствии с методологическими выводами концепции дополнительности, только вся система в целом может в принципе сопоставляться с опытом. Когда операционный подход послекантоstart периода распространился на современную физику, привлекательность формальных языковых систем, возможно, увеличилась. Согласно воззрениям Бурбаки, математика в своей аксиоматической форме представляется через математические структуры и оказывается, что некоторые аспекты экспериментальной действительности в результате лейбницевой "предустановленной гармонии", хотя и непонятно почему, укладываются в некоторые из этих форм. Однако использование математических терминов не схватывается аксиомами или формальными выводами и поэтому нуждается в дополнительном объяснении. Это дополнительное объяснение выявляется в способах употребления математического языка, хотя само по себе это объяснение, как "иррациональный" фрагмент математики может не осознаваться. Заметим, что неклассичность физики XX века характеризуется появлением новых соотношений между описываемым явлением и его описанием, а также осознанием разрыва между тем и другим. Этот разрыв анализируется философами-физиками и философствующими математиками, которые исследуют не только идеализированную объективизацию в теории, но также и предпосылки возможности такой объективизации.

Ни в какой реальной деятельности невозможно полностью полагаться на математические дедукции. Небольшое изменение аксиом, в которых мы окончательно не уверены, способно, вообще говоря, привести к другим выводам, даже малое изменение параметров изучаемых явлений может совершенно изменить результат. Но дополнительное объяснение не может быть чем-то инвариантным и общим для всех моделей теории, содержащих объяснение. Это реакция на попытки рациональной интерпретации теории и еще одно подтверждение обоснованности разговора об "иррационализме" математики. В чем же тогда состоит прогрессивный характер развития математики? На интуитивном уровне понятно, что он присущ математике, по крайней мере, в Новое время. Иногда прогресс математики трактуют как рост "важного математического знания", которое эффективно служит широким целям математической практики, в том числе и для самих математических теорий. Проблема в том, что определить эффективность использования нового знания можно только спустя какое-то время, иногда довольно значительное, а с другой стороны, оценка эффективности, как правило, не легче, чем оценка важности. Например, на практике приходится иметь дело и с такими случаями, когда неизвестны законы, позволяющие составить дифференциальное уравнение, и поэтому необходимо прибегать к различным предположениям. Введение новых средств в математике важно, прежде всего, для ее развития, поэтому определение новых понятий это не просто "сокращения".

Вообще говоря, всегда существовало и существует глубокое различие между тем, что можно сделать в математической теории в принципе, и тем, что можно реализовать на практике. Поэтому не только удачные обозначения, как, например, арабские позиционные выражения для цифр, но и принципиально новые подходы к уже известным понятиям могут существенно расширить границы практических возможностей применения математического формализма. Например, квант теории информации – это бинарная единица, или бит, который является посланием, представляющим вариант выбора: да или нет, ноль или единица. В великих открытиях не всегда удается провести грань между теоретическим и практическим. Речь идет о знакомстве Готфрида Лейбница с двоичной системой древнекитайской математики, в понимании важности которой проявилась органичная связь Лейбница-философа и Лейбница-математика. Для подлинного признания этого открытия, в котором он увидел "Образ творения" и указал на применимость двоичного исчисления для счетных машин, необходимо не только понять, но и осознать, что было известно о системе знаков до Лейбница. В новогоднем послании герцогу Рудольфу-Августу он назвал свое открытие "Тайной творения", так как одним из основных пунктов христианской веры является творение Всемогущим Господом всех вещей из ничего. Теологическая аргументация идеи творения из ничего опирается на то, что Бог не был бы столь велик, если бы использовал уже имеющийся материал и был бы похож на "мастерового человека". Величие Бога в том, что он творит из ничего. Возникновение чисел, представленное Лейбницем с помощью нулей и единиц, то есть, как он говорил, ничем, выразит это как ничто другое на свете наилучшим образом. Великие мыслители прошлого были озабочены секретами искусства правильного понимания. Современная логика затрагивает наиболее фундаментальные вопросы знания. Поэтому закономерно, что работой последних лет жизни Курта Гёделя было логическое доказательство существования Бога, хотя он и не стал публиковать свое доказательство. Вопрос о соотношении религиозных убеждений ученого и его научного творчества до последнего времени рассматривался, как правило, в негативном плане, хотя от религиозных взглядов могут зависеть моральные принципы ученого и принимаемая им картина мира.

Рост абстрактности математики обострил проблему содержательности математики. Язык математики часто оказывается эффективным именно потому, что математика к нему не сводится. Сила математики сосредоточена в мощных методах обработки и преобразований записанной на ее языке информации. Язык математики служит не только для выражения мыслей, но и создает условия для возникновения мысли и в этом смысле язык, однажды возникнув, приобретает особый вид автономии. Основная задача языка математики состоит в точном и удобном определении математического понятия. Язык современной теоретико-множественной математики может осуществлять роль “языка-посредника” благодаря его уникальной способности одновременно формировать пространственные и кинематические образы через их математическое содержание в формализме. В теоретической математике начинают с простых предложений, доступных нашему пониманию, а затем с помощью определенных правил вывода, называемых логическими, строятся все более сложные символические предложения, которые предполагаются истинными, если были истинны исходные положения. Как правило, необходимо обладать определенной математической квалификацией, чтобы понять, что полученные предложения “значат”, и как в них выражена математическая мысль. Соответствие выводов теории эксперименту остается в сфере чисто абстрактных математических построений. Возможно, поэтому известный физик-теоретик А.А. Ансельм говорил: “Я уверен, что “классическим философам” сегодня не остается ничего другого, как учить “новые языки”, основанные на математике” [1, С. 206]. За всю многовековую историю математики неоднократно осуществлялись попытки создания идеального или универсального языка. В этом состояла идея немецкого мыслителя Готфрида Лейбница – решать споры с помощью вычислений на универсальном языке в подходящей символической системе.

“Все можно вычислить!” – вот подлинный пафос замысла Лейбница. Всеобщая наука мыслится им как образ “философии истины”, объемлющий все науки, мораль и искусство в форме универсальной математики. Трудность создания грандиозного проекта универсального языка, включающего универсальную символику и логическое исчисление, состоит в том, что это должен быть искусный язык, свободный не только от неточностей естественного языка, но и от неизбежных смысловых искажений слов. Одной из причин появления парадоксов теории множеств было то, что математический диалект естественного языка перестал удовлетворять требованиям компактности и удобства при записи формулировок теорем, а также при применении этих формулировок. Напомним, что представители интуиционизма считают, что аксиоматический метод и формализация скрывают за языковой формой сущность математики в конструктивном обобщении человеческого опыта. При этом нужно быть готовым к некоторой дополнительности, поскольку более эффективные математические процедуры могут потребовать более мощных принципов доказательства корректности решения. В таком контексте даже конструктивная традиция математики может оказаться под подозрением в том смысле, что любое ограничение, запрещающее неконструктивные методы доказательства, может помешать установлению правильности эффективных процедур.

Важную роль в интуиционистской математике играют вычислимые операции, или алгоритмы, в соответствии с которыми осуществляются математические построения. В математическом обиходе под алгоритмом, по определению знаменитого логика А.А. Маркова, предложившего собственную программу построения математики, названную им “конструктивной”, принято понимать точное “предписание”, определяющее вычислительный процесс, который ведет варьируемые исходные данные к искомому результату. Уподобление вычислений, в соответствии с некоторым алгоритмом, работе некоторой “машины” не может пониматься буквально, поэтому в математической теории алгоритмов используется некоторая идеализация этого понятия. Теория алгоритмов, то есть процессов вычисления и математического вывода по тем или иным указанным правилам, возникла еще до появления электронных вычислительных машин. Хотя среди математиков нет методологического единства в отношении существования математических объектов, все они согласны с тем, что алгоритмы, или конструктивные процедуры, весьма эффективны и важны. Алгоритмы существуют в математике с момента ее возникновения, как правила сложения и умножения чисел, как геометрические решения задач на построение, даже само понятие вещественного числа в реальной вычислительной практике сводится к алгоритму. В качестве типичного примера алгоритма в математической литературе приводят известный алгоритм Евклида для разыскания наибольшего общего делителя двух натуральных чисел.

Когда математика стала оперировать абстрактными теориями, не имеющими прямого прообраза в действительности, в обосновании математики обозначились три основных направления: формализм, интуиционизм и логицизм. Математические понятия, с точки зрения логицизма, следует определять в терминах логики. Первым, кто рассматривал логику как науку, лежащую в основе других наук, был Готфрид Лейбниц. Логические рассуждения, лежащие в основе математического доказательства, – это форма деятельности человека. На первый взгляд, кажется парадоксальным, что именно Лейбниц и призывал вычислять вместо того, чтобы рассуждать. В действительности, "вычисление" и "рассуждение" неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания. Иммануил Кант тоже защищал интуитивный и конструктивный подход к определению математических понятий, одновременно настаивая на универсальной значимости основных логических принципов. Верность или неверность теорем не только напрямую зависит от возможностей форм деятельности человека, но и определяется через эти возможности.

Дедуктивная составляющая, включающая рассуждения и доказательства, и алгоритмическая составляющая, связанная с вычислениями и методами решения задач, как дополнительные понятия, всегда присутствовали в математической теории на всех этапах ее развития. Хотя в истории математики можно выделить периоды, когда предпочтение отдавалось, то методам вычисления, то проблемам обоснования. Сущность такого подхода выяснилась только в первой половине XX века. Логические рассуждения, представлявшиеся вначале совершенно строгими и неограниченными в возможностях и средствах, стали приводить в некоторых крайних случаях к парадоксам и противоречиям теории множеств. С другой стороны, понятие алгоритма в интуиционизме используется в "неуточненном" виде, поскольку адекватность произведенного уточнения математически не может быть доказана в принципе. После формализации понятия доказательства, в контексте методологической программы Гильберта, следовало установить полноту рассматриваемой формальной теории. Однако, согласно теореме Курта Гёделя, никакая достаточно сильная непротиворечивая аксиоматическая теория не может быть полной.

Одной из целей программы Гильберта было построение "вычислительного устройства", которое определяло бы, является ли теорема, записанная в некотором формальном языке доказуемой. "Мы сегодня занимаемся вычислениями, – отмечает известный специалист по теории сложности вычислений А.А. Разборов, – поэтому для нас более интересна теорема Чёрча (1936)" [20, С. 128]. Американский математик и логик Алонзо Чёрч доказал, что не существует никакого алгоритма, который по утверждению автоматически проверял бы, является ли это утверждение доказуемым или нет. Одна из тавтологических версий "тезиса Чёрча" состоит в том, что математические задачи можно решать только математическими методами. Это, безусловно, одно из важнейших положений в философии математики. Пока речь шла о построении конкретных алгоритмов для решения каких-то конкретных задач, математики могли пользоваться несколько расплывчатой формулировкой этого понятия. Но как только появились предположения о возможной неразрешимости какой-либо алгоритмической проблемы, математики столкнулись с необходимостью уточнения общего понятия алгоритма, как математического эквивалента понятия компьютерной программы.

Произведенное уточнение в 30-х годах прошлого века дало немедленный эффект: были опубликованы доказательства невозможности алгоритмов для различных алгоритмических проблем и в математической логике. Так, например, в 1936 году Алонзо Чёрчем и английским математиком и инженером Аланом Тьюрингом была доказана "неразрешимость" проблемы разрешимости для классического исчисления предикатов, которую в то время Давид Гильберт считал главной проблемой математической логики. Вполне естественно возникал вопрос: а не являются ли трудные и неразрешимые алгоритмические проблемы специфическими исключительно для самой теории алгоритмов? На этот принципиальный вопрос дали ответ в 1947 году советский математик А.А. Марков и американский математик Эмиль Пост. Они независимо друг от друга доказали неразрешимость проблемы равенства для полугрупп, поставленной в 1914 году норвежским математиком Алексом Туэ, показав, что не существует алгоритма для решения вопроса об эквивалентности двух данных слов при произвольно заданных алфавите и словаре. Это был первый пример неразрешимой алгоритмической проблемы собственно математического, а не логико-математического, характера. Кроме того, в 1952 году академик П.С. Новиков доказал алгоритмическую неразрешимость в общем случае одной из классических проблем алгебры – проблемы тождества слов в конечно определенных группах, поставленной в 1912 году немецким математиком Максом Дэном задолго до появления в науке различных уточнений понятия алгоритма.

Этот результат специалиста по математической логике в области алгебры и полученные затем многочисленные следствия из него показали, что неразрешимые алгоритмические проблемы широко распространены в математике. А существует ли универсальный алгоритм, решающий разные задачи из элементарной геометрии? С точки зрения результатов Курта Гёделя, если в теории выразимы натуральные числа, то она может оказаться неразрешимой, то есть некоторые математические описания всегда будут неполными, поскольку какие-то аспекты познания всегда будут сопротивляться формальному описанию. Но если теория "работает" с действительными числами, которых значительно больше, чем натуральных, то интуиция подсказывает, что у такой теории ещё больше шансов оказаться неразрешимой. Тем не менее, польский математик Альфред Тарский в 1948 году обосновал существование алгоритма, проверяющего доказуемость утверждений элементарной геометрии. В связи с этим можно заключить, что подобно тому, как теоремы Гёделя не закрывают других путей внутреннего обоснования непротиворечивости отдельных частей математики, отсутствие общего алгоритма для целого класса задач не означает отсутствия частных алгоритмов и, тем самым, принципиальной разрешимости этих задач. Тарский доказал теорему о существовании алгоритма, но как долго будет запрограммированный алгоритм решать задачу из школьного учебника и что при этом произойдет, уже не имеет прямого отношения к математике и логике. Это как раз то место, с которого начинается теория сложности вычислений, которая интересуется не просто существованием алгоритмов для конкретной задачи, а тем, насколько они эффективны.

Все определения сложности имеют недостатки, поскольку само понятие сложности несколько туманно, и каждый представляет ее по-своему. Кроме того, по теореме Тьюринга, доказанной в 30-е годы, проблема остановки неразрешима, то есть не существует алгоритма, с помощью которого можно было бы определить остановится когда-нибудь данная программа или нет. “Вопрос “как сосчитать?”, – говорит известный специалист в области теории чисел Ю.В. Нестеренко, – всегда сопутствовал теоретико-числовым исследованиям” [19, С. 87]. Благодаря широкому применению электронных вычислительных машин и запросам криптографии исследования по алгоритмическим вопросам теории чисел в последние десятилетия переживают период бурного и плодотворного развития. Именно в 60-е годы XX столетия, когда появились “настоящие” компьютеры, было осознано, что одни алгоритмы могут быть лучше других, и была понята необходимость построения некоторой математической теории сложности вычислений. Вопрос практической проверки утверждения сводился бы к оптимизации данного алгоритма и хотя бы в принципе, таким образом, для математики была бы осуществима мечта Лейбница: “вместо того, чтобы спорить, вычислять”. Алгоритмическую неразрешимость некоторых арифметических высказываний, для которых не существует, например, программы для машины Тьюринга, можно рассматривать как дополнение к результату Гёделя. Так могут ли математики узнать то, что они не могут знать? Это проблема не только математического мышления, но и по существу расплывчатости границы между теоретико-множественным языком и естественным языком общения.

Еще Готфрид Лейбниц хорошо понимал, что никакой научный прогресс не сможет сделать человеческое познание совершенным. В силу самой природы человека оно ограничено, и поэтому не может охватить все бесконечное многообразие терминов и дефиниций. Однако из-за своей “ограниченности” человеческие знания, как истинные, так и ложные поддаются исчислению, поэтому Лейбниц мечтал об универсальном синтезе всей науки. Именно этому и должны были способствовать его максимы искусства открытия. Максима – это правило или принцип. Принципами Лейбниц называл все фундаментальные истины, достаточные для того, чтобы в случае необходимости получить из них все заключения, после того как с ними “поупражнялись” и достаточное время их применяли. Образно говоря, познаваемый мир предстает перед нами как закодированный текст, который надлежит осмыслить и открыть. Возможно, что из такого понимания мира идут известные метафоры: “Книга Природы”, “Книга Жизни”, “Книга Бытия”. Со временем точка зрения Лейбница изменилась, и он, отходя от “финитных иллюзий молодости”, уже говорит о роли бесконечности в познании. Вот его слова: “И как в иррациональных отношениях разложение идет в бесконечность, хотя и приближается так или иначе к общей мере, давая при этом некие ряды, хотя и бесконечные, – точно так же в силу того же самого процесса случайные истины требуют бесконечного анализа, который один только Бог способен доводить до конца” [17, С. 496]. В рукописном наброске “О мудрости” Готфрид Лейбниц среди своих максим познания формулирует признак совершенного знания, когда не остается ничего, чему нельзя было бы дать объяснения и чего нельзя было бы предугадать заранее. Говоря об анализе вещей или разделении трудностей на части, он откровенно замечает, что еще никто не научил искусству того, как это можно сделать.

Когда физики пытались объяснить реальный мир с помощью всеобъемлющей формальной теории, Лейбниц утверждал, что если бы были известны положение и скорость любой элементарной частицы, то тогда можно было бы предсказать будущее развитие мира. Доказав, что принципиально невозможно одновременно точно определить положение и скорость даже одной частицы, Вернер Гейзенберг тем самым не опроверг допущение Лейбница, а показал, что его основное условие неосуществимо. Немного позднее Курт Гёдель доказал, что любая, представляющая интерес содержательная формальная система содержит утверждения, истинность или ложность которых нельзя установить средствами соответствующей системы. В максиме, вставленной Лейбницем позднее, поясняется, что не так уж трудно завершить анализ истин в отличие от окончательного анализа вещей, поскольку анализ истины, вообще говоря, завершен, когда найдено ее удовлетворительное доказательство. Блез Паскаль утверждал, что долг математика – определять все мало-мальски сомнительные истины. Лейбниц по этому поводу заметил, что он бы хотел, чтобы Паскаль указал так же, как определить границы, за которыми понятия и высказывания перестают быть темными или сомнительными.

Эпохальные открытия в развитии фундаментальной науки практически всегда были связаны со снятием некоторых запретов на границы познания или отказом от определенных общепринятых убеждений. На всех периодах своего развития математика предъявляла убедительные примеры того, что познавательная способность человека может выходить за пределы его “предназначения”. В методологическом плане развития математики нет жесткой границы между объектами математики и миром естествознания даже при непрерывном возрастании уровня ее собственной абстрактности. Наиболее характерный пример такого рода можно найти в истории математического анализа, точнее, у одного из основоположников этой науки – Готфрида Лейбница. Один из принципиальных моментов современного нестандартного анализа, в который наиболее существенный вклад внес математик и логик Абрахам Робинсон, состоит в том, что бесконечно малые рассматриваются не как переменные величины, то есть как функции, стремящиеся к нулю, а как величины постоянные. Готфрид Лейбниц яснее других ощущал бесконечно малые величины постоянными, хотя и воображаемыми или идеальными, величинами особого рода. Именно он сформулировал правила оперирования с бесконечно малыми величинами в виде исчисления. Такой подход хорошо согласуется с интуицией естествоиспытателя, поскольку бесконечно малые приращения, бесконечно малые объемы и тому подобные величины мыслятся не как переменные, а просто как очень малые, почти что равные нулю. Но строгое логическое обоснование интуитивные рассуждения Лейбница получили лишь почти триста лет спустя.

Одно из основных практических занятий философов-рационалистов, придерживающихся картезианских традиций, состояло в последовательном поиске совершенного языка, а также ясных и четких понятий. Готфрид Лейбниц жил во времена великих открытий. Это было время, когда математические триады древних греков: “аксиома – теорема – доказательство”, а затем “определение – теорема – доказательство” вновь стали оказывать влияние не только на естествознание, но и на новые области философии. Математической философией Евклида была хорошо организованная система, в которой, отталкиваясь от принятых априори элементарных истин, можно с помощью логических операций прийти к строгому доказательству всех истинных утверждений. Пользуясь языком формальной логики, позволяющим изучать саму математику, Гильберт объявил, что пора довести эту древнюю мечту до ее окончательного воплощения, все еще надеясь, что в математике любое истинное утверждение доказуемо. Таким образом, святая троица “аксиома – теорема – доказательство” стала применяться не только к математическим сущностям, но и к самим теориям. Против немотивированных определений в такой схеме уже в наше время активно выступает академик В.И. Арнольд. Например, распространение дедуктивно-аксиоматической математики привело к отказу от обычной в физике схемы, когда исследуемая модель опиралась на результаты наблюдений, а выводы – на проверку наблюдениями, и замене ее схемой: определение – теорема – доказательство. Поэтому попытки обойтись без вмешательства физики и реальности в математику могут разрушить образ математики как полезной человеческой деятельности.

Высшим искусством во всем, что относится к мышлению, Лейбниц считал экономичное употребление человеческого разума с помощью символов и знаков. Взлет современной математики существенно опирался на освобождение от философских размышлений о содержательном значении математических знаков и на возможность производить вычисления с этими содержательными значениями. Совокупность правил вывода и логических операций вычислений на символическом языке Лейбниц называл универсальным исчислением. Для этого надо было создать искусство легко и безошибочно рассуждать, то есть такое исчисление, в котором естественные доказательства можно было бы заменить формальными вычислениями. Такому исчислению нужна была хорошая символика, прежде всего новых определений и понятий математики, чтобы избежать, как говорил Лейбниц, наиболее ощутимого злоупотребления, состоящего в том, что со словами не связывают никакой ясной идеи. Готфрид Лейбниц стремился создать такой символической язык, с помощью которого можно было бы избежать подобных трудностей, а также двусмысленного или неточного толкования. Даже свое дифференциальное исчисление он рассматривал как шаг к некоему универсальному методу в математике. Он был убежден в том, что люди, мало касавшиеся труднейшего “математического поприща”, имеют недостаточное представление о том, что есть истина и что есть доказательство. Важнейшей функцией языка математики является сжатие информации с помощью формул. Готфрид Лейбниц предполагал, что человеческое рассуждение совершенствуется применением “некоторого рода знаков”, или характеров.

С помощью характеров, то есть оптимальных обозначений или знаков, полезных тем, насколько адекватно они выражают свойства обозначаемого предмета, моделируются определенные процессы и ситуации. Идеалом искусства “характеризации” Лейбниц считал математику, поскольку в ней реализована функциональная простота обозначений, во многом благодаря однозначности понимания математических характеров. Идея универсальной характеристики Лейбница состоит в сопоставлении понятиям, то есть терминам, числовых значений, то есть характеров. Составным терминам сопоставляется произведение числовых значений, входящих в него терминов. Проверка истинности утверждений сводилась к условию делимости соответствующих чисел. Его знаменитое – «давайте посчитаем» – опиралось на идею универсального средства для ответа на все вопросы. На эту тему у Лейбница имеется большое количество разрозненных текстов. Универсальная характеристика Лейбница является в определенном смысле предвосхищением нумерации Гёделя, использованной в знаменитой теореме Гёделя о неполноте, но в содержательном плане, рассматривая ее как некое «универсальное “вместилище”» для языка всех его высказываний, можно обнаружить также некоторую параллель и с координатным пространством Декарта. Формальный язык, в котором все вопросы можно было бы, по Лейбницу, решать вычислением, остался лишь мечтой, а после логических достижений XX века математический язык сам стал частью математики.

У всякого человека, владеющего естественным языком, имеется некоторое представление о потенциальной бесконечности, чего нельзя сказать об актуальной бесконечности. Начиная со времен Пифагора, в математике нет прямых доказательств утверждений о бесконечности любых множеств как актуальной, так и потенциальной. Более того, в математике от канторовского понимания бесконечности, например, множеств мощности больше, чем мощность континуума, почти ничего не используется, хотя диагональная процедура и позволяет, на первый взгляд, “увеличивать” множества. Проблема бесконечности впервые была поставлена эллинскими мыслителями и является общефилософской, поэтому один лишь ее математический анализ не может привести к постижению сущности бесконечного. Напомним, что утверждение Аристотеля “Infinitum Actu Non Datur” означает, что понятие актуальной бесконечности внутренне противоречиво, активно поддерживали представители интуиционизма и конструктивизма. Алгоритмическую суть своего тезиса Аристотель формулирует так: “Бесконечное существует через полагание одной вещи после другой; то, что полагается, всегда остается конечным, но всегда другим и другим” [16, С.157]. В переводе на язык современной математики утверждение Аристотеля означает, что все бесконечные множества являются потенциально-бесконечными. Оно не доказано и основано на интуиции, но вместе с аристотелевским определением понятия потенциальной бесконечности из него следует, что бесконечное множество не содержит всех своих элементов. Не взирая на профессиональные возражения против актуализации бесконечности, Георг Кантор сформулировал дополнительный тезис: “Существует актуальная бесконечность”, то есть все бесконечные множества современной математики, включая любую аксиоматическую теорию множеств, являются актуально-бесконечными множествами.

Хотя, с другой стороны, квантовая физика – это мир абстракций, вообще говоря, другого типа. Полагая, что потенциальная бесконечность в действительности зависит от логически предшествующей ей актуальной бесконечности, Георг Кантор не только стал изучать бесконечные множества как “готовые”, но и занялся задачей классификации бесконечных множеств. Актуальная бесконечность, по определению Кантора, есть “вещь-для-себя” и она никогда не становится “вещью-для-нас”. Концепция Кантора понятия бесконечности основывалась на двух дополнительных потоках идей, один из которых был чисто математического содержания, а другой – философского. Полемизируя с философами, он использовал свои новые математические конструкции, пытаясь обосновать ограниченность прежних представлений, а говоря с математиками, был вынужден использовать философскую терминологию в оправдание своих нетрадиционных подходов. Основная идея проекта Кантора сводилась к установлению взаимно-однозначного соответствия между множествами. В соответствии с этим, он определил бесконечное множество как такое множество, которое можно поставить во взаимно-однозначное соответствие со своим собственным подмножеством, отличным от всего множества.

Критика концепции Кантора способствовала созданию новых направлений в обосновании математики, связанных с отрицанием фундаментальной идеи теоретико-множественной математики – идеи актуальной бесконечности, например, интуиционизма и конструктивизма. Положительный вклад интуиционистов выразился в том, что они, проведя тщательный анализ многих трудностей, с которыми столкнулась математика в своем развитии, указали на различие между конструктивным и неконструктивным в математике. Одно из самых уязвимых мест канторовской концепции – это понимание экзистенциальных математических высказываний, то есть высказываний о существовании математических объектов. Такой объект в современной математике представляет собой некоторое множество, но в теории Кантора нет определения понятия множества, которое обычно разъясняется лишь на примерах. Теория как самая развитая систематическая организация научных знаний дает целостное отображение закономерностей некоторой сферы действительности, а также представляет собой абстрактную модель этой сферы. С точки зрения общей методологии науки теория Кантора, вообще говоря, не соответствует этому определению.

Давид Гильберт предложил довольно искусный выход из такого положения, который легче всего понять на примере “чистой” теории чисел, или арифметики Пеано. Даже в начальной школе учащиеся понимают, что такое натуральные числа, и принимают как естественный факт, что последовательность натуральных чисел может быть продолжена бесконечно. Натуральный ряд, по Кантору, определяется как множество, описываемое аксиомами Пеано, поэтому Давид Гильберт предложил существование натурального ряда понимать как непротиворечивость описывающих его аксиом. Условие непротиворечивости поддается не только философской, но и арифметической трактовке. Напомним, что одно из первых доказательств непротиворечивости “чистой” арифметики было дано Герхардом Генценом и то лишь средствами, не укладывающимися в финитную установку Гильберта. В рассматриваемом примере формальная система арифметики представляется как соединение на специальном “логико-арифметическом” языке некоторой версии неформальной теоретико-множественной аксиоматики натурального ряда с аристотелевской логикой в виде классического исчисления предикатов. Существенной чертой этой логики является принятие ею закона исключенного третьего, влекущего допустимость доказательств методом “от противного”, что обуславливает как неконструктивность некоторых понятий самой арифметики, так и базирующихся на ней математических теорий.

Современная математика достигла строгости путем принятия таких идеализаций, которым действительное, вообще говоря, строго не соответствует. Поэтому проблема соотношения формализуемой теории с ее формализацией оказалась не столь простой, как это представлялось в период становления теории доказательств. После опубликования теоремы Гёделя о неполноте, логики искали такой математический пример неполноты в арифметике Пеано, который был бы математически прост и интересен, не требуя при этом числового кодирования понятий из логики. Первые примеры верных, но недоказуемых в арифметике Пеано, строго математических утверждений о натуральных числах были получены Джефом Парисом. В этот “драматический” финал, для математиков исключительно формалистского направления, внес свой вклад и Лео Харрингтон, показавший, что доказательство Париса проходит для простого обобщения конечной теоремы Рамсея, порожденной старой задачей о светском приеме. Соответствующие формулировки приведены в главе “Теорема Рамсея” книги “Вычислимость и логика” американских математиков и логиков Джорджа Булоса и Ричарда Джеффри. В частности, отмечают они, удивительным является то обстоятельство, что “конечная версия теоремы Рамсея, соответствующим образом закодированная, может быть доказана в Z”, то есть в элементарной арифметике Пеано [4, С. 348]. Возможно, что именно расхождение в языках формализма Гильберта и аксиоматики Пеано о натуральных числах обусловило, в соответствии с результатом Гёделя, неполноту формальной арифметики.

С точки зрения интуиционизма, натуральные числа – объекты чистого мышления, порожденные изначальной интуицией, тогда как в духе формализма принято говорить не о “натуральных числах”, а о множестве или системе натуральных чисел. Определяя бесконечное множество, Георг Кантор опирался в качестве исходного представления о бесконечности на последовательность натуральных чисел, однако понятие “натурального ряда” столь же неопределимо, как и понятие натурального числа. Даже аксиомы итальянского математика Джузеппе Пеано, разработанные в конце

XIX века, не дают возможности отличить натуральный ряд, как единственную совокупность некоторых однозначно понимаемых сущностей, называемых натуральными числами, от совокупности всех простых чисел. Хотя эти аксиомы на это и не претендуют. Они претендуют на то, чтобы определить натуральный ряд с точностью до изоморфизма. Следует отметить, что никакая система математических аксиом не определяет какую-либо структуру однозначным образом, в лучшем случае – с точностью до изоморфизма. Понятие натурального ряда выступает в современной математике в разных качествах и применениях, поэтому одна из актуальных философских проблем математики состоит в выявлении свойств, явно или неявно приписываемых натуральному ряду. Пока логика была бессильна классифицировать рассуждения со многими натуральными рядами, математика была вынуждена рассматривать во всех случаях один и тот же натуральный ряд. То, что конечное число аксиом Пеано содержит в себе много неожиданного, объясняется возможностями повторных применений этих правил по существу в неограниченном числе комбинаций.

В знаменитой философской работе Пола Бенацеррафа “Чем не могут быть числа” выясняется, могут ли числа быть объектами, обладающими некоторой реальностью. Проблему эпистемологического статуса математических объектов можно сформулировать в виде следующей дилеммы: либо математика не говорит о числах, либо математики обладают неестественными способностями познания. Обе они не слишком привлекательны с точки зрения традиционной математики. Может быть, наряду с существованием множеств надо признать существование чисел? Последовательность объектов, сводящаяся к последовательности натуральных чисел, обладает дополнительными свойствами, которые не связаны со свойствами чисел, поэтому трудно решить, что выражает сущность натуральных чисел. Ситуация с натуральным рядом, отвлекаясь от реальности, похожа на ситуацию с евклидовым пространством, в котором, предположительно, мы живем. С одной стороны, его нельзя однозначно определить никакими аксиомами, а с другой стороны, известная система аксиом Гильберта определяет это пространство с точностью до изоморфизма, то есть реальное евклидово пространство одно из целого класса изоморфных между собой пространств. Поэтому проблема с натуральным рядом имеет, вообще говоря, универсальный характер. Физический натуральный ряд, скорее всего, отличается от своей математической модели – математического натурального ряда.

Ситуация с натуральным рядом в настоящее время сравнивается с положением евклидовой геометрии в XVIII веке, когда она считалась абсолютной истиной, поскольку была единственной геометрической теорией, обязательной и для математиков, и для физиков. Можно говорить об интуиции натурального ряда, которая без использования аксиом проявляется в рассуждениях о натуральных числах, или о “евклидовой интуиции”, которая делает вполне определенной и наглядной геометрию. Теория натурального ряда берет за основу в идеализированном виде процесс реального счета физических предметов, который в достаточно простых случаях можно довести до конца, распространяя эту ситуацию до бесконечности. “Духу физики, – писал известный геометр П.К. Рашевский, – более соответствовала бы такая математическая теория целого числа, в которой числа, когда они становятся очень большими, приобрели бы в каком-то смысле “размытый вид”, а не являлись строго определенными членами натурального ряда” [21, С. 244]. Такого рода реформа числового ряда должна будет сопровождаться реформой числовой прямой, которая будет отличаться от обычной некоторой размытостью своих элементов, поскольку последняя будет передаваться и дробям с большими знаменателями.

В свете этих результатов можно сказать, что различные попытки нового обоснования математики в существенной степени зависят от подхода к проблеме натурального ряда и к решению проблемы бесконечности вообще.

Литература

1. Ансельм А.А. Теоретическая физика XX века – новая философия природы // Звезда. – 2000. – № 1. – С. 194–213.

2. Арнольд В.И. О преподавании математики // Успехи математических наук. – 1998. – Т. 53, Вып. 1. – С. 229–234.

3. Архангельский А.В. Канторовская теория множеств. – М.: Изд-во Московского университета, 1988. – 112 с.

4. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994. – 396 с.

5. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Изд-во Иностранной литературы, 1963. – 292 с.

6. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 520 с.

7. Витгенштейн Л. Философские работы. Часть 2. Кн. 1. – М.: Изд-во “Гнозис”, 1994. – 207 с.

8. Войцехович В.Э. Господствующие стили математического мышления // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. – С. 495–505.

9. Вопенка П. Математика в альтернативной теории множеств. – М.: Мир, 1983. – 152 с.

10. Гильберт Д. Избранные труды. Том I. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики. – М.: Изд-во “Факториал”, 1998. – 575 с.

11. Гончаров С.С., Ершов Ю.Л., Самохвалов К.Ф. Введение в логику и методологию науки. – М.: Интерпракс; Новосибирск: Институт математики Сибирского Отделения Российской Академии наук, 1994. – 256 с.

12. Гординг Л. Философский диалог. Математика, жизнь и смерть // Алгебра и анализ. – 2000. – Т. 12, Вып. 5. – С. 215–224.

13. Гротендик А. Урожаи и посевы. Размышления о прошлом математика. – Ижевск: Изд. дом “Удмуртский университет”, 1999.–288 с.

14. Дьедонне Ж. О прогрессе математики // Историко-математические исследования. – М.: Наука, 1976. – Вып.21. – С. 9–21.

15. Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. – М., 1974. – С. 5–49.

16. Зенкин А.А. Infinitum Actu Non Datur // Вопросы философии. – 2001. – № 9. – С. 157–169.

17. Лейбниц Г.В. Сочинения в четырех томах. Том 3. – М.: Мысль, 1984. – 734 с.

18. Мандельброт Б. Фракталы и возрождение теории итераций // Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. – М.: Мир, 1993. – С. 131–140.

19. Нестеренко Ю.В. Алгоритмические проблемы теории чисел // Математическое просвещение. Третья серия. – 1998. – Вып. 2. – С. 87–114.

20. Разборов А.А. О сложности вычислений // Математическое просвещение. Третья серия. – 1999. – Вып. 3. – С. 127–141.

21. Рашевский П.К. О догмате натурального ряда // Успехи математических наук. – 1973. – Т. 28, Вып. 4. – С. 243–246.

22. Рвачев В.Л. Неархимедова арифметика и другие конструктивные средства математики, основанные на идеях специальной теории относительности // Доклады АН СССР. – 1991. – Т. 316, № 4. – С. 884–889.

23. Стин Э. Квантовые вычисления. – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. – 112 с.

24. Тихомиров В.М. Финитизация бесконечности в классическом анализе // Бесконечное в математике: философские и исторические аспекты. – М.: Янус-К, 1997. – С. 177–189.

25. Тихомиров В.М. О некоторых особенностях математики XX века // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. – С. 441–460.

26. Том Р. Современная математика – существует ли она? // Математика в школе. – 1973. – № 1. – С. 89–93.

27. Хютт В.П. Концепция дополнительности и проблема объективности физического знания. – Таллин: Изд-во “Валгус”, 1977.–180 с.

28. Целищев В.В. Перспективы исследований в философии математики // Философия науки. – Новосибирск, 1999. – № 1. – С. 47–51.

29. Шафаревич И.Р. Математическое мышление и природа // Вопросы истории естествознания и техники. – 1996. – № 1. – С. 78–84.

30. Якоби К.Г. О жизни Декарта и его методе направлять ум правильно и изыскивать в науках истину // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169, № 12. – С. 1332–1338.

В.В. Мороз

(Курск)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ РАЦИОНАЛИСТИЧЕСКОЙ ВЕРСИИ ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА

Резюме

В статье выявляется отличительная особенность рационалистического варианта философско-математического синтеза, реконструированного из концепций Р. Декарта, Б. Спинозы, Г. Лейбница, которая заключается в эпистемической трактовке философии как теоретической науки о причинах и основаниях всего существующего и в универсализации и онтологизации математического метода.

Как показывает анализ текстов выделенных мыслителей, философско-математический синтез в концепциях классического рационализма базируется на убеждении, что истинное знание не может быть достигнуто иначе, чем ясным и отчетливым усмотрением умом предмета исследования или его дедуктивным выведением из очевидных истин. Такими ясными и очевидными истинами Р. Декарт считал аксиомы геометрии и арифметики, а математическое доказательство – самым надежным средством получения правильных знаний. Человеческий разум непосредственно, силой интуиции, дарованной Богом, воспринимает основные, ясные и очевидные истины, а вывод следствий составляет сущность философского знания. В статье анализируется «Этика» Б. Спинозы как классический образец рационалистической версии философско-математического синтеза. Прослеживается, как идеи Декарта находят свое продолжение в «Characteristica universalis» Г. Лейбница, посредством которой можно систематизировать все необходимые истины, доказывать их и открывать новые. Кроме того, показывается, что труды Лейбница демонстрируют вариант философско-математического синтеза как особого способа рассуждения, в котором элементы математического знания служат «наглядными» схемами для метафизических построений.

Концепция классического рационализма в лице Р. Декарта, Б. Спинозы и Г. Лейбница, с одной стороны, определятся пониманием ими философии как эпистемы и, с другой стороны, была подготовлена социокультурной ситуацией эпохи Ренессанса, возродившей дух греческой философии и тем самым вернувшей человеческому разуму право на самостоятельный, не обусловленный авторитетом религии, поиск истины. Понимание важнейшей роли математики в постижении законов мироздания, отраженное во взглядах мыслителей

Возрождения, оказало значительное влияние на сложившийся впоследствии рационалистический вариант философско-математического синтеза. Поэтому, прежде чем перейти к его непосредственной реконструкции, остановимся на краткой характеристике этих взглядов.

Для мыслителей эпохи Ренессанса мир представал как воплощение божественного замысла. Попытки понять мироустроение понимались как наилучшее выражение любви к Богу, и открытие математических законов мироздания было своего рода откровением, являвшим людям славу и величие божьего творения. Работы математиков в XVI-XVII веках и на протяжении большей части XVIII века носили характер религиозного поиска. Наиболее ярким примером происходившего в Европе слияния греческого учения о «математизированном» космосе с характерной для эпохи Возрождения верой в божественное ее происхождение являются труды Николая Коперника и Иоганна Кеплера.

Вплоть до XVI века единственно надежной и практически применимой астрономической теорией была геоцентрическая система Гиппарха и Птолемея. Изучение достижений греческих мыслителей привело Николая Коперника к убеждению о существовании единого математического плана, по которому построена Вселенная и который обеспечивает ее гармонию. Эстетические соображения требовали наличия более изящной теории, чем сложное нагромождение эпициклов, которое содержалось в теории Птолемея. Применив гипотезу Аристарха Самосского (III в. до н.э.) о том, что Солнце покоится, а Земля обращается вокруг него и одновременно поворачивается вокруг своей оси, Коперник значительно упростил схему. Впоследствии его теория была признана шагом вперед к пониманию замысла Творца, а потому и более истинной. Сам Коперник писал о своем открытии: «Таким образом, в этом расположении мы находим удивительную соразмерность мира и определенную гармоничную связь между движением и величиной орбит, которую иным способом нельзя обнаружить» [9, С. 35].

Развивая взгляды Коперника, Иоанн Кеплер считал, что главной целью всех исследований внешнего мира должно быть открытие рационального порядка и гармонии, которые Бог ниспослал миру и открыл людям на языке математики. В своем сочинении «Космографическая тайна» он утверждал, что «сущность трех вещей..., а именно: число, размеры и движения небесных орбит», заключена в гармонии замысла, которым всемогущий Бог руководствовался при сотворении мира [3, С. 176]. Наиболее значительные из полученных им результатов ныне известны под названием трех законов Кеплера. Копернику и Кеплеру удалось построить более простую в математическом отношении, более гармоничную и эстетически более привлекательную теорию, и поэтому, несмотря на многочисленные возражения, она была признана лучше раскрывающей замысел Творца мироздания, чем птолемеевская.

Среди выдающихся мыслителей, стоявших у колыбели современной математики и естествознания, был и Галилео Галилей. «Философия, – писал он в своем «Пробирных дел мастере», – написана в величественной книге, которая постоянно открыта нашему взору (я имею в виду Вселенную), но понять ее может лишь тот, кто сначала научится постигать ее язык и толковать знаки, которыми она написана. Написана же она на языке математики, и знаки ее – треугольники, круги и другие геометрические фигуры, без коих человек не смог бы понять в ней ни единого слова; без них он был бы обречен блуждать в потемках по лабиринту» [2, С. 41]. В «Диалоге о двух главнейших системах мира – птолемеевой и коперниковой» Галилей утверждал, что в математике человек достигает вершины всякого знания, ничуть не уступающего тому знанию, которое является уделом божественного разума. Конечно, божественный разум знает и воспринимает бесконечно больше математических истин, чем человек, но если говорить о достоверности, то те немногие истины, которые доступны человеческому разуму, известны человеку с такой же полнотой, как и Богу.

Создатель классической физической теории Исаак Ньютон, следуя Галилею, принял вместо физических гипотез математические посылки, и это позволило делать достоверные предсказания. Ньютон не только свел воедино огромное число экспериментальных фактов и теоретических наблюдений своих предшественников, но и поставил математическое описание в основу всех своих естественнонаучных трудов. Вполне возможно, что к занятиям математической и естественнонаучной деятельностью Ньютона побудили его религиозные воззрения. Все догмы христианского вероучения он считал божественными откровениями, а занятие наукой – своего рода богослужением, делом, столь же богоугодным, как и изучение Священного писания. Таким образом, в трудах философов и ученых эпохи Возрождения произошел синтез греческого учения о природе, основанной на математических принципах, и католического догмата о Боге – творце и создателе мироздания. Философия и математика подчинялись одной цели – постижению божественного замысла Творца (здесь прослеживается сходство со средневековыми представлениями). Но в результате секуляризации сознания слова и знаки лишались сакральных смыслов. Познание истины (что являлось целью философии) означало поиск математического описания устройства мироздания. Взаимосвязь философии и математики в эпоху Возрождения реализуется в учении о божественном замысле Всевышнего, который сотворил мир, используя математические принципы.

Математика, показавшая свою эффективность в описании законов мироздания, была воспринята Р. Декартом, стоявшим у истоков классического рационализма, как «ясный и отчетливый» метод, применимый к рассмотрению как физических, так и метафизических вопросов, разъясняющих структуру познаваемого мира, находящий его субстанцию, приближающий физические объекты к познающему субъекту по достоверности бытия и ясности восприятия. Значение философии Декарта для западной культуры вряд ли можно переоценить, поскольку именно она оказала влияние на формирование стиля мышления, характерного для XVII века.

Свою главную задачу Декарт видел в нахождении способа, позволяющего устанавливать истину в любой области. Этой задаче посвящен основной труд Картезия – «Рассуждение о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках». Создавая свою философию, Декарт пользовался аналитическим методом, в котором любое суждение, выражающее то или иное явление, разбивается на несколько более простых суждений; полученные суждения подвергаются той же процедуре. В результате такой процесс приводит к суждениям, выражающим факты, ясность и очевидность которых не вызывает сомнения.

«В предметах нашего исследования», – писал Декарт в «Правилах для руководства ума, – «надлежит отыскивать не то, что о них думают другие или что мы предполагаем о них сами, но то, что мы ясно и очевидно можем усмотреть или надежно дедуцировать, ибо знание не может быть достигнуто иначе» [6, С. 35]. Такими «ясными и очевидными» фактами Декарт считал математические истины и поэтому называл математику сущностью всех наук.

Декарт говорит о математике как науке, которая рассматривает порядок и меру объектов независимо от их природы: «Всякий, кто внимательно обдумает это, поймет наконец, что к области математики относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера. И совершенно несущественно, будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое, в чем отыскивается эта мера; таким образом, должна существовать некая общая наука, объясняющая все относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным, но старым, уже вошедшим в употребление именем всеобщей математики, ибо она содержит в себе все то, благодаря чему другие науки называются частями математики» [6, С. 93-94].

В этом определении всеобщей математики высвечивается исходное гносеологическое кредо Картезия. Он вводит критерий ясности, ограничивает то, что отвечает этому критерию и лишено неоднозначных и недостоверных «частных предметов», т.е. сенсуально постижимого заполнения порядка и меры. Далее, по Декарту, нужно отыскивать в познании то, что можно перенести в зону ясности, в математику, т.е. то, что можно освободить от недостоверного, сенсуального, выходящего за пределы порядка и меры содержания. Непосредственное ощущение достоверности математических утверждений, аналогичное ощущению собственного существования мыслящего субъекта («Cogito ergo sum») Декарт называет интуицией. Присоединение к зоне достоверности других утверждений – это дедукция. Сравнивая с сенсуальным опытом, Декарт говорит, что только геометрия и арифметика чисты от всего ложного и не опыт, а дедукция, приводящая познание вещей к математике, создает адекватное представление о мире. «Кроме того, заметим, что опыт часто вводит нас в заблуждение, тогда как дедукция, или чистое умозаключение об одной вещи через посредство другой, если и может быть упущено, когда его нельзя усмотреть, то никогда не может быть плохо построено даже у умов, весьма мало привычных к мышлению» [6, С. 83]. Эта декларация рационализма является вместе с тем апологией метода.

Относительно математических истин Декарт в «Метафизических размышлениях» говорит следующее: «Я считаю наиболее достоверными те истины, которые ясно воспринимал как относящиеся к фигурам, числам и другим материям, принадлежащим арифметике, геометрии и вообще чистой и абстрактной математике... Только математикам дано достичь несомненности и ясности, ибо они исходят из того, что наиболее легко и просто» [4, С. 363]. Рассматривая цепочки математических доказательств, Декарт приходит к выводу, «что и все вещи, которые могут стать предметом знания людей, находятся между собой в такой же последовательности» [7, С. 23]. Поэтому «ищущие прямой путь к истине не должны заниматься никаким предметом, относительно которого они не могут обладать достоверностью, равной достоверности арифметических и геометрических доказательств» [5, С. 82].

Математические понятия не имеют своим источником ощущения, а даны нам Богом и носят врожденный характер. Человеческий разум непосредственно, силой интуиции, дарованной свыше, воспринимает основные, ясные и очевидные истины, а вывод следствий составляет сущность философского знания. В «Рассуждениях о методе» Декарт отстаивает существование разума и достоверного, надежного знания, которым разум обладает. Опираясь на первичную интуицию, он строит доказательство существования бытия Бога, который, по Декарту, является субстанцией бесконечной, вечной, неизменной, создавшей и породившей все существующие вещи.

Декарт утверждает, что интуитивные представления, ясно сознаваемые разумом, и получаемые из них дедуктивные заключения применимы и к физическому миру, потому как Бог при сотворении Вселенной руководствовался математическими принципами. В «Рассуждениях о методе» он говорит о том, что существуют «некоторые законы, которые Бог установил в природе, и понятия о которых так вложил в наши души, что мы после некоторого размышления не можем сомневаться в том, что законы эти точно соблюдены во всем, что есть и происходит в мире» [7, С. 39].

Далее Декарт делает вывод, что законы природы неизменны, так как составляют неотъемлемую часть предустановленного Богом математического плана. В «Принципах философии» он прямо называет математику сущностью всех наук и утверждает, что в любых других науках (а, значит, и в философии) нет каких-либо принципов, отличных от тех, которые существуют в Геометрии (или Абстрактной математике), так как математические принципы позволяют объяснить все явления природы и привести доказательства, не оставляющие сомнений.

Родоначальник классического рационализма явился создателем аналитической геометрии, представляющей слияние арифметики и алгебры с геометрией и призванной вобрать в себя все разделы существующей тогда математики. Система декартовых координат дала возможность сопоставить каждое положение движущейся точки определенному числу и в свою очередь сопоставить всем действительным числам геометрические образы – абсциссы и ординаты движущейся точки, а уравнениями – кривые движения точек (это расширяет понятие числа: до создания аналитической геометрии под ним понималось по преимуществу рациональное число).

Метод Декарта – поиски переменных величин как элементов бытия. Мир состоит из движущихся тождественных себе тел, обладающих протяженностью как единственным объективным предикатом. Познание процессов природы состоит в уподоблении их переменным величинам. Введение переменных величин ознаменовало новый этап в развитии математики[1] и было крупнейшим собственно философским обобщением, тесно связанным с гносеологическими и онтологическими концепциями Декарта и выраженным в приобщении процессов к тем геометрическим и алгебраическим схемам, которые казались ему выражением ясности и отчетливости, а, следовательно, и онтологической содержательности и достоверности знания.

Объективный мир, по Декарту, есть не что иное, как материализованное пространство, или воплощенная геометрия, которая, однако, коренным образом отличалась от античной геометрии. Это отличие ярко описано О. Шпенглером в «Закате Европы»: «Вместо чувственного элемента конкретного отрезка прямой линии и поверхности – специфического выражения *античного* чувства предела – появляется элемент отвлеченно-пространственный и таким образом совершенно не античный элемент *точки*, характеризуемой отныне как группа сопряженных целых чисел. Декарт разрушил литературно унаследованное понятие величины, чувственных размеров и заменил его изменяющейся значимостью отношений положения в пространстве. Однако упускают из виду, что это было равносильно *упразднению геометрии* вообще, которая среди мира чисел анализа ведет только призрачное существование, завуалированное античными реминисценциями. В слово «геометрия» вложен неустраняемый аполлоновский смысл. После Декарта так называемая «новая геометрия» превратилась или в синтетический процесс, определяющий посредством чисел *положе-*

---

[1] Обычно выделяют четыре периода в развитии математики: 1) эмпирической математики (до VII в. до н. э.), 2) математики постоянных величин (VII в. до н. э. – XVI в. н. э.), 3) математики переменных величин (XVII –XIX вв.) и 4) математики переменных отношений (начиная со второй половины XIX в. по настоящее время). См. [18, С. 32-36].

ние точек в каком-нибудь пространстве, притом необязательно трехмерном (в некоторой «множественности точек»), или в аналитический процесс, определяющий числа положением точек, заменять отрезки прямой положениями – значит воспринимать понятие протяженности чисто пространственно, но уже не телесно … Подобно тому, как античная душа в лице Пифагора … выработала *свою* концепцию аполлоновского числа как измеримой величины, западноевропейская душа в лице Декарта и его современников (Паскаля, Ферма, Дезарга) в точно соответствующую эпоху открыла идею числа, родившуюся из страстного *фаустовского* стремления к бесконечному… *Его* символом является решающее, ни в какой культуре не встречающееся понятие функции» [22, С. 120-121]. Фундаментальными и надежными средствами материи являются форма, протяженность и движение в пространстве и во времени, и все эти свойства поддаются математическому описанию. Так что Вселенная в целом представляет собой механизм, работающий согласно математическим законам.

Однако стоит указать на различение Декартом «чистого понимания» и «воображения». В «Метафизических размышлениях» он пишет: «В чистом понимании мысль некоторым образом обращена на самое себя и имеет в виду одну из присущих ей самой идей; когда же мысль воображает, она обращена на тело и усматривает в нем нечто, соответствующее идее – умопостигаемой или же воспринятой чувствами» [4, С. 59]. Философствуя, мы должны опираться на способность понимания, а не на силу воображения: «Та часть человеческого ума, которая более всего помогает математике, а именно воображение, более вредит метафизическим умозрениям» [6, С. 21]. Таким образом, именно математические приемы (интуиция, анализ, дедукция), а не математическая «материя» (математические объекты), согласно Декарту, помогают в метафизических размышлениях.

Бенедикт Спиноза последовал примеру Декарта, утверждая значимость математического метода как единственной нормы и единственного мерила на пути к истинному познанию вещей. Философия голландского мыслителя воплощает в себе идею панматематизма, которая в XVII веке имела форму пангеометризма.

Спиноза придал дедукции универсальный статус и на ее базе развил свою трактовку онтологических, гносеологических, этических проблем, и построил концепцию природы, бога, человека: «математический метод, при помощи которого из определений, постулатов и аксиом выводятся следствия, при исследовании и передаче знаний есть лучший и надежнейший путь для нахождения и обобщения истины» [19, С. 175]. При этом геометрический метод выступает не только как способ доказательства, не только как способ организации философского знания, но и как способ организации всего универсума, который есть единая субстанция и ее бесконечные атрибуты и модусы.

В философии Спинозы математика обладает онтологическим смыслом, тем самым делая природу единым целым, охватывающим все бытие. «Порядок и связь идей те же, что и порядок и связь вещей», – утверждает одна из теорем знаменитой «Этики» [20, С. 407]. Таким образом, математично не только мышление, но и вещи, и процессы, и человеческие страсти, и бог. При этом Спиноза говорит о математике не как математик и даже не как философ, совершающий математический экскурс, он не интересуется частными применениями математики и не заботится о ее приложениях. С математикой связаны проблемы субстанции и ее атрибутов, свободы и необходимости, этика – коренные вопросы бытия и познания, всегда остававшиеся объектом философской мысли. Математика фигурирует как область, где было создано то необходимое отношение между объектами, которые Спиноза сделал основой монистической философии. Поэтому математическое изложение философии у голландского мыслителя имеет мало общего с математическими трудами его современников, математическим конструированием механических, астрономических, физических понятий и является единственно адекватным способом изложения его представлений о бытии и мышлении.

Такая отнюдь не эвристическая в отношении частных истин, а дидактическая в отношении единой, тотальной Истины функция математики в философии лежит в основе системы определений, аксиом, теорем, королляриев и схолий, составляющих содержание «Этики» [20, С. 359-618], главного произведения Спинозы, явившегося трудом его жизни. Предложенная система начинается с дефиниций, относящихся к понятиям причины, субстанции, атрибута, модуса, бога, необходимости, свободы, вечности. Так, причина самого себя (causa sui) – это то, что может быть понято лишь как нечто существующее, не требующее для своего существования чего-то постороннего; субстанция – это то, что постигается без ссылки на нечто другое; атрибут – существенное свойство субстанции; модус, напротив, – некоторое локальное выявление чего-то иного, выходящее за его пределы и т.д. Далее идут положения, которые обосновывают все остальное, сами же очевидны и непосредственно достоверны (интуитивно ясны) сами по себе: это суть аксиомы. Доказательство есть демонстрация. То, что непосредственно следует из теоремы, – дополнительное положение, или королларий; то, что присоединяется к доказательству в качестве поясняющего примечания есть схолия. «Этика» содержит в своих пяти частях 76 определений, 16 аксиом, 4 постулата, 7 лемм, 259 теорем, 70 короллариев и 129 схолий. Поставленная в произведении задача требует уяснения вечного порядка вещей – такова тема, наполняющая всю жизнь и мышление Спинозы. Понять – значит вывести, заключить.

Приведем в качестве примера одну из теорем «Этики» с доказательством.

«Теорема 16. Любовь к богу должна всего более наполнять душу.

Доказательство.

Эта любовь (по т. 14) находится в связи со всеми состояниями тела, которые все способствуют ей (по т. 15). А потому (по т. 11) она все более должна наполнять душу; что и требовалось доказать» [20, С. 601].

В теореме 14 (Часть V), к которой отсылает приведенное доказательство, говорится: «Душа может достигнуть того, что все состояние тела или образы вещей будут относиться к идее бога»; теорема 15 формулируется так: «Познающий самого себя и свои аффекты ясно и отчетливо любит бога, и тем больше, чем больше он познает себя и свои аффекты»; теорема 11 утверждает: «Чем к большему числу вещей относится какой-то образ, тем он постояннее, иными словами – тем чаще он возникает и тем более владеет душой» [20, С. 601].

Смысл теоремы можно выразить следующим образом: всякое углубление в понимании того, что случается с нами, состоит в отнесении событий к идее бога, так как в действительности все является частью бога. Это понимание всего как части бога является любовью к нему. Когда все объекты будут отнесены к богу, идея бога полностью овладеет душой. Таким образом, утверждение, что «любовь к богу должна все более наполнять душу» представляет собой не моральную проповедь, а математически точный расчет, что́ должно случиться, когда мы достигнем соответствующего понимания.

Пафос этой поистине торжествующей математики – в идее свободы и необходимости, слившихся в понятии природы, сотворенной (natura naturata) и творящей (natura naturans), и в понятии причины своего собственного существования (causa sui). В мире наряду с внешней необходимостью царит свободная причина (causa libera) – необходимость, которая является свободой, потому что она детерминирует поведение и судьбу объекта, исходя из его собственной природы. Мир – протяженная и мыслящая субстанция – в своем существовании подчинен собственной природе, вне его ничего нет. Форма необходимости, позволяющая Спинозе построить и изложить свою систему, является математической необходимостью, которая исключает понятие ценности частных истин. Все в равной степени необходимо, и «надо не оплакивать, не осмеивать человеческие поступки, не огорчаться и не клясть их, а понимать» [19, С. 288].

В своем произведении философ хотел показать, как можно жить благородно даже тогда, когда мы признаем пределы наших возможностей: «Но человеческая возможность весьма ограничена, и ее бесконечно превосходит множество внешних причин; а потому мы не имеем абсолютной возможности приспособить внешние вещи нашей пользе. Однако мы будем равнодушно переносить все, что выпадет на нашу долю, вопреки требованиям нашей пользы, если позна́ем, что мы исполнили свой долг, что наша способность не простирается до того, чтобы мы могли избегнуть этого, и что мы составляем часть целого природы, порядка которой мы следуем. Если мы ясно и отчетливо позна́ем это, то та наша часть, т.е. лучшая наша часть, найдет в этом полное удовлетворение и будет стремиться пребывать в нем. Ибо, поскольку мы позна́ем, мы можем стремиться только к тому, что необходимо, и находить удовлетворение только в том, что истинно. А потому, поскольку мы позна́ем это правильно, такое стремление нашей лучшей части согласуется с порядком всей природы» [20, С. 587].

Спиноза воодушевляет нас, чтобы мы избежали ограниченности кругозора, из которой, по его мнению, возникает грех, и убеждает даже при больших несчастьях не замыкаться на своем горе, а понять его, рассматривая в связи с его причинами и как часть общего миропорядка. Показательно, что утверждение автора «Этики»: «Ненависть увеличивается вследствие взаимной ненависти и может быть уничтожена любовью»[2], очень созвучное христианскому призыву любить своих врагов, оказывается вплетенным в его пангеометрическую систему и отражающим необходимый порядок вещей. Вместе с тем Спиноза не отрицает эмоционального отношения к миру; оно выражается в amor intellectualis – радостном ощущении, сопровождающем

[2] Теорема 43. См.: [20, С. 490].

познание мира в его целостности, т.е. познание реальности, которая есть совершенство. «Под реальностью и совершенством, – говорит Спиноза, – я разумею одно и то же» [20, С. 403]. Эта мысль с течением времени приобретает в философии все большее значение.

Вышесказанное позволяет заключить, что Спиноза, продолжив линию Декарта в плане взаимосвязи философии и математики, предложил вариант философско-математического синтеза в форме построения дедуктивной системы природы как единого целого, основанного на математике, понимаемой как область, выражающую объективные связи бытия.

Математический универсализм классического рационализма нашел свое окончательное выражение в трудах великого немецкого философа Готфрида Вильгельма Лейбница. Нельзя не согласиться со словами Г.Г. Майорова: «Философия Лейбница явилась синтезом важнейших идей ведущих философских школ XVII века. Лейбниц для своего века был в определенном смысле тем же, чем Аристотель для греческой античности. Он подвел итоги предшествующего философского развития, объединил все школы, взяв от каждой то, что счел наиболее рациональным, и, отбросив все, что было им опровергнуто как противоречивое и недостаточно обоснованное, указал направления дальнейшего движения в философии и науках и дал при этом некоторый минимум средств для этого движения: новую логику, новую методологию познания, новую систему философских и научных понятий» [16, С. 81].

В «Теодицее» Лейбниц утверждает широко распространенную идею о том, что Бог есть разум, который сотворил наш тщательно спланированный мир. Гармония между реальным миром и миром математики объясняется, с точки зрения немецкого философа, единством мира и Бога. Между математикой и природой существует «предустановленная гармония». Вселенная устроена наиболее разумным образом, наш мир – наилучший из всех возможных миров, и благодаря мышлению человек открывает его законы.

Философско-математический синтез в творчестве Лейбница воплощен в двух формах: как способ рассуждения, в котором математические конструкции проясняют философскую мысль, и как характерное для классического рационализма построение дедуктивной системы для понимания сущности и гармонии Вселенной на основе всеобщего математического метода.

Первую форму синтеза проиллюстрируем несколькими примерами из произведений философа. Мучительно размышляя «над тем, как можно совместить свободу и случайность с цепью причинной зависимости и проведением», Лейбниц внезапно озаряется мыслью: «Но вдруг блеснул мне некий невиданный и неожиданный свет, явившийся оттуда, откуда я менее всего ожидал, – из математических наблюдений над природой бесконечного. Ведь для человеческого ума существует два наиболее запутанных вопроса («два лабиринта»). Первый из них касается структуры непрерывного, или континуума, а второй – природы свободы, и возникают они из одного и того же бесконечного источника» [10, С. 312-313]. Лейбниц обнаруживает связь между математикой и метафизикой, обусловленной единым «бесконечным источником». Это дает ему возможность использовать математические конструкции для прояснения вопросов философского характера, что он и делает в нижеследующих рассуждениях.

«Простота субстанции не препятствует множественности модификаций, которые должны совместно существовать в той же самой простой субстанции и состоять в разнообразии отношений к внешним вещам. Точно также в центре, или точке, как она ни проста, находится бесконечное множество углов, образованных линиями, в ней встречающимися» [12, С. 404].

«Но когда я все более сосредотачивал мысль, не давая блуждать ей в тумане трудностей, мне пришла в голову своеобразная аналогия между истинами и пропорциями, которая, осветив ярким светом, все удивительным образом разъяснила. Подобно тому, как во всякой пропорции меньшее число включается в большее либо как равно в равное, так и во всякой истине предикат присутствует в субъекте; как во всякой пропорции, которая существует между однородными (подобными) количествами (числами), может быть проведен некий анализ равных или совпадающих и меньшее может быть отнято от большего вычитанием из большего части, равной меньшему, и подобным же образом от вычтенного может быть отнят остаток и так далее, беспрерывно вплоть до бесконечности; точно так же и в анализе истин на место одного термина всегда подставляется равнозначный ему, так что предикат разлагается на те части, которые содержатся в субъекте. Но точно так же, как в пропорциях анализ когда-то все же исчерпывается и приходит к общей мере, которая своим повторением полностью определяет оба термина пропорции, а анализ иногда может быть продолжен в бесконечность, как бывает при сопоставлении рационального и мнимого числа или стороны и диагонали квадрата, аналогично этому истины иногда бывают доказуемыми, т.е. необходимыми, а иногда – произвольными либо случайными, когда никаким анализом не могут быть приведены к тождеству, т.е. как бы к общей мере. А это и является основным различием, существующим как для пропорций, так и для истин» [10, С. 316].

Два процитированных отрывка демонстрируют введение в контекст метафизического рассуждения математических фрагментов, позволяющих дать рассуждению наглядно представление, тем самым разъясняя его и даже, как показывает второй отрывок, способствуя рождению известной идее в философии Лейбница о двух родах истин: истин разума, установленных путем логического анализа, и истин факта, полученных из опыта.

Реализация Лейбницем философско-математического синтеза в форме построения дедуктивной системы зиждется на понимании им математики как самой достоверной среди наук, а также на идее каталогизации человеческих мыслей и синтеза нового знания на основе комбинаторики простых элементов мышления, высказанной впервые в работе «О комбинаторном искусстве». Однако в отличие от Декарта, считавшего математические аксиомы далее неразложимыми, Лейбниц сводит их к первичным общелогическим истинам, считая математику особым случаем применения логики. Осуществить подлинный анализ любого (в том числе математического понятия) – значит, свести его к некоторому тождественному утверждению «А есть А». «Природа истины вообще состоит в том, – пишет Лейбниц, – что она есть нечто тождественное».[3]

Для Декарта протяжение – это первичное понятие, совершенно отчетливое и далее неразложимое, составляющее исходный принцип его понимания природы и в то же время (поскольку природа для Декарта есть воплощение математических законов), лежащее также и в основе математики. Именно поэтому для Декарта математика – это прежде всего геометрия, притом геометрия уже не античная, поскольку понятия числа и величины у Декарта, в сущности не различаются. У Лейбница, напротив, протяжение – это не первичное, а производное понятие, оно не обладает отчетливостью и образовано не одним только умом, но умом и воображением, а значит, оно есть гибрид, как это доказывали еще Платон и Прокл. Следующее рассуждение Лейбница проливает свет на его понимание математического

---

[3] Цит. по: [1, С. 264].

знания, которое создается при помощи двух различных способностей – воображения, или общего чувства, и разума. «… Так как душа наша сравнивает (например) числа и фигуры, находящиеся в цветах, с числами и фигурами, заключающимися в осязательных ощущениях, то необходимо должно существовать внутреннее чувство, где соединяются восприятия этих различных внешних чувств. Это и есть то, что называют воображением, которое обнимает как понятия отдельных чувств, ясные, но смутные, так и понятия общего чувства, ясные и отчетливые. Эти принадлежащие воображению ясные и отчетливые идеи составляют предмет математических наук, то есть арифметики и геометрии, – представляющие науки чистые, и их приложений к природе, составляющих математику прикладную. … Не подлежит сомнению, что математические науки не были демонстративными и состояли бы в простой индукции или наблюдении, – которые никогда не могут обеспечить полную и совершенную всеобщность истин, заключающихся в этих науках, – если бы на помощь чувствам и воображению не приходило нечто более высокое, которое может доставить только один ум».[4]

Те понятия, которые целиком разложимы и могут быть сведены к тождественным утверждениям, или, иначе говоря, которые полностью аналитичны, Лейбниц считает созданными самим умом – ближе всего к таким понятиям, как мы уже знаем, стоит, по Лейбницу, понятие числа. Что касается геометрических понятий, то они поддаются анализу настолько, насколько в их создании принимает участие ум, и неразложимы в той мере, в какой оказываются основанными на общем чувстве, то есть на воображении. Именно поэтому доказательство возможности геометрического понятия ведется не через анализ, а через конструкцию, то есть путем порождения предмета, соответствующего понятию. Таким образом, математика, согласно Лейбницу, является наиболее достоверной из наук не сама по себе, а поскольку она производится от логики. Не без оснований один из исследователей учения Лейбница – Луи Кутюра – считает его метафизику интеллектуалистическим панлогизмом. С другой стороны, как справедливо отмечает Кабица, «логика Лейбница базируется на метафизических предпосылках и проникнута метафизикой».[5]

В качестве основных принципов в учении Лейбница можно выделить следующие: 1) принцип всеобщих различений; 2) принцип тож-

---

[4] Цит. по: [1, С. 268].
[5] Цит. по: [1, С. 264].

дества неразличимых вещей; 3) принцип монадности и 4) принцип всеобщей непрерывности (который непосредственно связан с открытым Лейбницем дифференциальным исчислением). К ним добавляются законы классической логики, а также принципы причинности, телеологии, всеобщего совершенства и стремления к его увеличению.

Из основных принципов следует, что элементы всеобщего рода вещей – это некие необыкновенно малые индивидуальности. Вещи восходят вверх по степеням совершенства незаметными переходами, то есть, согласно Лейбницу, природа никогда не делает скачков. Но, в силу первого принципа, постепенность переходов не означает неопределенности того, что находится в состоянии таких переходов, а в силу принципа непрерывности всеобщие различения достигают чрезвычайной степени тонкости. Предельно простые элементы, существование и неделимость которых утверждает принцип монадности, составляют всякую вещь и лежат в основе любого явления.

Для Лейбница монада – бестелесная, непротяженная, неделимая «простая субстанция». Каждая монада есть душа, обладающая свойствами психической активности и саморазвития. Существует иерархия монад, во главе которой стоит Бог – Первомонада. Все другие монады являются «тварными». Любая монада воспринимает всю Вселенную; степень выявленности этого скрытого восприятия разная у разных монад. Саморазвитие монады происходит непрерывно, заполняя промежутки между двумя состояниями. В связи с этим иерархия монад непрерывна. Монады Лейбница – самозамкнутые субстанции. Отношение между ними – это отношение «предустановленной гармонии», данного свыше соответствия состояния любой монады состоянию всех других монад и всего мира.

Переходом от метафизики монад к идеям дифференциализма было учение Лейбница о гармонии. Лейбниц расставляет монады в ряд, где каждая следующая монада бесконечно мало отличается от предыдущей. Он говорит об их аналогии, это первый принцип, гарантирующий согласованность бытия, его гармонию. Гармония означает упорядоченность бесконечно разнообразных элементов, причем под этим бесконечным разнообразием Лейбниц понимает непрерывность перехода, бесконечное число различных монад. Здесь нет тождества, здесь согласованность автономных, субстанциальных элементов, нечто вроде системы, где согласованность существует без взаимодействия (оно бы нарушило автономию монад), она изначальна, она предустановлена.

Наш мир не имеет «пробелов» и содержит в себе всю полноту возможных в его рамках вещей, движений и свойств, и в этом смысле он совершенен. Дифференциальное представление, стягивающее в мгновение те процессы, которые ему предшествуют и за ним следуют, уничтожает аннигиляцию настоящего как нулевой границы между тем, чего уже нет, и тем, чего еще нет. Порядок вещей, заключенный в бесконечно малом, – это дифференциальный закон, имеющий универсальный характер. Следует отметить, что у Лейбница наряду с трактовкой бесконечно малых как пренебрежимо малых постоянных величин существовала в неразвитой форме идея предела: введенный Лейбницем «принцип непрерывности» допускал переход от отношений переменных величин к предельным отношениям.

Как справедливо отметил А.Л. Субботин в одном из своих исследований по философии математики, «основной движущей пружиной творчества Лейбница были поиски всеобщего метода для построения науки, создания изобретений и понимания сущности и гармонии Вселенной» [21, С. 37]. Действительно, Лейбниц всю жизнь лелеял надежду открыть своего рода обобщенную математику, названную им «Characteristica Universalis», с помощью которой можно было бы заменить мышление исчислением. «Если бы она была у нас, – говорил он, – мы бы имели возможность рассуждать в области метафизики и нравственности так же, как мы делаем это в области геометрии и математического анализа».[6]

Проекты построения так называемой Mathesis Universalis идут от Раймунда Луллия; идея математизации всех знаний и создания на этой основе «всеобщей науки» восходит к Декарту. Однако Лейбниц был первым, кто указал путь осуществления подобных проектов. «Под всеобщей наукой, – пишет Лейбниц, – я понимаю то, что научает способу открытия и доказательства всех других знаний на основе достаточных данных». Следовательно, в основу универсальной науки должен быть положен правильный метод, который, по Лейбницу, включает в себя теорию открытия – комбинаторику – и теорию доказательства – аналитику. Кроме того, применение всеобщей науки (Scienta generalis) предполагает наличие «достаточных данных», т.е.

[6] Цит. по: [17, С. 670-671].

принципов, «которые уже очевидны и из которых без других допущений может быть выведено то, о чем идет речь» [11, С. 439].

Таким образом, идея всеобщей науки тесно связана с его принципом совершенства, оптимальности, которая означает универсальную упорядоченность, оперативность и практичность. Прежде всего, нужно навести порядок в уже достигнутом, преобразовав его, т.е. проведя анализ всех накопленных знаний, составив энциклопедию всех полезных знаний: необходим «точный учет того, что мы уже приобрели» [13, С. 462]. Для дальнейшего продвижения следует путем анализа разложить отобранные данные на их составляющие, вплоть до простейших элементов – принципов и идей, истинность которых представала бы перед нами со всей очевидностью, составив каталог человеческих мыслей, после чего можно приступить к формированию оптимального научного языка. Искусство создавать «оптимальные» знаки, или символы, пользоваться ими, а также способ исчисления таких знаков Лейбниц называет «характеристикой». Пока не найден оптимальный способ символического выражения мыслей, лучшим средством их обозначения можно считать буквы и «характеристические числа», особенно простые, комбинацией которых можно выразить, как пытается показать Лейбниц, все элементарные и даже сложные суждения, пользуясь законами формальной логики. Ведь «нет ничего такого, что не допускало бы выражения через число» [14, С. 412].

Основные математические истины, согласно Лейбницу, чисто аналитические: это предложения, в которых субъекты тождественны предикатам, а процедура их доказательства или открытия состоит в обнаружении этого тождества в процессе априорного анализа. В этой связи Лейбницу рисовался идеал всеобщего метода – «Characteristica universalis», – посредством которого можно систематизировать все необходимые истины, доказывать их и открывать новые. Когда же каждое элементарное понятие и суждение будет выражено «характеристически», т.е. символически, и каталог, или алфавит мышления, приобретет самый компактный и операциональный вид (к этому алфавиту следует добавить особые символы, обозначающие основные отношения между понятиями, и установить правила употребления и комбинаций этих символов), можно будет приступить к открытию новых истин и даже новых методов: «частные открытия я не считаю для себя главным, моя высшая цель – усовершенствовать искусство открытия в целом», «один метод заключает в себе бесконечное множество открытий» [15, С. 491]. Искусство открытия состоит в комбинаторике, аналитика же ведет к открытию самих принципов наук. Комбинаторика создает новые сложные понятия на основе известных простых – имея все простые, можно получить и все сложные.

Все это составляет всеобщий рациональный язык, который выражает в формулах сочетания понятий и отношения между ними, принципиально позволяя свести процесс мышления к исчислению. Правда, в создании такого исчисления Лейбниц не пошел далее отдельных попыток. Но вряд ли можно недооценить его великое предвидение, идейно предвосхитившее логицистскую и в определенной степени формалистскую концепции обоснования математического знания. И хотя несостоятельность программ Бертрана Рассела и Давида Гильберта была косвенно доказана Куртом Геделем, это не умаляет важнейших результатов в области оснований математики, полученных на пути их реализации.

Философско-математические идеи представителей классического рационализма не только определили дальнейшее развитие математики (аналитическая геометрия и дифференциальное исчисление являются важнейшими вехами в истории математики), но и значительно повлияли на новоевропейское миропонимание и стиль мышления. Величайшие мыслители XVII – XVIII веков недвусмысленно утверждали господство математики. Очень характерно для этой эпохи высказывание П. Лапласа о том, что состояние Вселенной в любой момент времени можно рассматривать как результат ее прошлого и как причину ее будущего. Разумное существо, которое в любой момент знало бы все движущие силы природы и взаимное расположение образующих ее существ и способное проанализировать эти данные, могло бы выразить одним уравнением движение всех тел во Вселенной (от планет до мельчайших атомов) и охватить единым взглядом как будущее, так и прошлое.

Уильям Джеймс в работе «Прагматизм» очень точно описал умонастроения мыслителей того времени: «Когда были открыты первые математические, логические и физические закономерности, первые законы, проистекавшие из этих открытий, ясность, красота и упрощение настолько захватили людей, что они уверовали в то, будто им удалось доподлинно расшифровать непреходящие мысли Всемогущего. Его разум громыхал громовыми раскатами и эхом отдавался в силлогизмах. Бог мыслил коническими сечениями, квадратами, корнями и отношениями и геометризовал, как Евклид. Бог предначертал законы Кеплера движению планет, создал закон синусов, которому свет должен следовать при преломлении... Бог измыслил архетипы всех вещей и придумал их вариации, и когда мы открываем любое из его чудесных творений, то постигаем его замысел в самом точном предназначении»[7]. Таким образом, математика постепенно приобретала всеобщий и универсальный характер.

Подводя итог предпринятой в данной статье реконструкции, можно заключить, что философско-математический синтез в рамках классического рационализма воплотился в своеобразную «математизацию философии». Воспринятая от Декарта идея об универсальном характере математики была реализована в построении двух всеобъемлющих дедуктивных систем: первая – система Б. Спинозы – базировалась на признании онтологичности и всеобщности аксиоматического метода и, по мнению ее создателя, отражала объективный и необходимый природный порядок; вторая (незавершенная) – система Г. Лейбница – представляла собой «Scienta generalis», всеобщую науку, основанную на «универсальной характеристике», призванной быть своего рода «исчислением человеческих мыслей».

Литература

1. Гайденко П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. – М., СПб., 2000.
2. Галилей Г. Пробирных дел мастер. – М., 1987.
3. Данилов Ю.А., Смородинский Я.А., Иоганн Кеплер: от «Мистерии» до «Гармонии»//УФН. – Л., 1973. – Т. 109. – Вып. 1.
4. Декарт Р. Метафизические размышления//Декарт Р. Избранные произведения. К 300-летию со дня смерти (1650-1950). – М., 1950.
5. Декарт Р. Правила для руководства ума//Декарт Р. Сочинения в 2-х т. – Т.1. – М., 1989.
6. Декарт Р. Правила для руководства ума. – М.–Л., 1936.

[7] Цит. по: [8, С. 82].

7. Декарт Р. Рассуждение о методе с прил. «Диоптрика», «Метеоры», «Геометрия». – М., 1953.
8. Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М., 1984. – С. 82.
9. Коперник Н. О вращении небесных сфер. Малый комментарий. Послание против Вернера. Упсальская запись. – М., 1964.
10. Лейбниц Г.В. Два отрывка о свободе//Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1982. – Т.1.
11. Лейбниц Г.В. Начала и образцы всеобщей науки//Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1984. – Т.3.
12. Лейбниц Г.В. Начала природы и благодати, основанные на разуме//Лейбниц Г.В. Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1982. – Т.1.
13. Лейбниц Г.В. Некоторые соображения о развитии наук и искусстве открытия//Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1984. – Т.3.
14. Лейбниц Г.В. История идеи универсальной характеристики// Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1984. – Т.3.
15. Лейбниц Г.В. Письмо герцогу Ганноверскому//Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4-х т. – М., 1984. – Т.3.
16. Майоров Г.Г. Теоретическая философия Готфрида В. Лейбница. – М., 1973.
17. Рассел Б. История западной философии. Пер. с англ. – Ростов н/Д., 1998.
18. Рузавин Г.И. О природе математического знания. – М., 1968.
19. Спиноза Б. Основы философии Декарта, доказанные геометрическим способом//Спиноза Б. Избранные произведения. – М., 1957. – Т. 1.
20. Спиноза Б. Этика, доказанная геометрическим способом и разделенная на пять частей, в которых трактуется: I. О боге; II. О природе и происхождении души; III. О происхождении и природе аффектов; IV. О человеческом рабстве и о силах аффектов; V. О могуществе разума или о свободе человека//Б. Спиноза. Избранные произведения. – М., 1957.

21. Субботин А.Л. Лейбниц, Кант и их принципы философии математики//Философия в современном мире. Философия и логика. – М, 1974.
22. Шпенглер О. Закат Европы. – Мн., М., 2000.

А. А. Побережный

(Курск)

КОНСТРУКТИВИСТСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ В ИСКУССТВЕ НАЧАЛА XX ВЕКА И ФИЛОСОФСКИЙ КОНСТРУКТИВИЗМ

Резюме.

Конструктивизм в искусстве, возникнув в среде материалистически и сциентистски ориентированных архитекторов и художников, в противовес традиционной художественной категории композиции выдвигает категорию конструкции как некое научно-технологическое и принципиально новое понятие. В наиболее общем случае под конструкцией в конструктивизме понимался рационалистически обоснованный тип композиционной организации произведения, в котором на первое место выдвигается функция, а не художественно-эстетическая значимость. На протяжении XX столетия просматривается эволюция конструктивистских идей от отказа от трансцендентного в искусстве через экспликацию научного знания к отказу от возможности познания объективной реальности в радикальном конструктивизме.

* * *

Конструктивизм представляет собой междисциплинарное направление духовной культуры XX века, в основе которого лежит представление об активности познающего субъекта, который использует специальные рефлексивные процедуры при построении (конструировании) образов, понятий и рассуждений.

Первоначально конструктивизм зародился как направление в искусстве в Европе конца XIX века в творчестве ряда художников и архитекторов (Т. Гарнье, П. Беренса, Г. Озанфана, Ф. Пикабиа, Р. Делоне, Ф. Леже, Ле Корбюзье). Возникнув в среде материалистически и сциентистски ориентированных архитекторов и художников, конструктивизм в противовес традиционной художественной категории композиции выдвигает категорию конструкции как некое научно-технологическое и принципиально новое понятие. В наиболее общем случае под конструкцией в конструктивизме понимался рационалистически обоснованный тип композиционной организации произведения, в котором на первое место выдвигается функция, а не художественно-эстетическая значимость. Немецкий архитектор Готфрид Земпер [9, S. 28] сформулировал основное положение, которое легло в основу эстетики конструктивистов, заключавшееся в том, что эстетическая ценность всякого художественного произведения определяется соответствием трех его элементов функционального назначения: произведения, материала, из которого оно сделано, и технической обработки этого материала [10]. Уже с XIX века предметная среда испытывала все возрастающую экспансию инженерных форм. В концепции конструктивизма определяющую роль играл конструкторско-изобретательский подход к проблемам формообразования, одним из приемов которого, основанном на точных расчетах физических свойств материалов и функций объекта, стало конструирование, составляющее один из этапов или компонентов процесса проектирования. Цель конструирования – организация оптимальной функциональной связи элементов композиции. Зарождение конструктивистской теории непосредственно связано с движением, имеющим своею целью согласовать с индустриальной техникой художественную промышленность и архитектуру.

Однако конструктивизм «в чистом виде», сводящий композицию к выразительности конструктивной схемы, оказался нежизненным. Европейское искусство, отличающееся накопленной веками культурой формой и глубиной художественных традиций, не могло далее развиваться в узких границах конструктивизма.

Но отвергнутый европейцами конструктивизм возродился русской революцией. «Почву этому течению создали нигилизм революционного авангарда и романтика утопических идеалов «тотального конструирования жизни». Поэт В. Маяковский с гордостью писал в журнале «ЛЕФ» («Левый фронт»): «Впервые не из Франции, а из России прилетело новое слово искусства – конструктивизм, понимающий формальную работу художника только как инженерную, нужную для оформления всей нашей жизни... Здесь не возьмешь головной выдумкой. Для стройки новой культуры необходимо чистое место... Нужна Октябрьская метла» (цитируется по [7]). Конструктивисты – братья Веснины, М. Гинзбург, И. Леонидов, Л. Лисицкий, К. Мельников, В. Татлин – отрицали традиционный художественно-образный подход к формообразованию. А. Веснин, к примеру, утверждал, что «вещи, создаваемые современными художниками, должны быть чистыми конструкциями без балласта изобразительности» (цитируется по [3]).

В это время шел процесс перестройки сознания художника. Роль концептуально-теоретического слоя в развитии практики «производственного» движения и определялась участием в формировании новой творческой установки. «Складывался новый подход художника к своей деятельности и особое – «производственное» – мироотношение со свойственным ему восприятием «новой культуры». Инициатива, активность, организованность сознаются как необходимое условие ее реализации. Психологической основой этого перехода явился феномен глубинно-личностного переживания социальных целей, общественной пользы – энтузиазм строителей «новой жизни». В контексте нового мировоззрения поиски художников в сфере формообразования оказались как бы социально санкционированными» [7].

Дальнейшее самоопределение конструктивизма совершалось под знаком социальной значимости творчества. Придя в своем абстрактном творчестве к конкретному материалу, многие художники легко восприняли и материализм в его целостном понимании. Футуристическая ориентация, свойственная «левому» искусству вообще, органично соединилась с идеологической установкой на «светлое будущее». Точки соприкосновения конструктивизма с материалистической концепцией истории нашлись и в оценке роли научно-технического прогресса и техники в частности.

«Произошел симбиоз эстетически-художественных и идеологических установок, в результате чего сформировался самобытный советский конструктивизм, отличавшийся от западных аналогов ярко выраженным социальным характером» [2, С. 3].

В отечественном искусстве 20-х гг. XX в. сторонники конструктивизма, выдвинули задачу конструирования окружающей среды, активно направляющей жизненные процессы. Они стремились осмыслить формообразующие возможности новой техники, ее логичных, целесообразных конструкций. Показной роскоши конструктивисты противопоставили простоту и подчеркнутый утилитаризм новых предметных форм, в чем они видели воплощение демократичности и новых отношений между людьми. Общеизвестно, что конструктивисты в своих декларациях и теоретических кредо отрицали эстетическую обусловленность новой формы, настойчиво подчеркивали, что конструктивизм не «стиль», а метод творчества. Конструктивизм отвергает самоцельность всяких форм; мало того, считает форму не целью, а средством и, в известном отношении, результатом творчества и ставит своей задачей реальную обработку реальных материалов. Это считалось необходимым для того, чтобы творческие возможности художника подчинить не его собственной фантазии, а объективным законам действительности, для того, чтобы искусство могло стать социально-действенным, могло войти в строительство жизни ценным и равноправным сотрудником» [7].

В попытках разрешения проблемы «искусство и производство» одним из важных моментов становится утверждение взгляда на само искусство как на «производство», что непосредственно следовало за трактовкой искусства как труда. В данном подходе имела место трактовка искусства как деятельности, производная от воззрения на мир как мир человеческой деятельности. «Сработанность», «сделанность» всего, что производится человеком, в том числе и произведений искусства, становится центральным моментом этого подхода. Для него существен акцент на активно-творческой стороне деятельности художника, однако творчество мыслится как «делание», как «обработка материала».

«Увлечение конструкцией — актуализация в сознании эмоционально положительно окрашенного смыслообраза — распространилось и шире. Эстетическое сознание положительно настроено, установлено видеть, обнаруживать, оценивать, воссоздавать, открывать, строить конструкцию — узнавать ее и радоваться этому узнаванию. И включается оно в этот процесс свободно и непринужденно, втягиваясь в своего рода игру, отдаваясь многоголосой перекличке множества форм с откровенной, обнаженной, акцентированной конструкцией. В пределе — во всем, всюду» [6, С. 94].

Технологизация творческого сознания авангардного художника, наметившаяся уже в предреволюционные годы и затем развивавшаяся, образовала базис, на котором происходило движение от «беспредметничества» к конструктивизму. Этот процесс сопровождался углублением рационализации художественного сознания [5]. В начале 20-х годов он охватывает почти все виды искусства (изобразительное искусство, литературу, театр). Рационализм здесь – в сознательной установке: не понять, как происходит (или протекает) творчество, а выяснить, как оно организовано, как организуется (а не образуется) форма. В этой позиции художника просматривается попытка перейти к методически осмысленному творчеству. Поскольку профессионально-технологический момент, всегда занимающий существенное место в работе художника, не только выдвигался на первое место, но и полагался как бы исчерпывающим его содержание, постольку обычное мировоззрение художника-профессионала трансформировалось в «технологическую» установку.

Характерно, что поиски «законов» и «формул» искусства протекали в уверенности в конечности этого процесса, в том, что не только «измерять» искусство, но и «измерить» его возможно. При таком подходе к творчеству понятия вдохновения, таланта оказывались слишком возвышенными и туманными. На первый план выдвигаются и сознательно акцентируются «принцип организации», изобретательство и т. п.

Родоначальником русского конструктивизма считается В. Татлин, который в 1913-1914 годах создал ряд так называемых «Угловых рельефов», выведя поиски пластической выразительности из плоскости картины в «реальное» пространство экспонирования с использованием реальных материалов (жести, дерева, бумаги и т.п.), окрашенных в соответствующие цвета. Фактически первые «рельефы» Татлина — это структуры, вынесенные с плоскости холста в пространство.

В архитектуре принципы конструктивизма были сформулированы в теоретических работах А.А. Веснина и М.Я. Гинзбурга; практически они впервые воплотились в созданном братьями Весниными проекте Дворца труда для Москвы с его четким, рациональным планом и выявленной во внешнем облике конструктивной основой здания (железобетонный каркас). Конструктивисты разработали функциональный метод проектирования, основанный на научном анализе особенностей функционирования зданий, сооружений, градостроительных комплексов. В конце 1925 года в Москве возникло «Объединение современных архитекторов» («ОСА»), его председателем стал А. А. Веснин, активный сторонник конструктивизма. В ряды объединения вошли М. Я. Гинзбург, И. И. Леонидов, И. Голосов, М. Барщ, А. Буров, В. Татлин, а также братья А. А. Веснина — В. А. и Л. А. Веснины. Конструктивисты отрицали традиционный художественно-образный подход к формообразованию и стремились к чистым конструкциям без балласта изобразительности, к достижению выразительности в пределах того, что определялось функциональным методом.

Весной 1922 года в Москве возникла литературная группа конструктивистов (А. Н. Чичерин, К. Л. Зелинский, И. Л. Сельвинский).

Первоначально конструктивизм был узко формальным направлением, предлагающим понимание литературного произведения как конструкции. Конструктивисты выдвигают принцип «грузофикации» слова, максимальной его уплотненности, насыщенности, полезного эффекта.

Оформление и концепции конструктивизма и «левого фронта искусств» в целом прямо обусловлено идеей «Октября искусств», то есть преобразований искусства, подобных Октябрю по радикальности и сонаправленных с ним содержательно. С этим же связано движение «театрального Октября», возглавленное В. Э. Мейерхольдом в конце 1920 - начале 1921 года. Искания, не порывавшие с театром как таковым, устремлялись к «сближению» театра с жизнью, к созданию театра современного, соответствующего духу, характеру и требованиям времени. Естественным образом здесь начал формироваться театр выраженной социально-политической направленности, злободневности. Первым таким спектаклем стал спектакль «Мистерия-буфф», поставленный В. Э. Мейерхольдом по пьесе Маяковского к первой годовщине Октября [7].

Мейерхольд видел задачу театра в прямом, открытом, целенаправленном воздействии на зрителя, завоевании его, вовлечении в спектакль как соучастника. Такой театр становился в ряд с политическим плакатом и митингом, утверждал единый фронт борьбы за новый мир – против старого. «Мейерхольд полагал, что новым условиям «психологический» театр, театр «переживания» и «нытья» не отвечает, а потому «На старые театры нужно повесить замок...». Его театр открывал двери «новому зрителю» буквально: вход на представление «Зорь» – был открытым. Во время спектакля зачитывались телеграммы с фронта. Общение со зрителем продолжалось и на обсуждениях-диспутах после спектаклей.

Мейерхольд стремится к разрушению традиционной сцены-коробки, снятию границы сцена-зрительный зал, актер-зритель, активное действие-«пассивное созерцание». Одновременно он уходил от показа человеческих характеров на сцене к действующим лицам как представителям социальных групп (классов), то есть как бы к иному масштабу жизнеотношения» [7].

Один из ведущих теоретиков конструктивизма Б. Арватов писал: «Пролетариат ... призван создать новое искусство, – искусство реальной жизни, искусство, по преимуществу, не отражающее, а организующее. На театре эта формула расшифровывается так: 1) надо режиссера превратить в церемониймейстера труда и быта, 2) надо актера, т.е. спеца по эстетическому действию, превратить в квалифицированного человека просто. ... Грядущий пролетарский театр станет трибуной творческих форм реальной действительности; он будет строить образы быта и модели людей; он превратится в сплошную лабораторию новой общественности, а материалом его станет любое отправление социальных функций» (цитируется по [7]).

Конструктивная установка, появившаяся в театре, утверждала не только новый взгляд на облик сцены, но и на существо процессов, здесь происходящих, то есть новый взгляд на спектакль и на театр вообще.

А. Ган писал: «… конструктивизм не случайное эстетическое течение в искусстве, а серьезное явление в области художественного труда, с первых дней своего возникновения вставшее на настоящий производственный путь.

Проработанные дисциплины в лабораторных трудах конструктивистов проверяются теперь на конкретных сооружениях, и неудивительно, что он нанес смертельный удар спекулятивной театральной работе» [4].

Основной вклад в теорию и идеологию конструктивизма внесли на разных этапах Н. Пунин (в 1919 году он определил художественную культуру как «организацию материальных элементов» и выделил в качестве основных единиц пластического мышления материал, объем и конструкцию), Б. Арватов, считавший, что целью искусства является наполнение мира не прекрасными образами-отражениями, а конкретными предметами, отвечавшими духу революционного (нового) времени, он утверждал, что «пролетариат … призван создать новое искусство, - искусство реальной жизни, искусство, по преимуществу не отражающее, а организующее» [1, С. 132], А. Ган [7], утверждавший идею искусства как труда и производства, равного любой другой трудовой деятельности. Трактовка искусства как художественного творчества у Б. Арватова совместила в себе, с одной стороны, традиционно основополагающие его моменты - свобода гармоничности, целостности, полноты творческого выражения личности, и, с другой стороны, сугубо акцентированный момент мастерства, качества, «квалификации» деятельности. По ходу теоретических рассуждений Арватова совершенно естественно происходила актуализация то одних, то других характеристик. Категория квалификации, безусловно, важная для Арватова, тесно связана с понятиями организации, сознательности, целесообразности. Все это уже достаточно понятно из предыдущего изложения. Но сам термин «квалификация» не являлся непременным атрибутом построений Арватова. Определенность специфики его трактовки искусства не утрачивалась и без этого термина: «...художественным творчеством оказывается целостное гармоническое творчество, в котором человек выявляется с наибольшей полнотой и силой»... «Искусство является не чем иным, как высшим видом всякого творчества, видом творчества гармонического, свободного, сознательно и преднамеренно целостного, непосредственно творимого и непосредственно воспринимаемого, социально-биологический смысл которого выражается в том, что лишь в искусстве возможно полное и синтетическое развертывание всех активностей творящей личности и творящего коллектива» Рационализм, технологичность, функциональность, практицизм, фактурность материала — понятия из арсенала техноцентристской цивилизации — становятся главными категориями в конструктивизме. Даже термин «художник» заменяется у них словом «мастер».

Исходной и определяющей для искусства выступает мера, степень совершенства деятельности, ее квалифицированность, имеющие в качестве своей необходимой предпосылки свободное, целостное проявление в ней субъекта. В каждом из существующих видов деятельности искусство означает наиболее совершенную, гармоничную, наиболее квалифицированную организацию материала. Соответственно, художник наиболее искусный, наиболее квалифицированный организатор.

В начале 30-х годов происходит ослабление влияния конструктивизма и уменьшение числа его сторонников, что было прежде всего связано с изменением социально-политического климата в стране, когда в полемических спорах произошла подмена профессионально-творческих проблем идеологическими и политическими оценками и ярлыками. Процесс усреднения искусства нарастал до середины 30-х годов, когда волевые акции по установлению единомыслия в художественном творчестве ознаменовались опубликованием в газете «Правда» серии статей репрессивного толка по разным видам искусства. Таким образом, главной причиной исчезновения конструктивизма в СССР в 30-е годы стала изменившаяся политическая ситуация, то есть причина внешняя, не связанная с внутренне профессиональными проблемами.

В конструктивизме существовало два основных направления [11, С. 31]: отвлеченный конструктивизм, близкий к геометрическому абстракционизму, не преследовавший утилитарных целей, но занятый исключительно художественными задачами (развитие идущих от кубизма тенденций поиска конструктивных законов формы, пространства, внутренней архитектоники предмета и т.п.) и «производственно-проектный», направленный на художественное конструирование предметов утилитарного назначения и блоков среды обитания человека. Он был тесно связан с архитектурой и промышленностью и руководствовался принципом: превратить искусство в производство, а производство – в искусство. Эстетика конструктивизма во многом способствовала становлению художественного конструирования. «Композиционные эксперименты с блоками текста, шрифтами, цветом, геометрическими фигурами и фотографическими изображениями подвели художников к созданию плаката новой «конструкции». Он не только информировал, просвещал и агитировал, но и «революционно перестраивал» сознание граждан художественными средствами, свободными от излишеств традиционной описательности и иллюстративности» [8]. На основе разработок конструктивистов (А.М. Родченко, А.М. Гана и др.) создавались рассчитанные на массовое производство новые типы посуды, арматуры, мебели. Художники разрабатывали рисунки для тканей (В.Ф. Степанова, Л.С. Попова) и модели одежды (В.Ф. Степанова, В.Е. Татлин). Конструктивизм сыграл значительную роль в развитии плакатной графики (фотомонтажи братьев Стенбергов, Г.Г. Клуциса, А.М. Родченко) и конструирования книги (использование выразительных возможностей шрифта).

Проблемы конструктивизма остаются актуальными на протяжении всего XX века, о чем свидетельствует периодический возврат к его идеям и ценностям в художественной и обыденной реальности. По словам О. В. Ахматовой, «конструктивизм явил беспрецедентное вторжение искусства, понятого как своеобразный инженерный вид творчества, не только в вещественную, материальную сферу, но и в область социальных отношений и человеческой психики» [2, С. 46].

Основная парадигма конструктивизма — утверждение о бессмысленности и ненужности какого-либо декоративного украшения изделия. Конструктивизм провозгласил излишеством в вещах любых элементов, в которых нет конструктивной и утилитарной необходимости. Красота должна возникать из собственной художественной выразительности их формы, конструкция вещи сама по себе уже имеет декоративные свойства.

Таким образом, всякое произведение искусства понимается конструктивистами как интуитивно ясная, лишенная какого бы то ни было сакрального смысла конструкция, долженствующая не отражать трансцендентные уровни бытия, а выполнять практическую функцию.

Позже конструктивистские идеи проникают в сферу науки и становятся новой парадигмой обоснования научного познания и методологии различных наук. В 30-е годы появляется математический конструктивизм, – теория, которая интерпретирует математические утверждения как истинные, если и только если они доказаны, и как ложные, только если они опровергнуты. Согласно конструктивистам, некоторые классические формы логического вывода (например, закон исключенного третьего, закон двойного отрицания, постулирование бесконечных множеств) не могут использоваться в процедурах математических доказательств. Математический конструктивизм требует, чтобы всякий математический объект был интуитивно ясным, и существование любого объекта считается доказанным лишь в том случае, когда принципиально возможно проследить каждый шаг его построения. Нет оснований предполагать, что идеи конструктивизма в искусстве каким-то образом повлияли на математический конструктивизм, однако просматривается нечто общее в таких, на первый взгляд, далеких друг от друга направлениях, – эксплицизация человеческой деятельности, которая понимается не как отражение и открытие высших законов бытия, а как конкретная работа субъекта по их созданию.

В середине XX столетия конструктивизм распространяется в социально-гуманитарную область, и появляются «теория личностных конструктов» Дж. Келли, утверждающая, что «человек в своем взаимодействии с самим собой и окружающим миром оперирует не некой абстрактной объективной реальностью, а своей интерпретацией этой реальности», и социальный конструктивизм П. Бергера и Т. Лукмана, согласно которому реальность социально конструируется, и социология знания должна анализировать процессы, посредством которых это происходит. Во второй половине XX века имеет место проникновение конструктивизма в такие социально-гуманитарные сферы, как педагогика, историческая наука (Оукшотт, Голдстейн), аксиология

(Н.С. Розов), право и мораль (Дж. Ролз, А.И. Бродский), этнология (А. Купер, Дж. Комарофф, В.А. Тишков).

В 80-е годы возникает радикальный конструктивизм – новое направление в эпистемологии, проблематика которого уже не ограничивается методологией науки, а переходит на общефилософский уровень. Исходным пунктом данного направления является нейрофизиологический взгляд на человеческий мозг как на операционально замкнутую систему, порождающую когнитивно изолированный мир. Благодаря операциональной замкнутости мозг работает исключительно с внутренними корреляциями, которые полностью определяют активность живого организма, а окружающая среда только инициирует те или иные изменения, но никак не определяет их. Из этого делается вывод о принципиальной невозможности научного познания внешней реальности.

На протяжении XX столетия просматривается эволюция конструктивистских идей от отказа от трансцендентного в искусстве через экспликацию научного знания к отказу от возможности познания объективной реальности в радикальном конструктивизме. Возникновение конструктивизма было обусловлено десакрализацией мировоззрения, широким распространением атеистических и позитивистских идей во всех сферах духовной культуры конца XIX – начала XX века, в науке и философии. Эволюция конструктивизма отражает дальнейшее развитие этих идей.

Литература

1. Арватов Б. Об агит- и прозоискусстве. – М., 1930.
2. Ахматова О.В. Русский конструктивизм (опыт социально-философского анализа). – М: Компания Спутник +, 2001.
3. Власов В.Г. Конструктивизм // Большой энциклопедический словарь изобразительного искусства в 8т.– Т.1. – СПб.: ЛИТА. – 2000.
4. Ган А. Конструктивизм. – Тверь, 1922.
5. Русский конструктивизм в системе концепций формообразования XX века (историко-теоретические проблемы). – Режим доступа: http://x-4.narod.ru/asp, свободный. – Загл. с экрана.
6. Сидорина Е.В. "Амазонки авангарда" и "квадратура конструктивизма" (Из "Этюдов о русском авангарде")//Амазонки авангарда (Искусство авангарда 1910-1920-х годов). – М.: Наука, 2004. – С. 81-97.

7. Сидорина Е. В. Сквозь весь двадцатый век. Художественно-проектные концепции русского авангарда. – М.,1994. – Режим доступа: http://prometa.ru/colleague/15/2, свободный. – Загл. с экрана.

8. Шклярук А.Ф. Конструктивизм в советском плакате /Золотая серия. Автор вступительной статьи — кандидат искусствоведения Елена Бархатова (Санкт-Петербург). – М.: Контакт-Культура, 2004.– 240 с.; 227 иллюстраций; в переплете; на русском и английском языках. – Режим доступа: http://www.plakat.ru/Info/p_r01.htm, свободный. – Загл. с экрана.

9. Quitzsch H. Die ästhetischen Anschauungen. – B., G. Sempers, 1962.

10. Semper G. In Search of Architecture. – The MIT Press, 1984. – 336 p.

11. Новая Философская Энциклопедия. – Т. 1. – М.: Мысль. – 2000.

АВТОРСКАЯ СПРАВКА

Еровенко Валерий Александрович

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей математики и информатики Белорусского государственного университета.
E-mail: erovenko@bsu.by

Кочергин Альберт Николаевич

доктор философских наук, профессор кафедры философии Института переподготовки и повышения квалификации преподавателей социально-гуманитарных дисциплин МГУ им. М.В. Ломоносова, заслуженный деятель науки РФ, член Российского философского общества (РФО).
E-mail: albert@voxnet.ru

Курбатова Елена Алексеевна

аспирант кафедры философии Курского государственного университета (КГУ).
E-mail: sakyra86@bk.ru

Мануйлов Виктор Тихонович

кандидат философских наук, доцент кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).
E-mail: manvict@yandex.ru

Михайлова Наталья Викторовна

кандидат философских наук, доцент, зав. Кафедрой социально-гуманитарных дисциплин Минского государственного высшего радиотехнического колледжа.
E-mail: erovenko@bsu.by

Мороз Виктория Васильевна

доктор философских наук, профессор кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).
E-mail: vicmoroz@mail.ru

Побережный Александр Алексеевич

кандидат философских наук, член Российского философского общества (РФО).
E-mail: alexvtor@yandex.ru

ABSTRACTS

V.A. Yerovenko
(Minsk)

The limits of the possibilities of the philosophic-mathematical reflection

The necessity of philosophy of mathematics is conditioned with the insolvability of the problems of the object and status of mathematics within philosophical world outlook exclusively or mathematical theorizing only. The synthesis as a method of philosophic-mathematical interaction reflects the peculiarities of the correlations between philosophy and mathematics. After Gödel's results the "splitting" of the mathematical existence and mathematical consciousness had happened. This fact created the premises for the object and subject opposition in mathematical cognition. From the philosophical point of view the problems of the foundations of mathematics are not the "ontological problems" but the problems of mathematical activity. Till nowadays nobody succeeds in determining how far as traditional mathematics described the reality adequately in spite of its "incomprehensive efficiency".

A.N. Kochergin
(Moscow)

Is the state management in modern Russia constructive?

In connection with expanding of the process of globalization a question about the working-up of the position to it is arising before Russia. As Russia experiences the civilization crisis now it is necessary to create the project of the civilization development that considerate Russian mentality, its geopolitical position, population, climatic conditions, scientific-technical potential. It has to be the system project that envelops the main spheres of human activity and determines what, for what and with help of what we must do for safety of our identity. In these conditions the state

management must be aimed to forming the project that permits Russia to enter the process of globalization with the optimal way.

E.A. Kurbatova
(Kursk)

The reconstruction of the Pythagorean triad "mathematics-music-cosmos" in A.F. Losev's philosophy

This article discovers the character of mathematics, music and cosmology interaction in the study of Pythagoreans, reveals the principles of the reconstruction of the Pythagorean study in A.F. Losev's works that has hot only historic-philosophical value but rehabilitates Pythagorean method of world understanding in the face of modern science. This reconstruction demonstrates the fruitfulness of the Pythagorean triad for restoring of the integral image of World had lost by New European science.

V.T. Manuylov
(Kursk)

The constructivity of the antique mathematics

The author examines the origin, place and role of the "constructions" (buildings) in the antique mathematics, reveals onto-epistemological foundations of the constructivity of the antique mathematics. The author marks two ways of building of mathematical knowledge: 1) axiomatization that is creation of the mathematical theories, and 2) "constructivization" that is building of mathematics on the base of constructive (in different senses) methods. These ways were outlined in the antique mathematics; later on they gave the beginning of different onto-epistemological buildings in philosophy of mathematics (platonism and constructivism, analytic and constructive philosophies of mathematics etc.).The constructivity of the antique mathematics consists: – in the presence of the postulates fixing what constructions are demanded to assumed in the theory from the first among the bases of this mathematical theory; – in the presence of the problems that show what constructions may be conducted on the base of postulates and axioms among the deducted propositions; – in indissoluble connections and interdependence of the problems and the theories. Epistemological foundations of the constructivity of the antique mathematics are formed with: – the studies by Plato, Aristotle and Procklus about mathematical knowledge as intermediate (middle) knowledge transferring cognition

from opinion study to episteme study; – the study of imagination as cognitive ability realized in mathematics; – the theory of abstractions by Aristotle. Ontological foundations of the constructivity of the antique mathematics are contained in the studies by Plato, Aristotle and Procklus about "thinkable matter".

N.V. Mikhailova
(Minsk)

The number-theoretical researches and the algorithmic problems in substantiation of mathematics

According to Skolem's "paradox" the concept of power set (cardinal number) as the concept of set are not absolute and depend on the axiomatic theory where this set is examined. This fact implicates far from trivial conclusion that generally there is not absolute innumerability because the set that is innumerable in one axiomatic theory may be numerable in another one. In reality "calculation" and "discourse" are inseparable and represent the fundamental duality of mathematical cognition. I. Kant defended the intuitive and constructive ways of definition of mathematical concepts and in the same time insisted on the universal value of the main logical principles. Correctness and incorrectness of the theorems not only depend on the possibilities human activity forms straightly but has being determined with these possibilities.

V.V. Moroz
(Kursk)

The constructivity of the rationalistic version of philosophic-mathematical synthesis

The author of this article reveals the special features of the rationalistic variant of philosophic-mathematical synthesis reconstructed from the conceptions of R. Descartes, B. Spinoza, G. Leibniz that concluded in epistemic interpretation of philosophy as theoretical science about the reasons and foundations of the whole existence and in the universalization and ontologization of mathematical method.

As the analysis of the texts of marked thinkers shows philosophic-mathematical synthesis in classical rationalism conceptions is based on the

conviction that true knowledge can be reached by the single way that is clear and distinct intellectual perceiving in the object of research or it's deducting from evident propositions. Descartes considered axioms of geometry and arithmetic as such clear and distinct propositions and mathematical demonstration as the most reliable method of the receiving of correct knowledge. Human intellect perceives the main clear and evident truths directly with the force of intuition granted by God and the deduction of consequences is the essence of philosophical cognition. In this article the author analyses the "Ethics" by B. Spinoza as the classical model of the rationalistic version of philosophic-mathematical synthesis. She also observes how Descartes' ideas continue in the G. Leibniz's "Characteristica Universalis" by means of which it may be possible to systematize all necessary truths, prove them and open new ones. Besides in the article has been shown that Leibniz's works demonstrates the variant of philosophic-mathematical synthesis as special way of discourse where elements of mathematical knowledge serve as "visual" schemes for metaphysics constructions.

A.A. Poberezhnyi
(Kursk)

The constructive conception in the art at the beginning of the XX-th century and philosophic constructivism

The constructivism in the art born in the midst of materialistic and scientific oriented architects and artists adduced the category of construction as some scientific-technological and principally new concepts in the opposite of the traditional artistic category of composition. In general case constructivism means construction as rationalistic substantiated type of compositional organization of work of art where function but not artistic-aesthetical value is advanced on the first place. The author of this article observes the evolution of constructivistic ideas during the XX-th century from the giving the transcendental up in the art through the explication of scientific knowledge to the giving the possibility of the cognition of objective reality up in the radical constructivism.

Для заметок

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ОДИННАДЦАТЫЙ

Редактор Н. Д. Собина

Компьютерная верстка В.Т. Мануйлов

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать 25.12.2008 г.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Объем 9,1 усл. печ. л.

Тираж 500 экз. Заказ № ______

Издательство Курского государственного университета

305000, г. Курск, ул. Радищева, 33