



КУРСК

2004

ПРОБЛЕМА
КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО
И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ТРЕТИЙ

КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ
НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ**

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ТРЕТИЙ

**КУРСК
2004**

ББК 87.3

П 78

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П 78

Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск третий / Предисловие В.Т. Мануйлова. - Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004. – 124 с.
ISSN 0131–5048

Данный выпуск сборника статей является продолжением первых двух выпусков, объединенных общей темой исследования: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Сборник рекомендуется специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; он может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

ББК 87.3

Ответственный редактор – кандидат философских наук, доцент
В.Т. Мануйлов

ISSN 0131–5048

© Коллектив авторов, 2004.

© Курский государственный университет, 2004.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора	4
<i>Арепьев Е.И.</i> Проблемно-постановочные аспекты сущностного истолкования математического знания в аналитической традиции: формально-логические и лингвистические компоненты	7
<i>Ильин В.В.</i> Конструктивность социального действия	15
<i>Кочергин А.А., Кочергин А.Н.</i> Конструктивность философии как учебной дисциплины	26
<i>Кузнецов А.В.</i> Междисциплинарное взаимодействие в процессе синтеза физической картины мира	47
<i>Мануйлов В.Т.</i> Конструктивность в аксиоматических теориях множеств	54
<i>Мороз В.В.</i> Конструктивные тенденции в русской философии: роль математических построений в реализации философско-математического синтеза	85
<i>Побережный А. А.</i> Радикальный конструктивизм и «конструктивная теория науки»	106
Наши авторы	122
Abstracts	123

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

В предлагаемом вниманию читателей третьем выпуске сборника статей содержатся работы, объединенные общей темой исследования: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Первые два выпуска сборников статей по данной теме опубликованы в 2001 и в 2003 гг.¹

Задача проведения сравнительного анализа содержания и роли идеи конструктивности на различных этапах исторического развития физики, математики и философии составляет важное направление в современной методологии науки.

В статье *Е.И. Арепьева «Проблемно-постановочные аспекты сущностного истолкования математического знания в аналитической традиции: формально-логические и лингвистические компоненты»* обсуждается вклад аналитической философской традиции XX столетия в области философии математики; выявляются и дополняются эвристические аспекты сущностного истолкования математического знания в данной философской традиции, устанавливается возможность интерпретации характерных для этой традиции методов и подходов как особого вида конструктивности в обосновании математического знания.

В статье *В.В. Ильина «Конструктивность социального действия»* на основе критического анализа методологических установок концепций научного знания и социального действия предлагается синтетическая модель конструктивности социального действия. Согласно данной модели, онтологический базис истории образуют человеческие цели, мотивы, интересы, ценности, которые накладываются на объективные условия жизнедеятельности, подверженные циклическим зависимостям – «волны жизни». Использована аналогия уподобления истории матричной (антагонистической) игре, в которой в качестве критериев выбора оптимальной стратегии выступают фундаментальные социальные константы (ФСК).

¹ См.: Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – 115 с.; Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003. – 133 с.

Статья *А.А. Кочергина и А.Н. Кочергина «Конструктивность философии как учебной дисциплины»* посвящена анализу различных концепций предмета и функций философии, распространенных в учебной литературе. Вскрывается неконструктивность общепринятых точек зрения на предмет и функции философии, предлагается конструктивная (в смысле, уточняемом авторами) концепция предмета философии и ее функций, которая должна быть положена в основу преподавания философии как учебной дисциплины.

В статье *А.В. Кузнецова «Междисциплинарное взаимодействие в процессе синтеза физической картины мира»* дан анализ специфики взаимодействия рассудка и способности воображения в процессе синтеза физической картины мира. Различаются две фундаментальные способности субъекта, выполняющие конструктивную функцию при построении физической картины мира. Первая: способность к осуществлению категориального синтеза, к построению методологии с элементами целесообразности в относительной парадигмальности, т.е. наличие такой рефлектирующей способности суждения, которая предполагает создание определенной структуры, включающей ранее установленные факты как конструкты фундаментальной физической теории. Вторая: способность к изменению физической картины мира в ситуации «аномальной науки», предполагающая применение философских и общенаучных принципов в их конструктивной функции.

В статье *В.Т. Мануйлова «Конструктивность в аксиоматических теориях множеств»* на основе рассмотрения канторовской теории трансфинитных чисел как стандартной модели различных аксиоматических теорий множеств выявлено содержание понятия «конструктивность в аксиоматических теориях множеств», выделены виды этой конструктивности, указаны гносеологические основания каждого из видов конструктивности.

Статья *В.В. Мороз «Конструктивные тенденции в русской философии: роль математических построений в реализации философско-математического синтеза»* на материале философско-математических текстов Н.В. Бугаева и П.А. Флоренского вскрывает механизм использования математических конструкций в рассмотрении философских проблем. Философско-математический

синтез интерпретируется как особый способ рассуждения, в котором элементы математического знания (понятия, теоремы, модели) участвуют в решении проблем философского характера, тем самым способствуя их прояснению и провоцируя рождение новых идей и проблем.

В статье *А.А. Побережного «Радикальный конструктивизм и «конструктивная теория науки»»* рассматриваются различные формы конструктивности, их гносеологические истоки, общие черты и наиболее существенные различия; рассматривается генезис идей конструктивности, их преломление и выражение в интуитионизме, конструктивизме школы А. А. Маркова, в немецкой «конструктивной теории науки» и в радикальном конструктивизме конца XX века. Рассматриваются теоретические истоки конструктивизма в концепции априорных форм созерцания И. Канта.

Примечания к статьям сборника сделаны постранично. Библиография в конце статей.

Сборник может быть полезен специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; он может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

В.Т. Мануйлов

Арепьев Е.И.
(Курск)

ПРОБЛЕМНО-ПОСТАНОВОЧНЫЕ АСПЕКТЫ СУЩНОСТНОГО ИСТОЛКОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТРАДИЦИИ: ФОРМАЛЬНО- ЛОГИЧЕСКИЕ И ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ КОМПОНЕНТЫ*

Резюме

Настоящая статья посвящена обсуждению проблемно-постановочного вклада аналитической традиции XX столетия в область философии математики. В работе выявляются и дополняются эвристические аспекты сущностного истолкования математического знания – возможные интерпретации конструктивности исходных математических истин и объектов, варианты подходов к их онтологическому и гносеологическому истолкованию.

Развитие идеи Готлоба Фреге о логической природе арифметических истин было предложено, как известно, в трудах Б. Рассела. Осуществленная последним попытка построения всего здания «чистой» математики, изложением которой является совместный с А. Уайтхедом труд «Principia Mathematica», представляет собой важнейший вклад в развитие математической логики. Однако этой работе сопутствовал детальный анализ проблем философского характера, встающих на пути обоснования логической природы математики².

Основная часть вопросов была предложена в работе Б. Рассела «The Principles of Mathematics». Особенностью этих вопросов является то, что их формулировка уже предполагает изначальную установку на логическую природу математического знания. Такая установка приводит к ситуации, когда большинство онто-гносеологических аспектов затрагиваются имплицитно, то есть данные аспекты занимают как бы второстепенное положение.

Поставленные Расселом в этой работе вопросы представляют собой столь обширную классификацию проблем, носящих отчасти технический характер, что их полное освещение не представляется целесообразным в настоящем обсуждении. Как уже было сказано, они ориентированы на логическое истолкование природы математики. Таким образом, Рассел исходит из необходимости уточнения

* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Проект № 01-06-80278

² О вкладе Г. Фреге в проблемно-постановочную область философии математики см.: Арепьев Е.И. Интерпретация вопросов философии математики Г. Фреге // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 2. – С. 114–120.

или выявления самих принципов математического знания, а также прояснения сущности так называемых «логических констант».

Выяснение важнейшего вопроса о том соотношении, в котором находятся математика и логика, предполагает, по Расселу, решение следующих подзадач: первое – обоснование выводимости всей математики из символической логики, и второе – максимальное раскрытие принципов самой символической логики³.

Исследование символической логики в целом, включающее освещение вопросов пропозиционального исчисления, исчисления классов и исчисления отношений, является у Рассела лишь одним из аспектов процесса выявления соотношения математики и логики. Важным этапом этого процесса он считает уяснение способа применения логических понятий и законов в естественном языке. Такая позиция в частности демонстрируется тем, что изложение сущности каких-либо положений и терминов у Рассела изобилует примерами из обыденного словоупотребления.

В период создания «The Principles of Mathematics» Рассел большое внимание уделяет исследованию понятия класса. Несмотря на то, что позднее он отказывается от утверждения их фундаментального значения, конкретизация вопросов, встающих на пути множественного истолкования чисел, сохраняет свою значимость. Эти вопросы, отчасти рассматриваемые уже в работах Г. Фреге, представляют собой логико-лингвистическое осмысление различных аспектов сущностной природы множества, или класса. Основными положениями такого осмысления являются проводимые Расселом различия между классом понятия (объемом понятия) и понятием класса, а также между истолкованием класса как целого и класса как многого.

Постановка подобных вопросов, казалось бы, не может существенно расширить проблемное поле исследований фундаментальных основ математического знания в свете результатов, полученных в области теории множеств Г. Кантором, Р. Дедекиндом и другими. Однако это не совсем так. Действительно, успешное развитие математики в целом и отдельных ее областей, далеко не всегда сопровождается успешным развитием области философских оснований. Более того, вопросы, относящиеся к онтологическому и гно-

³ См.: Russell B. The Principles of Mathematics. – London. – George Allen & Unwin LTD Museum street second edition 1937 (first published 1903). – P.9

сеологическому основанию сущности тех или иных математических объектов, законов и аксиом, приобретают особую актуальность и остроту в процессе развития математической теории, но, как правило, совсем не продвигаются к своему разрешению.

Проведенные Расселом исследования основных математических понятий и принципов в свете их логического истолкования, в значительной мере способствовали переходу процесса философского осмысления математики на новую ступень, связанную с признанием неотъемлемости и значимости логической составляющей. Он рассматривает вопрос о математическом смысле определения, вопрос об определении конечного и бесконечного, причем эти вопросы подразумевают освещение как проблемы истолкования дискретной бесконечности (бесконечности целых чисел) так и истолкование бесконечно малого и непрерывной бесконечности. Отдельно рассматриваются проблемы трансфинитных кардинальных чисел, трансфинитных ординальных, комплексных чисел. В рассмотрение также включаются вопросы о «проективной», «изобразительной», «метрической» геометриях и их соотношении, вопросы о пространстве и времени и их физической интерпретации.

Построение исследования и постановка вопросов Расселом указывают на то, что этот мыслитель не пытается любыми средствами приписать числам сущностную характеристику. Истолкование природы натуральных чисел не рассматривается и как заведомо первый шаг в процессе обоснования математического знания. Такое истолкование в концепции Рассела предполагает предварительное выяснение ряда вопросов и в то же время не является финальным этапом, так как дальнейшие шаги предусматривают не менее глубокий анализ.

Общепризнанно, что программа полного сведения математики к логическим основаниям не была осуществлена. Более того, считается, что теорема К. Геделя о неполноте указывает на принципиальную невыполнимость такой задачи. Тем не менее результаты исследований Рассела и Уайтхеда, продолживших традицию Г. Фреге, не могут не быть признаны существенным вкладом, как в математическое знание, так и в область его философских оснований.

Логическая интерпретация многих онтологических и гносеологических вопросов не приводит Рассела к полному отрицанию их осмысленности вне формально-логических конструкций. Так, в работе 1940 года «Исследование значения и истины» он указывает на познаваемость отношения, существующего между структурой

предложений и событий, о которых эти предложения повествуют: «Я полагаю, что между структурой предложений и структурой событий, о которых говорят предложения, существует вполне познаваемое отношение. Я не считаю целиком непознаваемой структуру неязыковых фактов и убежден в том, что при надлежащей осмотрительности свойства языка помогут нам понять структуру мира»⁴. Данное положение, выдвигаемое Расселом в зрелый период творческой деятельности, указывает на дополнение ранней, логицистской установки новой – лингвистической.

Таким образом, возникает новый ряд проблем, встающих на пути выявления онтологических и гносеологических основ математики, науки и человеческого знания в целом. Эти проблемы связаны с вопросом о правомерности и результативности познания сущностной природы реальной действительности через исследование структуры языка. В качестве аргумента, обосновывающего необходимость и допустимость такой методологической установки, Рассел выдвигает тезис, представляющий собой рассуждение от противного и являющийся результатом глубокого логического анализа языка: «... абсолютный метафизический агностицизм несовместим с использованием языковых суждений. Некоторые современные философы полагают, что мы много знаем о языке, но ничего не знаем обо всем остальном. Они забывают о том, что язык является таким же эмпирическим феноменом, как и другие феномены, и что метафизический агностик должен отрицать, что он что-то знает, когда использует некоторое слово. Со своей стороны, я убежден в том, что хотя бы посредством изучения синтаксиса мы можем получить значительные знания относительно структуры мира»⁵.

Подобное истолкование проблемы осмысленности метафизических вопросов и утверждение о познаваемости действительности путем исследования языковых форм представляет собой по существу формулировку фундаментальной установки лингвистически ориентированной философии. В русле данного течения выступает и Витгенштейн, указывающий на суть основной проблемы, решение которой он ставит своей задачей: «Великая проблема, вокруг которой вращается все, что я пишу, следующая: существует

⁴ Рассел Б. Исследование значения и истины. – М., 1999. – С. 387

⁵ Там же. – С. 394.

ли a priori некоторый порядок в мире, и если да, то в чем он состоит?»⁶. Эта проблема, несомненно, не может быть поставлена без того, чтобы не войти в противоречие с позитивистским тезисом о неосмысленности метафизических вопросов.

Упорядоченность мира вещей и понятий может быть истолкована в свете проблемы природы математических истин. В частности как вопрос об универсальной применимости математического знания для описания практически любой области действительности, изучаемой наукой, вопрос о природе достоверности и неопровержимости установленных математикой положений. Говоря о математической достоверности, Витгенштейн указывает, что она не является психологическим понятием. Он истолковывает вид достоверности как вид языковой игры. Различие между языковыми играми и, соответственно, видами достоверности, Витгенштейн поясняет следующим примером: ««Хотя ты и можешь быть полностью уверенным в душевном состоянии другого, но эта уверенность всегда только субъективна, а не объективна». Два эти слова указывают на различия между языковыми играми»⁷. Таким образом, лингвистическое истолкование проблемы достоверности математических истин выделяет новый подход к осмыслению философских вопросов данной области знания, основой которого является анализ языка самой математики.

Постановка новых и конкретизация, преобразование уже сформулированных вопросов, стоящих на пути осмысления природы математического знания, в аналитической философии математики предполагает опору на логическую и лингвистическую компоненты методологического аппарата. Причем такая установка не сводит роль логики и языка лишь к чисто техническим средствам достижения истины, но и указывает на их сущностную общность с математикой. Это ведет к образованию явной априористской тенденции, которая входит в одну из наиболее влиятельных парадигм математического знания, существующую уже несколько столетий и развивающуюся также в наши дни⁸.

⁶ Витгенштейн Л. Дневники (1914–1916) // Людвиг Витгенштейн Дневники 1914–1916 с приложением заметок по логике (1913) и заметок, продиктованных Муру в Норвегии (1914). – Томск, 1988. – С. 73.

⁷ Витгенштейн Л. Философские исследования // Людвиг Витгенштейн. Философские работы. – Ч. I. – М., 1994. – С. 313.

⁸ См., например, Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М., 2001.

Представляется необходимым отметить, что само по себе признание априорности математических истин не является, на наш взгляд, окончательным разрешением проблемы онтологического статуса математики. Если исходить из тезиса о том, что математические очевидности, или исходные принципы математики заложены изначально в наш разум и представляют собой доопытные формы мышления (или производные от этих форм), то возникает новый ряд вопросов. Например, вопрос о том, почему заложены в наш разум такие формы восприятия и мышления. То есть, являются ли эти формы отражением форм отношений реального мира и самое главное, является ли это отражение единственным, единственно возможным.

Вопрос о единственности также требует пояснения. Такое пояснение, пользуясь методом Витгенштейна, можно сделать при помощи нового вопроса: возможен ли разум, на основе априорно заложенных форм мышления, разум, отображающий и преобразующий действительность, доопытные формы оперирования которого продуцировали бы систему, аналогичную по своим функциям математике, но не редуцируемую к ней?

Пути разрешения последнего вопроса предполагают, по меньшей мере, три подхода к построению гипотез, опирающихся на априоризм. Первый – это признание математических исходных положений неотъемлемым и необходимым конструктивным компонентом лишь структуры разума и мышления. Второй – интерпретация природы математики как одной из неотъемлемых, но не единственно возможной априорной составляющей разума. И третий – истолкование математических истин как конструктивных свойств отношений сущностей реального бытия, действительности, отраженных в исходных формах мышления.

Предложенные вопросы и пути их возможной разработки предполагают также уяснение или хотя бы конвенциональное принятие того, что считать исходными математическими истинами, понятиями. Аналитическая традиция, несмотря на ряд расхождений во мнениях, противоречивых положений и непоследовательностей, содержащихся в концепциях ее представителей⁹, позволяет, тем не менее, пролить определенный свет на эти вопросы.

⁹ Об этом см.: Арепьев Е.И. Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций//Актуальные проблемы социогуманитарного знания. Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XVI. - М.: "Прометей", 2003. - С. 3-14.

Прежде всего привлекает внимание понятие натурального числа и натурального ряда. Полученные в исследованиях Г. Фреге конкретизирующие данную проблему положения, относящиеся к выделению особого статуса чисел 0 и 1, к выявлению неоднородности чисел и др.¹⁰, могут быть дополнены, на наш взгляд, еще несколькими значимыми аспектами.

Действительно, несмотря на неоднородность, натуральные числа имеют важнейшую общую особенность, которая может быть сформулирована как свойство выражать дискретные характеристики действительности. Подобное свойство выявляет существенную общность натуральных чисел с целыми, дробными рациональными и иррациональными алгебраическими числами. Эта общность позволяет сделать вывод о первостепенности выявления онто-гносеологического статуса чисел, выражающих дискретность реального мира (или дискретность нашего восприятия).

Важнейшим аспектом данной проблемы является также истолкование природы самого натурального ряда, то есть исходного математического выражения дискретной бесконечности. Этот вопрос, разрабатываемый на протяжении длительного времени, не получает исчерпывающего разрешения и продолжает оставаться актуальным, несмотря на пристальное внимание к нему со стороны математиков, философов и логиков¹¹.

Следующая проблема, встающая на пути осмысления природы исходных математических понятий, представляет собой вопрос об истолковании действительных чисел, который не может по своей значимости быть сопоставлен с проблемой перехода от натуральных и целых к дробным и иррациональным алгебраическим числам, так как действительные числа подразумевают выражение уже не дис-

¹⁰ Об этом см.: Арепьев Е.И. Интерпретация вопросов философии математики Г. Фреге // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 2. – С. 114–120.

¹¹ Об основных вопросах философии математики и определении натурального ряда через понятие просто-бесконечной системы Дедекиндом см.: Арепьев Е.И. Философия математики и ее аналитическая трактовка в свете теоретико-множественного подхода к обоснованию математического знания. – Курск, 2001. – С. 10–15. См. также: Арепьев Е.И. Об основных вопросах философии математики // Человек-Культура-Общество. Актуальные проблемы философских, политологических и религиоведческих исследований. Материалы Международной конференции, посвященной 60-летию воссоздания философского факультета в структуре МГУ им. М.В. Ломоносова (13-15 февраля 2002 г.). – Т. II. – М.: Изд-во «Современные тетради», 2002. – С. 4.

кренности, а непрерывности реального мира. В свете данной проблемы встает и вопрос о бесконечности действительных чисел, которая служит математическим выражением непрерывной бесконечности, а не дискретной, как в случае с натуральным рядом.

Проблемы истолкования натуральных и действительных чисел, натуральной, то есть дискретной, и действительной, то есть непрерывной, бесконечностей включают в себя, таким образом, обширное многообразие вопросов, связанных с переходом от натуральных чисел к целым, от целых к дробным, от ограниченных бесконечных множеств к неограниченным, и других, в том числе формулируемых и разрабатываемых в концепциях аналитиков. Однако это лишь одна из сторон общего проблемного поля философского обоснования математики.

Другим аспектом, или, точнее, другой методологической интерпретацией путей истолкования природы математического знания должен явиться подход, исходящий из целостного осмысления математики или ее отдельной области и подразумевающий дальнейшую детализацию, конкретизацию исследования, опирающуюся на способ рассуждения от общего к частному. Рассел наиболее явно пытается придерживаться именно этого пути, определяя всю «чистую математику» и осуществляя на основе такого определения построение, конструирование ее отдельных областей – арифметики, алгебры, геометрии – и соответствующих им определений и понятий.

Необходимо отметить, что построение исследования онто-гносеологических проблем математики методом «от общего к частному» позволяет лишь приблизить строгость и достоверность получаемых результатов к теоретическому уровню естествознания, так как общая исходная установка сохраняет зависимость от успешности практически всех дальнейших построений, и все достигнутые результаты не приобретают статус достоверных, а остаются только вероятными. Тем не менее, учитывая специфику философского исследования в целом, включающую в себя и невозможность достижения абсолютной достоверности, подобный методологический принцип, реализуемый аналитиками с большой тщательностью, повышенным вниманием к логической обоснованности, научности рассуждений и выводов, представляет собой существенный вклад в методологию, философию математики и философское знание в целом, значение которого трудно переоценить.

Ильин В.В.
(Москва)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ СОЦИАЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ

Резюме

На основе критического анализа методологических установок концепций научного знания и социального действия предлагается синтетическая модель конструктивности социального действия. Согласно данной модели, онтологический базис истории образуют человеческие цели, мотивы, интересы, ценности, которые накладываются на объективные условия жизнедеятельности, подверженные циклическим зависимостям – «волны жизни». Использована аналогия уподобления истории матричной (антагонистической) игре, в которой в качестве критериев выбора оптимальной стратегии выступают фундаментальные социальные константы (ФСК).

Основной задачей философии с самого ее возникновения, как известно, является поиск надежного основания для упорядочения нашей жизни, на котором бы покоилось как знание, так и деятельность¹. Честолюбивая задача взрастить древа познания и влияния на некоей выверенной почве дала старт культивации, – всепоглощающие проекты «базиса несомненности» заполнили рефлекссию. В философии науки развилась апология «естественного света» души (сенсуализм, рационализм, интуитивизм). В философии политики развилась апология «естественного света» власти (от идеологов абсолютизма до идеологов коммунизма).

Обжигающее аналитическое резюме данного всего «оброшенного словами» опыта – разочарование. Фундаменталистская идея точности, строгости, достоверности, очевидности в познании и добротворения в обществе провалились. Требования всестороннего доказательства для знания и совершенства для социума оказались невыполнимыми. «Мы как бы носимся по обширной поверхности вод, – безутешно итожил Паскаль, – не зная пути... Только что думаем укрепиться на одном основании, оно колеблется и покидает нас; хотим ухватиться за него, а оно, не поддаваясь нашим усилиям, ускользает из наших рук, обращается в вечное перед нами бегство... Таково наше естественное положение, как оно ни противно нам: мы хотим желанием найти твердую почву,

¹ Также см.: Dingler H. Grundriß der methodischen Philosophie. – Fußen, 1949. – S.7

последнее незыблемое основание, чтобы воздвигнуть на нем башню... Но все здание наше рушится, и земля разверзается под нами до самых недр своих»².

Дискурс ограничил порыв, оконтурив собственные претензии предписаниями Гёделя, Тарского, Левенгейма, Сколема (математика), Эйнштейна, Гейзенберга, Бора (естествознание). На этом идейном фоне утвердилась развенчивающая абсолюты, занимающая познавательно сдержанную позицию платформа пробабилизма.

Исходно же крепящийся на saniрующих инициативах праксис не в состоянии априори лимитировать полномочия, – никаких препятствий благородной оптимизации социального устройства единственно нет; все имеет пределы, кроме склонности к улучшению.

Между тем искомым воплощений чаемого (демократия, вовлечение, участие, реализация) не достигается. В чем причина? Почему создаваемое нами незаверσιμο? Как объяснить, что есть равенство без свободы; что алчность пребывает единственным мотивом действия; что растет праздность; что...? Что мешает создать социум, отвечающий идеалу?

Оказывается: мешает человек, при полномочиях субъективный фактор, по обстоятельствам лишаящий миротворчество надлежащих гарантий.

Мощь духа терпит крах, облачаясь в формы повседневных дерзаний. Интрига претворения сместила акцент, переместив центр тяжести с проблематики фундаментального основания на проблематику фундаментального действия.

Доктрину методического действия отработывал в философии науки интуиционизм, в философии политики дисижнионизм.

Меньше действуешь – больше выдумываешь. Привнесение элемента реализма в знание и общество связывается с пафосом конструктивности. Если знать структуру действия – технологию задания объекта, его обмирщения, – можно получать выверенный предсказуемый результат. И в случае дискурса, и в случае праксиса возможно досконально знать творение (ряды идеальных (натуральные числа) и социальных (институты) структур), иметь ручазательства состоятельности.

Дух конструктивности, отнюдь не будучи изощрением ума, однако, навеивает романтическую картину мира. Во-первых, творец

² Паскаль Б. Мысли // Лабрюйер Ж. Характеры. – М., 1974. – С.68.

далеко не всегда исчерпывающе знает творение (можно ввести понятие числа, но не ведать «исконной» его природы). Во-вторых, перевод рассмотрения из плоскости «сущность» в плоскость «устройство сущности» не снимает проблемы. Поддерживаясь сильными допущениями регуляризованности, нормосообразности онтологии (реалий), он ничего не говорит ни о характере, ни об условиях их (допущений) соблюдения. Отчего вдруг исключается возможность возведения безрассудства в ранг государственной философии (позволяющей, к примеру, в колхозе им. Кутузова ставить памятник Наполеону), отчего принимается рокайльная схема: добродетель полномочна, жестокость не ужасна?

Конструктивный подход автоматически не исключает легкомысленность, беспорядочность, опрометчивость, – понимание этого определяет новый виток исчерпания «субстанции» «технологией».

Лишенные естественности конструктивистские умпостроения пытались отредактировать теоретики «рационального действия».

Онтология конструктивного социума задается условием упорядоченности жизнетока – поддержание прагматического порядка на базе торжества закона. Тезис о порядке как консервативной стратегии нормативной самоорганизации – исполненный прелести доктринальный ход, сообщающий деятельности качества целесообразности, прозрачности, однако прелести весьма хрупкой. Представление жизни как организованной «по принципам» диссонирует с реальной жизнью, развертывающейся «по прецедентам». Имеет смысл вести речь, следовательно, о двух рядах (1) организованной по универсальным нормам доктринальной жизни; (2) подчиненной уникальным интересам реальной жизни. Оба ряда, конечно, не совпадают.

Состыковку «организации» и «процесса» налаживают адепты «рационального действия». Смысл их предложения сводится к синхронизации ориентиров социального действия.

Причина неорганичности (конфликтности) общества – несопряженность ценностных опосредований, дискордантность пресуппозиций, веро-убеждений как результат приобщенности к различным ареалам значимостей. Навести мосты между несовместимыми экзистенциальными кредо позволяет «рациональность», манифестируемая в формальном модусе аппаратом доказательства,

началом достаточного основания; в материальном модусе – понятием благополучия, вытекающем из «ориентированного социального действия с точки зрения определенных ... ценностных постулатов»³.

Итак, всеобщее благоденствие кредитуется рациональным, т.е. рассчитанным, скалькулированным, сбалансированным по интересам, действием. За безмятежной поверхностью картины, однако, проступает тревожная суть. Довольно от явления перейти к структурным контекстам, озаботившись: как, чем рациональность субъективно свободного действия конституируется. Мрачная ирония состоит в ответе – она конституируется инструментально-бюрократически.

Жизненное – обуславливаемо ли чиновно-административным? Скрытая и жесткая детерминация одного другим выхолащивает жизненное; люди, подмятые институтами, расчеловечены.

Восстановить «рациональность» в терминах жизненных реалий пробует понимающая социология, комбинирующая более консистентной (сопоставительной с веберовской) моделью «значащей онтологии».

Мир не имеет в отношении нас намерений. Мы сами конструируем их для себя внедрением ценностей, целей, идеалов. Насущная задача «быть в ценностно диверсифицированном мире» просто не решается. Если не принимать «прозрение приходит до понимания», возникает проблема осмысленной коммуникации, продуктивного обмена деятельностью.

Презумпция «действие происходит через овеществление общих ценностей» (Парсонс) распространяется на узкий круг тривиально стандартных ситуаций; она не захватывает в свой бредень ситуации оригинальные, когда, скажем, между «взял» и «отдал» вклинивается «преобразил». И все же с позиций феноменологии (понижающей социологии) в плюрализме ценностей *per impossible* выделяется некое твердое ядро, и это суть канонизирующие поведенческие фигуры императивы первоисточной экзистенциальной стихии, само собой разумеющейся действительности – сферы *Lebenswelt*.

Опыт разнообразен, всякий руководствуется в утверждении

³ Weber M. *Wirtschaft und Gesellschaft*. – Н.1. – Tübingen, 1956. – S.60.

специфической системой релевантностей в зависимости от богатства опыта. Никакой резонансности социальных действий тут нет. Она возникает в магистрали того, что каждый шаг утверждения в мире основывается на запасе раннего опыта, который включается в определенное единство в форме нашего запаса, служащего каждому из нас в качестве направляющей схемы наших собственных поведенческих актов. Все наши опыты в жизненном мире связаны с этой схемой, так что предметы и события в нем встречаются нам с самого начала в своей типичности⁴.

Значит, типизация – предпосылка сходности наших истолкований, действий, реакций в жизненном мире. Романтическое «кружение сердца», своенравие выйти из ряда вон отступает перед архетипами *Lebenswelt*, задающими стратегическую инициативу. Конгенитальность, причастность единым корням порождают сорт лишенной географических пределов гуманитарной общности, передаваемой основным тезисом взаимных перспектив: «я» подчиняюсь тому, что другие видят мир в принципе так же, как «я».

Тезис обслуживают идеализации:

- а) обмениваемости точек зрения;
- б) конгруэнтности систем релевантности.

Назначение первой – гомология взглядов: «я» ставит на свое место другого и убеждается в одинаковом отношении к миру. Назначение второй – гомология ценностей: «я» предполагает, – различия в подходах к миру иррелевантны; наши оценки тождественны; мы судим о вещах по сходным критериям; мы допускаем, что другие действуют так же, как мы это знаем.

Жизненный мир структурирован. Мы знаем как. И потому, утверждаясь, взаимодействуем, рассчитывая на взаимность. Это «рассчитывание» представляет не веберовский казенный расчет, но общую веру, что ни мир (идеализация последовательности «и так далее»), ни «я» (идеализация повторяемости «я могу снова и снова»), ни мне подобные (идеализация типичности «я», вытекающая из основного тезиса взаимных перспектив) не изменяют свойства.

Все минется, одна правда останется. Правда же состоит в признании неадекватности фундаментальных феноменологических

⁴ См.: Schutz A., Luckmann T. *Strukturen der Lebenswelt*. – Bd. I. – Neuwied, 1975. – S.26.

идеализаций константности. Изменяющийся мир, несамостоятельный человек (человек «линяет» (Сартр) в ходе жизни), неодинаковые люди – существуют разрозненно, действуют не сопряженно, в исполнении жизненных проектов руководятся не «типичными» ценностями.

Обязательное и поддержанное силой высказанных идей итоговое убеждение заключается в необходимости преодоления естественнонаучного варианта социальной теории. Отрицание самодостаточности гуманитарного ресурса в тематизации человеческих реалий принадлежит прошлому. Никто всерьез не воспринимает органицистские, механические, редукционистские модели, связывающие причины поступков с кровообращением и теми обстоятельствами, которые его «усиливают, приостанавливают, ослабляют или ускоряют»⁵.

Бихевиоризм, рефлексология уступили место аксиологически ориентированной системе, доктринально выражающей ценностную природу человека.

Человек существо символическое – ценностно выраженное, идеалонесущее. Последнее как родовая сущность проявляется в организации деятельности. Сфера желания (практический разум) озадачивает, сфера познания (чистый разум) производит расчет. Совершенно ясно, что удовлетворить потребность можно инстинктивно, рефлекторно (в обход «логарифмов»). В принципе, такое не раритет в многострадальной истории, именуемой в подобном случае нечеловеческой.

Человеческая история становится с постановок «допустимо ли», «какой ценой», иницилирующих введение оценок, стимулирующих отнесение к ценностям. Поскольку цели и ценности людей различны, описываются сеткой координат с осями «нельзя делать» и «нельзя не делать», постольку есть намерение подчинить их неким абсолютным предпосылкам, находящим оправдание в логическом подходе к решению поисковых задач.

«У республиканца иная совесть, чем у роялиста, у имущего – иная, чем у неимущего, у мыслящего – иная, чем у того, кто не способен мыслить»⁶, – отмечал Энгельс. Стремление преодолеть

⁵ Ламетри Ж. О. Соч. – М., 1976. – С. 290.

⁶ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. – Т.6. – С.140.

эмпирическое безбрежье, не погрязнуть в частностях, влечет обращение к абсолютам.

Религий множество, – Кант полагал возможным замкнуть их на мораль. Отсюда схема «категорического императива».

Обществ множество, – Вебер полагал возможным замкнуть их на управление. Отсюда схема «рационального действия».

Цивилизаций множество, – Сорокин полагал возможным замкнуть их на этос. Отсюда схема «интегральной цивилизации».

Миров множество, – Шюц полагал возможным замкнуть их на Lebenswelt. Отсюда схема «сопряженности взаимных перспектив».

Концептуально стратегия абсолютов оправдана: доктринально она позволяет соблюдать теоретико-методологический монизм; приводит многообразие к единству; фиксируя инварианты, развертывать сущностные тематизации. Эмпирически стратегия абсолютов не оправдана: не имея операциональных эквивалентов, они не получают верификации.

Парадокс – абсолюты теоретически приемлемы, эмпирически не приемлемы – снимается введением эмпирически удостоверенных абсолютов.

Где тот заветный ключ, который позволяет раскрыть взаимосвязи между свободным и необходимым, волей и законом, суетно-легковесным и непреходяще-значимым?

Человек есть цель для себя. Реализация собственной целезначимости предполагает достижение гармоничного бытия, обеспеченного конкордией природы (связанная причинность) и воли (свободная причинность). Высокая резонансность одного другому предельным своим выражением имеет целесообразность: мы творим мир (вторую социально-историческую природу) по свободной воле, но на базе целесообразных начал, вводящих большую степень соответствия намеченных целей условиям их воплощения.

Нерв целесообразного – созидание потенциального бытия по реалистичным правомерным целям, удовлетворяющим природным законам. Поскольку история есть созидание, творения того, чего нет в природе, носитель способности изменять мир по своим целям (лицедей в истории) в своем миротворении свободен. Поскольку реализация свободы лицедея истории целесообразна, созидание сверхприродного целерационально, правомерно, законосообразно. В этом суть. Причем суть эта выражена применительно к идеаль-

ным случаям, большим интервалам истории, тенденциям. Применительно к реальным событиям, малым историческим интервалам, локусам требуется коррекция. Действительно, как объяснять механизмы поддержания динамических равновесных состояний в социуме в масштабах (условно говоря) микроэволюционных, – ведь ясно, что справедливой для макроэволюционных рассмотрений идеей целесообразности тут не обойтись?

Оживление, понятийное обновление аппарата социальной философии (и методологии истории), на наш взгляд, связано с применением модели волн жизни, использующей представления объективной циклики и ритмики социально-исторических форм.

Волны – энергетические или стилистические возмущения жизневоспроизводственных контуров – распространяются в социально-исторической среде с конечной скоростью, инициируя (реставрируя) определенные виды межсубъективной коммуникации и интеракции. Социально-исторические волны проявляют себя как фазовые возмущения, или изменения состояний, колебаний, обладающие некоей степенью повторяемости. Последняя и образует естественную циклику и ритмику (последовательность, частота, скорость протекания, временная организация, чередование, кругооборот стартовых и финишных черт) социума и истории.

Доктринация социально-исторических циклов и ритмов в терминах сущностных описаний, – дело социальной фенологии, фундаментальной ритмодинамики (учение о ритмах и циклах). Доктринацию социально-исторических периодических колебаний (реставрация, элиминация) в терминах феноменологических описаний проводит модульная теория социума (учение о пропорциях и фазах). Доктринацию социально-исторических циклов и ритмов в терминах гуманитарных описаний проводит историческая, социальная, культурная антропология (учение о поступках и лицах).

Наш положительный взгляд на природу вещей через призму моделей длинных волн – социальных циклов и ритмов – сводится к тезису: онтологический базис истории двусоставен. В качестве исходных всегда выступают человеческие цели, мотивы, интересы, ценности, которые накладываются на объективные (подверженные циклическим зависимостям, имеющим собственную ритмику) условия жизнедеятельности. Исторические события в силу этого многопричинны: порождены и лицами (лицедеями), и объективными зависимостями вследствие вписанности лиц в более

глубокие каузальные связи (циклика, ритмика).

Обратимся к сюжету жизневоспроизводственных инвариантов, экзистенциальных абсолютов, которые были названы фундаментальными социальными константами (ФСК).

К ним относятся находимые спорадично, путем проб и ошибок, жизнеустроительные оптимумы, выражающие стиль, строй, порядок максимально отлаженного (сопоставительно с идеалами) существования. Во всех регистрах, измерениях жизнепорождающих процедур, актов находятся благоприятные, желательные варианты из числа возможных. Историю можно уподобить весьма и весьма диспергированному по географическим, культурным, хозяйственным, политическим, гражданским, традиционным, конфессиональным и т.д. признакам образованию, где при внимательной оценке самой логики отлаживания жизневоспроизводственных действий выделяются точки разрежения (тупиковые ветви развития) и точки плотности. Точки плотности – сгустки наибольших и наилучших приближений к неким экстремальным идеальным состояниям (понятия чашеистой, потребной, желанной жизни).

В регистре материального воспроизводства это – максимальная мотивированность, стимулированность продуктивной деятельности.

В регистре духовного воспроизводства это – максимальная самореализуемость.

В регистре политико-гражданского воспроизводства это – максимальное участие, вовлечение, волеизъявление.

В регистре экзистенциального воспроизводства это – максимальная самоудовлетворенность, полнота, глубина существования.

В целом это – оптимальная стратегия бытия, связанная с воплощением принципа минимакса, предписывающего участникам исторического процесса (игрокам жизни) стремиться к максимально достижительным, гарантийным, успешным (выигрышным) линиям поведения.

В аналогии можно пойти дальше, уподобляя историю матричной (антагонистической) игре, в которой игроки (участники) имеют конечное число стратегий. Так как разные игроки имеют разное число стратегий: допустим, игрок 1 – m стратегий; игрок 2 – n стратегий и т.д., матричная игра задается $(m * n)$ – матрицей $H=(h_{ij})$, где h_{ij} – выигрыш 1 игрока, если он следует стратегии i ,

$i = 1 \dots m$; а игрок 2 – стратегии $j, j = 1 \dots n$.

С позиций принципа минимакса, игрок 1 (в идеале) избирает такую стратегию i_0 , где достигается $V_1 = \max \min h_{i_0 j}$; игрок 2 избирает стратегию j_0 , где $V_2 = \max \min h_{i j_0}$.

Если $V_1 = V_2$, пара (i_0, j_0) составляет седловую точку матрицы H с выполнением неравенства $h_{i j_0} < h_{i_0 j_0} < h_{i_0 j}$, $i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$. Число $h_{i_0 j_0}$ оказывается значением игры, стратегия i_0, j_0 является оптимальной (оптимальная чистая стратегия игроков 1 и 2). Разумеется, в истории оптимальная чистая стратегия игроков (участников) – редкость. В истории мужество не было бы мужеством, если бы основывалось на точных, предвидимых, чистых стратегиях. Локально оптимальные стратегии попадают в класс смешанных стратегий. Глобально же (на длительных интервалах) оптимальные стратегии находятся в классе чистых стратегий. Последние и передаются ФСК – не постоянными величинами (как в физике), а функциональными показателями, выражающими характеристики эмпирических распределений.

От социума к социуму признаки их внутренней организованности варьируют; каждому варианту (значению некоторого показателя $X_1 \dots X_n$) в принципе можно поставить в соответствие одну и ту же вероятность $P_i = 1/n, i = 1 \dots n$. При достаточно большом количестве испытаний (и наблюдений за ними), однако, обособливаются экстремумы, фиксирующие \min и \max социальной кредитоспособности. Когда на социальное действие (от планирования до маневрирования) проецируются параметры желательности – максимальная выгода при минимальных издержках, – на авансцену выдвигаются ФСК в виде представлений разумности, целесообразности, справедливости, достойности, адекватности, сбалансированности целей, средств, результатов при недопустимости, невозможности вхождения в некоторые состояния и превосходения некоторых величин (решение задачи с неприемлемым уровнем потерь). ФСК, следовательно, это – показатели многокритериальной оптимизации, получаемые не формально, а эмпирически, – посредством статистического резюмирования исторических опытов социального устройства (социальных распределений).

Возможность обустроить общество лишь по видимости представляет собой задачу с произвольным решением. Изначально

она (возможность) лимитируется условиями: 1) фазовые, временные, ресурсные ограничения – человеческий, социальный, геополитический, физический, властный потенциал; 2) инициативные ограничения – недопустимость саморазрушения, самоуничтожения.

Откуда следует, что социальное устройство крепится на специфической манипуляции всеми видами инициатив и ресурсов, подчиненной достижению желательных состояний с позиций определенных критериев качества. Содержательно ФСК и активизируют подобные критерии, обостряя регулятивную коррекцию деятельности, обособливая из множества допустимых динамических форм (цели, средства, результаты – намерения, механизмы, действия) магистрали (множество актов, манипуляций, лежащих на оптимальной эффективной приоритетной – стационарной – траектории социодинамики).

ФСК имеют эмпирическую и критическую сущность; орудием их выделения служит аналитическое обобщение социально-исторического опыта. Действования в истории сравнимы с действиями в рамках коалиционных и бескоалиционных игр в условиях неполной, меняющейся информации. Процесс игры (исторического действия) заключается в осмысленном переходе от исходного состояния к последующему через выбор игроками (лицедеями) поведенческих стратегий (по правилам или без правил). Акты выбора соответствуют стратегиям игроков в играх с неполной информацией, когда ни одному из участников игры при очередном ходе досконально неизвестна позиция дерева игры, в которой он находится. Принятие решения (выбор стратегии) в условиях неопределенности производится в опоре на отслеживание расстановки сил, изучение конъюнктуры, учет ресурсов и т.д. Однако оптимизационную направленность актов выбора (принятие решений) осуществляет содержание ФСК, ориентирующее на разумное, целесообразное, предсказуемое поведение персонажей истории, участвующих, как правило, в антагонистичных, затратных, конфликтных играх.

Жизнь исключает призраки (в магистралях). Она требует гарантийных, человеколюбивых регламентов своего обустройства. В качестве борьбы за такого рода регламенты – циклические, фазовые процессы, нацеленные на оптимизацию обмена деятельностью в соответствующих регистрах жизнеобеспечения согласно

требованиям ФСК.

Кочергин А.А., Кочергин А.Н.
(Москва)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ ФИЛОСОФИИ КАК УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Резюме

Анализируются различные концепции предмета и функций философии, распространенные в учебной литературе; вскрывается их неконструктивность. Предлагается конструктивная (в смысле, уточняемом авторами) концепция предмета философии и ее функций, которая должна быть положена в основу преподавания философии как учебной дисциплины.

Первая трудность, с которой сталкивается преподаватель философии, – это проблема предмета преподаваемой дисциплины. При осмыслении этой проблемы ему приходится сталкиваться с парадоксальной ситуацией, сложившейся в литературе по данному поводу. С одной стороны, философия обнаруживает себя там, где не отработаны системы понятий, отсутствуют методы анализа и обобщения материала, нет четко очерченной сферы деятельности. В этом случае философия выступает в качестве ненормированного исследования в только еще складывающихся областях знания, причем такого исследования, в процессе которого это знание доводится до уровня, когда его дальнейший рост начинает обеспечиваться наукой. Классический образ этого – последовательное отпочкование оформившихся наук от философии (физики, химии и т.д.). В этом случае философия – не наука, а нечто ей предшествующее, либо приходящее на помощь в критических ситуациях смены парадигм, но всегда менее совершенное. Когда появляется наука, философия уступает ей место. С другой стороны, философия – интегральное обобщение научных данных, «строитель» единого образа мира, определяющий пути конкретных научных исследований и интерпретацию их результатов. В данной ипостаси философия интерпретируется как наука о наиболее общих законах

природы, общества и мышления. Эти два образа философии нередко совмещаются, переходя по необходимости от одного к другому, то сводя ее до положения служанки науки, то обращая в маяк для конкретных исследований. Однако в рамках учебной дисциплины подобное представление ее предмета контрпродуктивно, поскольку лишается строгой логики построения содержания.

Вторая трудность связана с попыткой обращения к классикам философии (т.е. создателям философских систем) за разрешением вопроса о предмете философии как учебной дисциплины. Здесь ситуация кажется еще более парадоксальной: сколько философов – столько определений предмета философии. Поэтому первый вопрос, естественно возникающий у человека, столкнувшегося с многообразием понимания философии, – а есть ли у них что-то общее? Этот вопрос может быть снят разделением философии на теоретическую сферу (которой занимаются профессиональные философы – создатели философских систем) и сферу изучения и преподавания (которой занимаются философоведы, изучающие философские системы и преподающие их). В первом случае вопрос о предмете философии ставить бессмысленно, ибо философий много. Вопрос же о предмете философии как учебной дисциплины не только возможен, но и необходим: преподаватель в основу изучаемого курса кладет какое-то одно из заимствованных у профессиональных философов понимание философии и в соответствии с ним выстраивает ее проблематику и структуру (вообще говоря, он может предложить и свою трактовку философии, выступая уже и в функции создателя соответствующей философской системы).

Если обратиться к учебной литературе по философии советского периода, то можно выделить несколько способов выделения предмета философии. Первый из них связан с выделением предмета философии с позиции «о чем она», т.е. по аналогии с выделением предмета конкретной науки, когда выделяется определенная часть действительности, изучаемая философией. Этот способ имеет несколько вариаций. Одна из них – предметом философии являются наиболее общие законы природы, общества и человеческого мышления. Но такое определение предмета философии не соответствует реальному содержанию философского знания, поскольку исключает традиционные области философского знания – онтологию, гносеологию, этику, эстетику, аксиологию и т.д. В

этом случае выделенный предмет не является организующим центром для каждой философской дисциплины. Кроме того, за пределами такого предмета философии оказывается основной вопрос философии, поскольку наиболее общие законы развития природы, общества и человеческого мышления не тождественны вопросу об отношениях материального и идеального. Вторая вариация: предметом философии является познание, познавательная деятельность (в отличие от конкретных наук, изучающих отдельные части действительности). В этом случае остаются все возражения против такого понимания предмета философии, высказанные по отношению к первой вариации. Кроме того, в данном случае основной вопрос философии оказывается представленным лишь второй его стороной.

Осознание трудностей определения предмета философии с позиции «о чем она» способствовало появлению еще одной его трактовки: «человек и его место в мире», за которую «ухватились» те, кто не был согласен с предыдущей трактовкой философии. При данной трактовке предмета философии в него попадали и основной вопрос философии (поскольку человек есть носитель материального и идеального), и традиционные философские дисциплины. Однако при таком понимании предмета философии сам принцип трактовки предмета философии как определенного объекта действительности не проходит, ибо «человек и его место в мире» – не объект и не сторона его. Предметом философии в этом случае выступает нечто аморфное, не «схватываемое» основным вопросом философии. Т.е. данная формулировка предмета философии оказалась выражением экономной формулировки какой-то не четко очерченной области. По сути своей данная формулировка предмета философии не есть его выделение по аналогии с выделением предмета науки. Осознание этого привело к употреблению понятия предмета не как предмета науки, а как круга обсуждаемых проблем – того, на что направлена человеческая деятельность. Недостатком данной точки зрения является отсутствие определенного стержня организации философии.

Второй способ выделения предмета философии осуществляется с позиции «для чего она». Иначе говоря, в данном случае речь идет о выделении предмета философии не объектным способом (как в первом случае), а проблемным, т.е. по аналогии с инженер-

ной деятельностью. Инженерная деятельность, в отличие от конкретных дисциплин, предполагает использование данных разных наук, направленных на решение определенной задачи, т.е. связь данных различных наук осуществляется через задачу, организующую эти данные в определенную систему. Как только задача оказывается решенной, эта система распадается. Остаются лишь следы этой организации, т.е. опыт коллективной деятельности, систематизации знаний, который может быть полезным для решения новых задач. Таким образом, с данной позиции в качестве предмета философии выступает специфическая задача, характеризующаяся новизной, нетривиальностью (когда нет готовых методов ее решения), а сама философия представляется как руководство к действию в нетривиальной ситуации. Положительный смысл такой трактовки предмета философии заключается в стремлении решить задачу, не имеющую готовых методов решения, путем поиска их в разных областях знания. Прежде всего ищутся эти методы в соседних областях знания, причем речь идет не о механическом их переносе, а о творческой работе по их адаптации для решения новой задачи. Эта работа очень сложна. Когда нет возможности работу по адаптации найденного метода к решению новой задачи осуществить достаточно технологично (т.е. когда веер возможности весьма широк), возникает проблемная ситуация, характеризующаяся отсутствием представления о четкой последовательности шагов в решении задачи и неясностью того, что надо делать в этом случае для решения задачи. Возникшая проблемная ситуация и толкает исследователя к философии – поиску в культуре, всех ее слоях отдаленных аналогий, наводящих на путь, двигаясь по которому можно с большей вероятностью надеяться найти некоторые образцы решения аналогичных задач, которые можно приспособить для решения новой задачи. Действительно, в проблемной ситуации приходится мыслить философски, т.е. использовать самые общие представления о мире, системе ценностей, технологическом опыте и т.д. Прошлый опыт хранится на разных этажах культуры – это и рецепты решения конкретных задач, и обобщение этого опыта, и научные знания (фундаментальные и прикладные), и философские знания (представляющие собой самую абстрактную сферу хранения опыта). В проблемной ситуации такого рода исследователь «идет снизу вверх», т.е. от конкретности ко все большей абстрактности. Философский «этаж»

знания является рациональным помощником исследователя в проблемной ситуации, выступая средством связи предметной деятельности с культурой. Однако определение предмета философии с позиции «для чего она» представляет философию только в ее методологической функции. Таким образом, оба способа выделения предмета философии сталкиваются с трудностями, которые их сторонники не смогли преодолеть.

Ретроспективный взгляд на историю философии позволяет зафиксировать существование трех ветвей понимания философии: софийное (Пифагор), эпистемное (Аристотель), «техническое» (от «технэ» софистов). Последнее из названных постепенно превращалось в риторику, теорию аргументации. Первая и вторая обозначили основной «водораздел» в трактовке философии: философия не наука и философия наука. Отсюда построение предмета философии как учебной дисциплины должно строиться в той или иной ипостаси. отождествление философии и науки, по сути, лишает философию самостоятельности, поэтому построение философии как учебной дисциплины в данном ключе не будет конструктивным. Специфику философского знания можно выявить в сопоставлении философского постижения действительности со всеми другими. Кроме практического освоения действительности, в рамках которого человек добивается пользы, существуют другие способы освоения действительности, формирующие мировосприятие человека, зафиксированные в виде соответствующих форм общественного сознания. Каждая из этих форм представлена присущим ей набором категорий: в науке – истина, в религии – вера (или святость), в политической идеологии – власть, в праве – справедливость (или закон), в искусстве – красота, в морали – добро (благо) и т.д. Философия как особый вид освоения действительности, представленная категорией «мудрость», характеризуется тем, что в ее рамках осознаются способы, с помощью которых человек познает мир, выявляются конечные основания человеческой деятельности. Только в ее рамках можно ставить вопросы: что есть истина вообще, красота вообще, добро вообще и т.д. Специфика философии в итоге сводится к тому, что рефлексия по поводу конечных оснований деятельности становится для нее основным содержанием и целью. Поэтому можно сказать, что философия есть форма выявления, экспликации, обоснования и перестройки структур, определяющих отношение человека к миру.

Рефлексия – специфическое явление в сфере духовного освоения человеком мира, не совпадающее с познанием или самопознанием. Именно внутренний опыт является той непосредственной данностью, на которую направлено познание в рамках рефлексии. Это не значит, что рефлексия замыкается исключительно в границах внутреннего опыта и является синонимом интроспекции. Внутренний опыт выступает здесь лишь исходным пунктом движения познания, конечным пунктом которого является внешний опыт. Подлинным предметом рефлексии и выступает отношение внутреннего опыта к внешнему. Рефлексируя, мы воспринимаем действительность не саму по себе, а как она дана относительно нашего сознания, т.е. как она представлена в формах нашего мышления. Таким образом, философия рассматривает мир через призму субъект-объектных отношений. В рамках философского рассмотрения нет объекта без субъекта, и наоборот. Причем в качестве средств рефлексии выступают категории, ее нельзя осуществить экспериментально. Специфика философии как особой формы общественного сознания в том и заключается, что она имеет дело с явлениями, уже освоенными культурой. Сама же философия не дает нового знания как такового в том же смысле, как порождают его различные науки. Она дает возможность нового видения имеющегося знания. Иначе говоря, не давая нового материала, философия дает новую точку зрения.

В полной мере специфику философского знания можно выявить путем сопоставления его с другими формами общественного сознания. Поскольку чаще всего выявление специфики философии осуществляется через сопоставление ее с наукой, важно сравнить философское и научное мышление. Конструктивность философии как учебной дисциплины может быть выражена через установление форм взаимодействия (кооперативных связей) философии и науки.

Сопоставление философского и научного мышления позволяет зафиксировать специфические особенности каждого из них.

Научное мышление предметно, т.е. оно встроено в четкие рамки предмета науки (физики, химии и т.д.). Философское мышление осуществляется на базе сопоставлений, сравнений, переходов из одной предметной области в другую. Замкнуть философию на сколько-нибудь ясно очерченную предметную область невозможно. Философия не может включать в себя хотя бы один из

предметов частных наук. Так, например, предмет физики – определенный ряд уровней организации материи. Физика изучает их различными методами. Что же касается философских вопросов физики, то они в большей своей части касаются проблем интерпретации некоторых наиболее общих понятий, границ научных утверждений, проблем, связанных с взаимоотношением субъекта и объекта в процессе познания, т.е. к философским вопросам физики относится некоторый набор проблем, которые не только не исчерпывают все содержание физического знания, но являются внешними по отношению к нему. Принципиально важно, что изучение этих сторон не ограничено жесткой парадигмой физики как нормальной (в смысле Куна) науки.

Научное мышление осуществляется в рамках норм конкретной науки, оно строго запрограммировано правилами научного исследования (правилами работы в оперативных системах математики, правилами обращения с разного рода символиккой, моделями и т.д.). Философское мышление подчинено правилам логики (т.е. запрограммировано не столь строго, как научное). У философии нет средств для решения конкретно-научных задач, поэтому она не может навязывать науке решение научных проблем умозрительным, спекулятивным путем. Натурфилософские претензии философов были осуждены еще в XIX веке, однако их полное изживание оказалось делом не столь легким. Рецидивы попыток решать конкретно-научные проблемы философскими средствами приводили к тому, что философия в этих случаях превращалась в средство удушения передовых научных концепций в генетике, кибернетике и других науках.

Научное мышление осуществляется на базе научных понятий, философское – на базе философских категорий, которые не столь четкие, как научные. Но именно эта нечеткость философских категорий позволяет с их помощью определять направления научного поиска в ситуациях, когда научные понятия «не срабатывают». При этом важно иметь в виду, что философские категории, выступая средством ассимиляции неизвестного, не изученного еще наукой, не могут использоваться абсолютно произвольно – они могут употребляться лишь в определенном поле семантических значений.

Научное мышление реализует уже поставленную задачу, цель

или систему ценностей. Философское мышление связано с целеполаганием и формированием ценностей. Наука отвечает на вопрос «почему именно так протекает изучаемое явление», а философия в рамках методологической функции – на вопрос «как изучать это явление» и в рамках мировоззренческой функции – «для чего, в каких целях изучать данное явление». Ценности – феномены человеческой культуры, выступающие в качестве факторов свободного выбора. Они задают ценностное отношение человека к миру, т.е. специфически человеческий масштаб освоения мира. Если научные положения являются объектом обоснования, живут в рамках оппозиции «истинно – ложно», то ценности относятся к системе предпочтений, которые выбираются свободно. Именно поэтому наука – одна, а философий – много. Ценности не бывают ни истинными, ни ложными, они – объект предпочтений. Философия, в отличие от науки, имеет личностный характер – человек сам себе отвечает на вопросы: что я хочу, во что я верю, так ли я живу и т.д. В научном познании человек нацелен на исследование мира. Для философии же характерно стремление понять мир и оценить мир с позиции своих ценностей, идеалов.

Научное мышление отвлекается от любых проявлений, характеризующих отношение человека к миру, т.е. в рамках науки познаваемая действительность берется в форме объекта. Философское же мышление рефлексивно, оно обращено не только на объект, но и на процесс его изучения, т.е. отражает определенные аспекты отношения субъекта к объекту. Наука в своей целевой функции характеризуется поиском нового знания. Основным критерием оценки получаемого продукта здесь служит его истинность. Наука, занимаясь своим объектом, принципиально стремится элиминировать субъективное начало. Когда, например, геолог описывает структуру определенного фрагмента земной коры, он убежден, что эта структура выступает в его описании такой, какой она сама по себе, независимо от процесса исследования, способа видения, описания и т.д. Выстраивая иерархию геологических тел, он считает, что воспроизводит объективную иерархию, присущую природным телам. Для философского знания его рефлексивность является принципиальной характеристикой. Для рефлексивного сознания внешний мир не может выступать в качестве самостоятельной реальности – мир оказывается неразрывно связанным с субъектом. Наука рассматривает

знание о своем предмете как истину, не зависящую от исследователя, от его ценностных установок. При этом сама проблема «как возможна объективная истина?» оказывается вне внимания ученого. Более того, в рамках конкретной науки обсуждение этой проблемы было бы едва ли не помехой на пути исследования. В рамках философского рассмотрения выявляется то, что наука, говоря об объекте, заведомо упускает из виду, что для человека нет объекта вне деятельности самого человека.

В этом отношении весьма примечателен диспут А. Эйнштейна с Р. Тагором. Эйнштейн утверждает, что истина всегда объективна и иной быть не может. Тагор возражает: истина всегда человеческая и иной быть не может. Позиция Эйнштейна – это позиция ученого. И он прав в том отношении, что содержание полученного ученым знания является знанием об объекте. Тагор же обращает внимание на то, что получаемое знание с необходимостью преломляется через человека, его ценностные установки и т.д. Таким образом, знание, картина мира всегда есть как бы функция двух аргументов: объекта и практики, включающей субъекта. Содержание человеческих знаний, конечно, объективно. Но человек «схватывает» объект с точностью до используемых средств. Он не может установить все бесконечное число связей исследуемого объекта с действительностью, он фиксирует лишь те из них, которые позволяют зафиксировать имеющиеся в его распоряжении средства познания. Ученый полагает, что полученное им знание полностью соответствует действительности. Идеал научного познания – формулировка объективных законов, утверждений, описывающих действительность вне отношения к человеку. Но содержание описания есть культурный феномен, выражающийся в конкретном языке описания, в наличии определенных изобразительных средств, ценностных установок и т.д. Если ученый видит мир как объект, то философ – как культурный феномен. Взгляд на науку с позиции философа и позволяет зафиксировать тот факт, что наука как культурный феномен существует наряду с другими культурными феноменами (искусством, маралью и т.д.). Это обстоятельство достаточно четко зафиксировано в первом тезисе Маркса о Фейербахе.

Таким образом, реальностью, анализируемой философией, выступает не действительность, как она задана относительно объ-

ективных способов ее расчленения, а формы и способы ее отражения в сфере сознания, культуры. Наука выступает как теоретическое освоение объективной действительности, а философия – как осознание форм и способов этого освоения. Именно в научной картине мира человек нацелен на познание действительности. В философии же он стремится понять мир с позиции своих ценностей. Только с позиции философской рефлексии можно зафиксировать существование разных способов духовной ассимиляции человеком мира, констатировать специфику каждого из них, сопоставлять категории добра и красоты, истины и пользы и т.д. В силу этого философское рассуждение в принципе не специализировано. Именно поэтому философия и может выступать интегратором культуры.

Сказанное позволяет сделать вывод: философия и наука – разные формы общественного сознания. Но между ними существует тесная связь, которая исторически развивалась. Первый этап взаимодействия философии и науки падает на эпоху античности. До философское мировоззрение было мифологическим, человек смотрел на мир через призму себя, а потому видел его одушевленным. Здесь не было *естественного*, все подчинялось богам. Философия же стала понимать мир как *естественный*. Теперь уже не боги изменяют мир – он изменяется как *естественный*. Начало этому положил Фалес, высказавший мысль о том, что именно вода лежит в основе всего существующего. Здесь важным было то, что вода была образованием *естественным*. Этим самым был совершен глубочайший переворот в мировоззрении, высказав, по сути, мысль о том, что мир – это круговорот вещества. Первый этап взаимодействия философии и науки характеризовался слитием философии и науки – философия и наука еще не различались, они существовали в единстве (за исключением математики, которая со времен Пифагора выделилась из философии). В этот период философия выполняла следующие функции: 1) донаучное мировоззрение (взгляд на мир в целом); 2) донаучное знание об отдельных явлениях (здесь еще не было теоретического мышления); 3) теоретическое мышление – обнаружение того, что не могло быть открыто только с помощью органов чувств (так, на основе фиксации таких фактов повседневной жизни, как испарение воды, стирание ступеней дворцов, переноса запахов и т.д., т.е. того, чего не видели, пришли к умозаключению о существовании атомов).

Второй этап взаимодействия философии и науки – их конфликт (конец XVI – середина XIX веков). В это время уже существовала наука, эксперимент, который был более мощным средством познания, чем умозрение. Философия в это время выступала в форме натурфилософии, которая боролась с наукой. Претензии философии в этой борьбе были таковы: 1) быть наукой наук (т.е. наукой о связях, которые она не открывала в действительности, а выдумывала (умозрела); 2) быть в решении научных вопросов более правой, чем наука. Если наука решала вопросы с помощью эксперимента, то натурфилософия пыталась это делать умозрительно, что было непродуктивно по сравнению с наукой. Натурфилософия исходила из того, что ее задача – изрекать претендующие на окончательную истину умозрительно полученные положения, а задача науки – подтверждать их. Натурфилософия выполняла следующие функции: 1) построение картины мира путем умозрения связей, а не путем их научного выявления в действительности; 2) умозрительное получение знания об отдельных предметах, которые в это время уже изучали науки; 3) донаучное познание объектов, еще не изучаемых наукой; 4) теоретическая форма мышления (хотя теоретическое мышление в это время уже осуществлялось наукой).

Натурфилософия в условиях господства метафизического метода познания, рассматривавшего мир вне развития и связей, пыталась постичь связи действительности умозрительно. Но подобное умозрение было оправдано для времени, когда еще не было науки, опытным путем выявлявшей эти связи. С появлением науки надобности в умозрительном способе уже не было. Крах натурфилософии и произошел на фоне сдвига от метафизики к диалектике. Научные открытия (прежде всего три великих открытия: закон сохранения и превращения энергии, теория клеточного строения растительного и животного мира, эволюционное учение) сокрушили метафизику – они выявили существовавшие в природе связи, в результате чего представления об абсолютности границ в природе рухнули. Крушение метафизики помогло сокрушить и натурфилософию: философия больше не должна была диктовать науке, как следует решать конкретные задачи.

Третий этап – крах натурфилософии и установление новых отношений философии и науки. Механизм краха натурфилософии – смена типа мировоззрения (замена метафизики диалектикой). На

основе естественнонаучных фактов меняется программа исследований, т.е. происходит внутринаучный сдвиг: были вскрыты связи между отдельными областями и связи внутри объектов. Это способствовало созданию целостной картины мира, которая уже не «бралась из головы», а устанавливалась на основе выявленных в действительности связей. Натурфилософия больше не была нужна. Таким образом, изменился стиль мышления: надо было выявлять и исследовать связи и развитие в действительности, а не полагать их умозрительно. С этого времени философия по отношению к науке стала выполнять следующие функции: 1) донаучное познание (рациональная ассимиляция феноменов, еще не освоенных наукой); 2) методологическую; 3) мировоззренческую.

Философия в функции донаучного познания выступает тогда, когда человек сталкивается с эмпирически фиксируемыми феноменами, которые не находят объяснения с позиции господствующей парадигмы. В этом случае философия осуществляет рациональную (в отличие от иррациональной) ассимиляцию таких феноменов, т.е. пытается дать им рациональное истолкование на основе аналогии с известными и объясненными наукой феноменами. Это еще не научное истолкование, поскольку еще не используются научные методы объяснения, но это уже и не иррациональное истолкование. Когда же сюда придет наука со своим инструментарием, философия в данной функции сдвигается в новую область «аномальных» явлений. Таким образом, при осуществлении философией данной функции она предшествует науке исторически и логически.

Философия в методологической функции выступает тогда, когда обнаруживается ситуация невозможности решения задачи имеющимися в распоряжении ученого средствами. В рамках нормальной (по Куну) науки ученый адаптирует друг к другу имеющиеся в науке задачи и методы их решения. Когда появляется задача, не имеющая готовых методов решения, возникает необходимость отыскания нужного метода. Здесь и включается методологическое мышление. Ученый вначале обзревает соседние с его наукой области знания с расчетом обнаружить в них сходные с решаемой им задачи и приспособить метод их решения для своей задачи. При этом речь идет не о простом механическом переносе обнаруженных методов решения сходных задач, а о действительно

творческой работе по их приспособлению к решению задач в новой области. Если в соседних областях знания поиск оказался безрезультатным, исследователь начинает распространять область поиска, обращаясь ко все новым слоям культуры в надежде отыскать путь, который приведет его к нужному результату. Здесь мы имеем дело с таким типом взаимодействия философии и науки, когда философия в своей методологической функции участвует в решении научной задачи.

Философия в мировоззренческой функции выступает тогда, когда поиск необходимого для решения нетривиальной задачи метода завершился успешно, задача с его помощью решена и получено новое знание. Это знание необходимо вписать в систему знаний об объекте исследования, в научную картину мира. В данном случае философия в своей мировоззренческой функции осуществляет посленаучную работу.

Таким образом, философия как бы повсеместно окружает науку. Философия в решении конкретных научных задач не может заменить науку. Но наука без философии слепа. Наука особенно нуждается в философии во время кризисных ситуаций, когда происходит смена парадигм. Когда в какой-либо области знания назрел кризис оснований, то выход из него обеспечивается лишь непарадигмальными средствами. Оставить в этот момент науку без философии – значит оставить ее без средств выхода из кризиса. Философия и наука, существенно различаясь друг с другом по выполняемым функциям, в то же время не могут существовать друг без друга. Знание механизма взаимодействия философского и научного мышления, структуры современных кооперативных связей философии и науки – важная составляющая философской культуры. Одним из важнейших признаков конструктивности философии как учебной дисциплины является ее нацеленность на овладение знанием механизма взаимодействия философии и науки.

В настоящее время в рамках философских исследований сложилась довольно сложная структура специализаций, кооперативные связи которых между собой и наукой не всегда осознаются, а поэтому характер работы в этой области носит далеко не всегда осознанный, целенаправленный характер – в том смысле, что нет четкого представления о том, для чего предназначен вырабатываемый в рамках определенной специализации продукт, откуда и в какой

форме берется необходимый материал, каково место той или иной специализации в общей системе философских исследований и т.д.

Кооперативные связи философии и науки весьма многообразны. Выделение какой-то их структуры во многом будет задаваться ее целевой функцией. Двигаясь от одного элемента этой структуры к другому, можно достаточно четко представить себе разные позиции, в которых можно решать определенные задачи; т.е. данная структура выполняет роль своего рода лоции в поле разнообразной деятельности ученого.

В основу приводимой ниже структуры кооперативной связи философии и науки положено представление о науке как системе с рефлексией. Системой с рефлексией называют такую систему, которая в качестве одного из своих элементов включает знание системы о самой себе (самосознание системы). Наука как система с рефлексией, таким образом, включает в себя представления ученых о самих себе, своей исследовательской деятельности. Научная рефлексия содержит много ценного, хотя ей присущи и разного рода иллюзии, заблуждения. Поскольку она влияет на ход научного исследования, ее следует учитывать. Для повышения эффективности своей научной рефлексии ученый вынужден обращаться к поиску ее средств в сфере профессиональной деятельности философов.

Для предметной (парадигмальной) деятельности ученого характерно установление значительных фактов, сопоставление этих фактов с теорией (в рамках которой он работает) и разработка теории. Осознание того, что делает ученый в рамках своей предметной деятельности, осуществляется в различных типах его рефлексии.

Парадигмальная рефлексия ученого представляет собой осознание им образцов, нормативов его предметной работы и контроль за осуществлением отдельных этапов этой работы в соответствии с образцами. Она включает в себя: 1) постановку задачи; 2) анализ имеющихся средств с точки зрения их адекватности поставленной задаче и условиям ее решения; 3) оценку полученных результатов с точки зрения соответствия задаче и предшествующим знаниям; 4) вписывание полученного результата в общую картину исследуемого объекта. Этот тип рефлексии осуществляется в рамках предмета его науки, когда необходимо выяснить, например, соблюдаются ли нормативы данной науки, правильно ли сформулирована задача с точки зрения имеющихся средств и условий ее

разрешения, что необходимо изменить в процедуре исследования для повышения ее эффективности и т.д. Исходным материалом рефлексии данного типа выступает предшествующее состояние науки или ее конкретного раздела, продуктом – уточненное знание об объекте исследования. Продукт предназначается для практической деятельности инженера техника, «прикладника» разного рода, а также для других ученых, находящихся с данным ученым в отношениях кооперации.

Мировоззренческая рефлексия ученого – философское осмысление научно-исследовательской деятельности ученого, ее онтологических, гносеологических, этических, эстетических и аксиологических оснований. В ее рамках решаются задачи.

1. Вписывание своей науки в систему наук. Это может осуществляться через выявление и анализ отношения между наукой и действительностью при обсуждении проблемы реальности, онтологического статуса объекта науки или путем конструирования соответствующей формы движения материи или соответствующего уровня идеализации (проблема онтологического статуса конкретной науки, проблема естественного и искусственного расчленения науки, проблема места конкретной науки в общей системе знания и т.д.).

2. Вписывание полученного результата в картину мира, общую картину познания. Здесь могут быть два случая. Первый: результат согласуется с существующими представлениями. Второй: результат не согласуется с ними – и тогда необходима перепроверка результата или постановка философской проблемы данной науки.

3. Выявление и анализ мировоззренческих элементов в составе научной теории.

4. Выработка системы ценностей данной науки (на что ориентируется данная наука или на что она должна ориентироваться – истину или пользу).

5. Выработка моральных критериев научной деятельности (проблема характера научных дискуссий, проблема фальсификации научных данных и т.д.).

6. Выработка эстетического идеала науки (проблема эстетического идеала конкретного научного исследования, проблема соотношения эстетического и истинностного моментов в развитии конкретной науки и т.д.).

Исходный материал мировоззренческой рефлексии ученого – это продукты познавательной (конкретной исследовательской) деятельности ученого в парадигмальной позиции, а также знания ученого о совокупном научном продукте в целом и в области философии. Продукт – мировоззренческие установки данного ученого, знание им мировоззренческих проблем его науки. Данный продукт предназначен самому ученому и другим ученым в качестве образца.

Методологическая рефлексия ученого – создание новых нормативов, образцов науки. Эта деятельность также носит непарадигмальный характер и возникает в ситуации появления задач, не имеющих в рамках данной науки готовых средств решения. Методологическая рефлексия ученого бывает двух типов.

1. Постановка и решение новых задач.

2. Словесное оформление новых норм работы (формулировка нового метода, правила, программы исследований), осуществляемое в процессе:

- обсуждения проблемы предмета данной науки;
- оценки состояния данной науки по сравнению с другими науками или общей схемой развития науки (взятой в гносеологии);
- определения тенденций и путей развития данной науки, ее глобальных проблем, трудностей и точек роста нового знания;
- разработки идеала данной науки и методологического проекта ее развития;
- постановки, обсуждения и решения отдельных методологических проблем данной науки;
- анализа научных понятий и понятийных систем данной науки;
- анализа принципов организации комплексных научно-исследовательских программ и т.д.

Исходным материалом методологической рефлексии ученого выступает ситуация затруднения в парадигмальной деятельности, которая не разрешается парадигмальными средствами. Продуктом этого типа рефлексии являются новые нормативы исследовательской деятельности ученого: новые типы задач, методы решения новых задач как в форме непосредственных образцов, так и в форме научно-исследовательских программ. Продукт предназна-

чен прежде всего самому ученому, осуществляющему методологическую рефлексию, а также другим ученым в качестве образца такой деятельности.

Метатеоретическая рефлексия ученого – анализ процесса построения теории или исследования науки. Данный тип рефлексии тесно примыкает к методологической рефлексии ученого и часто включается в нее. Исходным материалом метатеоретической рефлексии выступает теория, продуктом – знание, формулировка и т.д. Продукт предназначен ученым, разрабатывающим теорию.

Историко-научная рефлексия ученого – анализ развития науки или ее раздела, разрабатываемых ученым, поиск ученым своих предшественников в области конкретной проблематики, построение истории становления концепций, в рамках которых работает ученый, включая установление приоритета в открытии научного факта или формулировки теории и т.д. Исходным материалом историко-научной рефлексии ученого является реальная история науки, различного рода описания, а также личный опыт, продуктом – историко-научная картина своей научной области. Продукт предназначен для самого ученого и его учеников.

Научно-организационная рефлексия ученого – выработка принципов организации научных исследований, принципов подготовки кадров в науке и т.д. В рамках данного типа рефлексии в настоящее время рассматриваются проблемы чисто организационные, психологические (устранение межличностных напряжений в научном коллективе и т.д.) и социальные (поиск оптимальных отношений различных научных подразделений и т.д.). Все они в значительной мере тяготеют к обособлению в самостоятельные типы рефлексии ученого. Исходным материалом научно-организационной рефлексии является неупорядоченное (или недостаточно упорядоченное) состояние науки, в которой работает ученый, предшествующее ему состояние, продуктом – упорядоченное состояние науки. Продукт предназначен практически всему обществу, но особенно тем, кто занимается научно-организационными проблемами.

Рефлексия идеологии науки – выявление места науки в жизни общества, отношения науки и государства, определение отношений к науке со стороны различных социальных институтов, перспектив развития и т.д., т.е. алгоритма управления наукой со стороны государства и общества.

Рефлексия политики науки – реализация данного алгоритма.

Эффективное решение задач каждого из названных типов рефлексии ученого предполагает обращение за средствами их решения к знаниям, вырабатываемым профессиональными философами. Сфера деятельности последних весьма дифференцирована. К основным сферам их деятельности, к которым могут ученые обращаться за средствами решения возникающих задач, относятся следующие.

Философия как донаучное познание – попытка решения проблем, относительно которых еще нет изучающих их наук. Исходным материалом здесь выступает исторический опыт, материал повседневной жизни, а продуктом – догадки, интуитивные предположения на основе аналогии с известными и объясненными наукой феноменами. Продукт предназначен для всех, в том числе и для ученых, исследующих эти феномены.

Философия как мировоззрение. В ее рамках осуществляется детальная разработка общих мировоззренческих представлений, анализ законов и категорий философии, онтологических, гносеологических, этических, эстетических и аксиологических концепций. Здесь рассматриваются проблемы основного вопроса философии, сущности человека, смысла его жизни, смерти и бессмертия, добра и зла и т.д. Исходным материалом для философа, работающего в этой области, является вся человеческая жизнь, все типы жизнедеятельности человека, в том числе и наука. Продуктом деятельности философа здесь является определенная система философского знания, совокупность философских концепций современности, построение систем истории философии, диалектики, теории познания, философской антропологии, философских проблем естествознания, обществознания и технознания, этики, эстетики, аксиологии и т.д. Продукт предназначается всем, кто вырабатывает личностное мировоззрение.

Гносеология – теория познавательной деятельности, изучающая науку как особую форму организации научно-исследовательской деятельности, механизмы ее функционирования и развития. Гносеология строит картину науки с внешней позиции (в отличие от ученого, который строит картину науки с внутренней позиции), т.е. изучает науку как систему с рефлексией, как нормативную систему, объясняет картину мира, вырабатываемую ученым в ее ис-

торической необходимости. Содержанием гносеологической картины мира являются общие закономерности формирования и развития науки в целом, типология научных дисциплин. К числу важнейших проблем гносеологии относятся, например, такие, как проблема выделения науки из общества (что такое наука и как ее описывать), проблема закономерностей становления и развития нормативных систем науки, проблема атрибутивного подхода к науке (как выделять свойства науки) и т.д. Исходным материалом гносеологии является история науки, история культуры, история человеческого общества, история умственного развития ребенка, продуктом – законы и механизмы формирования и развития науки в целом, типология научных дисциплин и т.д. Продукт предназначен ученым в качестве общей теории науки, на базе которой они дают оценку состояния своей науки, тенденций и путей ее развития.

История науки – разработка конкретных представлений о фактическом ходе формирования и развития конкретной науки или ее отдельных фрагментов: проблема начала науки, проблема периодизации науки, проблема интернализма и экстернализма, презентизма и антикваризма в науке, проблема приоритета научных открытий и т.д. Исходным материалом истории науки выступает история данной науки как феномен реальности, продуктом – теоретическая история данной науки или ее фрагмента. Продукт предназначен ученому, который использует его как материал для размышлений о прошлом, настоящем и будущем своей науки. Без этого продукта деятельность ученого затруднена.

Общая методология науки – сфера деятельности, как правило, профессионального философа, в рамках которой вырабатываются схемы и принципы решения общих для многих наук методологических проблем (разработка методологии системных исследований, методологии типологии и классификации, выявление соотношения исторических и структурных методов исследования, закономерностей математизации, формализации и теоретизации науки и т.д., т.е. разработка теоретических средств методологии науки, с помощью которых решаются методологические проблемы конкретных наук). Отсюда ученый черпает набор неспециализированных средств для осуществления методологической рефлексии. Общая методология науки бывает двух типов: теоретическая общая методология (описание фундаментальных методологических проблем, и прикладная общая методология науки (выработка средств

«запуска» в работу предоставляемых теоретической общей методологией науки решений проблем). Исходным материалом общей методологии науки служит история и современное состояние наук, предшествующее состояние общей методологии науки, история философии и современное состояние философии, продуктом – обзоры фактического состояния методологических проблем науки в целом с фиксацией мест, где методологические трудности проявляются острее всего. Продукт предназначен ученым и частным методологам науки.

Частная методология науки – решение проблем методологического характера в конкретной науке или их родственной группе (наук о Земле, биологических наук и т.д.), например: границы и возможности математизации в конкретной науке, границы и возможности формализации в математике, соотношение классической и конструктивной математики, соотношение физических и химических методов исследования в конкретной науке и т.д. Частная методология науки вырабатывает новые нормативы для конкретной науки. Исходным материалом частной методологии науки является история и состояние данной науки (или группы наук), предшествующее состояние ее и общей методологии науки, история философии и современное состояние философии, продуктом постановка методологических проблем конкретной науки, их формулировка, обсуждение и решение. Продукт предназначен ученым.

Специально-научное обеспечение методологической деятельности. Для осуществления методологической деятельности как профессиональных методологов, так и ученых в позиции научной рефлексии необходимы средства для осуществления отдельных процедур этой деятельности, которые заимствуются из математической логики, общей теории систем, семиотики, кибернетики, синергетики и т.д.

Современное состояние науки характеризуется стремительным расширением спектра знаний, резким увеличением удельного веса философской рефлексии. В условиях усиления значимости знания как внутринаучных компонентов, так и науки со всеми сторонами общества, культуры умение осуществлять межпредметные переходы может быть обеспечено лишь достаточно высоким уровнем философской культуры специалиста – вред низкого уровня

философской культуры специалиста оказывается прямо пропорциональной высоте занимаемого им поста. Необходимый уровень философской культуры специалиста в значительной степени зависит от конструктивности философии как учебной дисциплины.

А.В. Кузнецов
(Курск)

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПРОЦЕССЕ СИНТЕЗА ФИЗИЧЕСКОЙ КАРТИНЫ МИРА*

Резюме

Дан анализ специфики взаимодействия рассудка и способности воображения в процессе синтеза физической картины мира. Различаются две фундаментальные способности субъекта, выполняющие конструктивную функцию при построении физической картины мира. Первая: способность к осуществлению категориального синтеза, к построению методологии с элементами целесообразности в относительной парадигмальности, т.е. наличие такой рефлектирующей способности суждения, которая предполагает создание определенной структуры, включающей ранее установленные факты как конструкты фундаментальной физической теории. Вторая: способность к изменению физической картины мира в ситуации «аномальной науки», предполагающая применение философских и общенаучных принципов в их конструктивной функции.

В развитии представлений о способах построения физической картины мира условно можно выделить три этапа: *натурфилософский*, *аналитический* (20-30-е гг. XIX в. – середина XX в.) и *синтетический* (с начала XX в.). Недостатком начального периода было то, что «предмет, действительность, чувственность берется только в форме объекта или в форме созерцания, а не как человеческая чувственная деятельность, практика, не субъективно»¹. На аналитическом этапе, во времена классической физики, разработка обобщающих гипотез не пользовалась популярностью среди физиков. Большинство физиков предпочитало заниматься конкретными физическими исследованиями, руководствуясь при их проведении не общими концепциями, а эмпирическими закономерностями, установленными всем длительным опытом экспериментальной физики. Ведь логических построений еще мало для заключения, что такая-то теория удачно описывает реальный мир. А. Эйнштейн писал: «Чисто логическое мышление само по себе не может дать никаких знаний о мире фактов; все познание реального мира исходит их

* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Проект № 01-06-80278

¹ Маркс К. Тезисы о Фейербахе // Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения. – Т. 3. – С. 1.

опыта и завершается им. Полученные чисто логическим путем положения ничего не говорят о действительности»². Что же касается обобщающих гипотез глобального характера, претендующих на причинное объяснение явлений, то они оставались предметом личных занятий отдельных исследователей. Воспринимались такие гипотезы окружающими, как правило, весьма сдержанно³, особенно такие, которые в вопросе строгости и доказательств правильности образцом для подражания имели математику. Например, математик Пуанкаре утверждал, что только «логика... может дать достоверность, ... [она] есть орудие доказательства»⁴. Хотя наряду с этим неопределенно предполагал участие опыта: «интуиция есть орудие изобретательства»⁵. Анализируя интуицию как проблему математики, Вейль указывал на опасность замыкания на себе совокупности существующих самих по себе предметов, конструируемых субъектом в процессе идеализации⁶. Фейнман также предостерегал, что «математик готовит лишь абстрактные доказательства, которыми мы можем воспользоваться, приписав реальному миру некоторый набор аксиом. Физик же не должен забывать о значении своих фраз»⁷. По всей видимости, здесь речь идет о кантовской способности воображения⁸: рассудок с необходимостью должен предписывать правило, согласно которому воображение может конструировать объект. И поскольку связь представлений в суждении не может быть дана, а может быть только создана субъектом, категориальный синтез определяется структурой трансцендентального субъекта.

Синтез научных знаний, получение обобщенного знания о предмете является идеалом научного познания. М. Планк писал: «С древних времен, с тех пор как существует изучение природы,

² Эйнштейн В. О методе теоретической физики / В сб. Эйнштейн А. Физика и реальность. – М.: Наука, 1965. – С. 61–66.

³ См.: Борн М. Физика в жизни моего поколения: Сб. ст. – М.: ИЛ, 1963. – С. 140.

⁴ Пуанкаре А. Ценность науки // О науке. – М.: Наука, 1983. – С. 167.

⁵ Там же. – С. 167.

⁶ Вейль Г. О философии математики. М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – С. 64–66.

⁷ Фейнман Р. Характер физических законов. – М.: Мир, 1968 – С. 55–56.

⁸ См.: Кант И. Критика способности суждения / Вступ. статья и коммент. А. В. Гулыги. – М.: Искусство, 1994. – 368 с.

оно имело перед собой в качестве идеала конечную, высшую задачу: объединить пестрое многообразие физических явлений в единую систему, а если возможно, то в одну единственную формулу»⁹. В данном контексте проблема синтеза физической картины мира содержит момент целесообразности, и потому в решении этой проблемы «нет ничего более неверного, чем полагать, что можно заниматься наукой, оставляя в стороне вопросы философии, эпистемологии и методологии»¹⁰. Однако, из этого не следует, что элемент целесообразности должен привносить в методологию принципиальную парадигмальность.

Адекватное описание процессов, изучаемых в современной физике, например в квантовой теории поля, требует логически последовательной формы «синтеза». Между тем «синтез» в точном методологическом смысле этого слова отличается от простого соединения принципов тем, что он представляет собой слияние исходных принципов в некий *новый* принцип (принципы), который имеет *новый* физический смысл. Таким образом, деятельность рефлектирующей способности суждения рассматривается здесь как построение определенной структуры, для которой ранее установленные факты становятся конструктами новой фундаментальной физической теории. При наличии интуитивной ясности такого слияния «часто происходит и модификация исходных принципов в то или иное обобщение»¹¹, т.е. познавательный процесс носит предельно интегративный характер. Конечно, познание при этом не начинается с нуля, с установления принципов, хотя и понимается как деятельность субъекта по конструкции объектов¹²; мы все же с необходимостью используем наработанные всем человечеством знания в результате деятельности, понимаемой в самом широком смысле. Принятие во внимание взаи-

⁹ Планк М. Единство физической картины мира: Сб. ст. / Пер., сост. и авт. коммент. У. Ф. Франкфурт. – М.: Наука, 1966. – С. 23.

¹⁰ Ульмо Ж. Дискуссия «От многообразия к единству» / Эйнштейновский сборник, 1969-1970. – М.: Наука, 1970. – С. 242.

¹¹ См.: Кузнецов Б. Г. Беседы о теории относительности. – М.: Наука, 1965. – 224 с.

¹² Мануйлов В. Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – С. 42–45.

мозависимости различных областей человеческой деятельности является основанием того обстоятельства, что «особенностью развития современной науки является возрастание значения методологических проблем»¹³. И если для ученого главной задачей является получение истинного знания об объекте, то «для методолога конечным продуктом его познавательной деятельности является знание о реконструкции языка, организующее научное знание, получаемое с помощью логико-гносеологических, формально-логических или системно-структурных методов и процедур»¹⁴. Методологическую специфику конструирования физической теории отметил в 1932 г. Э. Шрёдингер, подчеркнув её содержательно-понятийный (а не формально-математический) характер¹⁵. При построении релятивистской ковариантной квантовой теории поля Томанагой, Швингером и Фейнманом создано впечатление решения проблемы без использования новых физических принципов. Однако, анализ парадоксов такой квантовой теории поля показал иллюзорность такого «решения», поэтому Е. Вигнер, О. Клейн и В. Гейзенберг утверждали в конце 50-х, что проблема синтеза физических принципов остается открытой¹⁶. В частности, в понимании В. Гейзенберга квантовый объект до измерения мыслится в форме некоторой потенциальности, тенденции или возможности, количественная сторона которой выражается понятием вероятности. Причем, с его точки зрения, вероятность имеет статус «нового вида» объективной физической реальности, которую в духе философии Аристотеля следует располагать где-то «на полпути между осязаемой (massive) реальностью материи (matter) и интеллектуальной реальностью идеи или образа».

В дальнейшем получила распространение точка зрения, со-

¹³ Кочергин А. А., Кочергин А. Н. Статус методологии и специфика методологических проблем // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. статей: Выпуск первый. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001 г. – С. 9.

¹⁴ Там же. – С. 12.

¹⁵ Гейзенберг В. Шаги за горизонт [сборник]: Пер. с нем. / Общ. ред. и вступ. ст. Н. Ф. Овчинникова. – М.: Прогресс, 1987. – С. 182.

¹⁶ См.: Вигнер Е. Релятивистская инвариантность и квантовые явления // Успехи физических наук. – М., 1958. – Т. 65. – Вып. 2. – С. 257; Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое / Пер. с нем. – М.: Наука, 1989. – С. 132–135; Бор Н. Атомная физика и человеческое познание. – М.: ИЛ, 1961.

гласно которой проблема синтеза сводится к синтезу принципов общей теории относительности и квантовой теории поля. Но допущение, что законы общей теории относительности можно неограниченно экстраполировать в глубь микромира, ведет к предположению, что при ультрамалых расстояниях ($l \sim 10^{-33}$ см) гравитационные взаимодействия становятся существенными, и ведет к методологическому противоречию: общая теория относительности оказывается частным случаем своего частного случая специальной теории относительности. Действительно, уже в малых областях ($l \sim 10^{-8}$ см) гравитационные взаимодействия становятся столь незначительными, что мы попадаем в сферу применимости специальной теории относительности. Поэтому в дальнейших исследованиях под синтезом понимался синтез принципов специальной теории относительности и нерелятивистской квантовой механики.

Формы синтеза научных знаний многообразны. Прежде всего, любая научная теория синтезирует знания в определенной области. Синтез и обобщение происходит и в результате расширения предметной области исследований. Синтез происходит и в результате комплексного, междисциплинарного изучения предмета в связи с проникновением идей и методов одних наук в другие.

Методология комплексного исследования является методологией особого рода. Она не может быть сведена к какому-либо из таких широко известных общенаучных подходов, как системно-структурный, вероятностный, статистический, моделирование и другие, так как эти подходы основаны на одной категории (или ее модификациях), носят односторонний характер и поэтому не могут комплексно охватить исследуемый объект в целом, во всех связях и опосредованиях. Ее специфика определяется особой формой взаимодействия наук в процессе комплексного исследования объекта – такой формой взаимодействия, где «речь идет о глубоком, коренном, качественном изменении в самой структуре научного знания, о полном перевороте в методологии науки, о том, что начинает ломаться веками утвердившееся членение науки на отдель-

ные ее отрасли и зарождается принципиально новый подход к самой основе того, что именуется наукой»¹⁷.

Удельный вес комплексных исследований с каждым годом возрастает, они все больше выдвигаются на передний план, что составляет характерную черту современной науки. На современном этапе развития науки наблюдается предсказанный В.И. Вернадским все более усиливающийся процесс перехода от монодисциплинарных исследований к междисциплинарным, связанный с тем, что «рост научного знания XX в. быстро стирает грани между отдельными науками. Мы все больше специализируемся не по наукам, а по проблемам. Это позволяет, с одной стороны, чрезвычайно углубиться в изучаемое явление, а с другой – расширять охват его со всех точек зрения»¹⁸.

Как отмечает А. Поликарпов, «о синтезе можно говорить в различном смысле, а именно: как об обобщении определенной теории (и включении в нее предшествующей теории); как установлении единства двух теорий: как объединение двух теорий в более общую (единую) или получении новой теории в результате комбинирования двух теорий; как достижении широкого объединения ряда физических теорий в одну (сверхединую) теорию и, наконец, как о включении в такой синтез также и естественнонаучных теорий за пределами самой физики»¹⁹.

Высшей формой синтеза является синтез системы частных теорий об объекте на основе единого или небольшого числа принципов в универсальную общую теорию. В ходе такого синтеза, как показал М. М. Новоселов, большое значение приобретает такая логико-теоретическая процедура как абстрагирование. Суть абстракции состоит в том, что одна из точек зрения закрепляется, становится основной или исходной²⁰. Появление обобщающих работ

¹⁷ Кедров Б. М. Взаимодействие наук как общественная проблема // Методологические проблемы взаимодействия общественных, естественных и технических наук. – М., 1981 (6). – С. 36.

¹⁸ Вернадский В. И. Философские мысли натуралиста: Сб. к 125-летию со дня рожд. / предисл. А. Л. Яншина и др.; АН СССР. – М.: Наука, 1988. – С. 124.

¹⁹ Поликарпов А. Пролиферация и синтез физических теорий // Методы научного познания и физика. – М., 1985. – С. 176.

²⁰ См.: Мамедов Н. Моделирование и синтез знаний. – Баку: Элм, 1979. – 97 с.

связано с внедрением в физическое познание новых фактов, методов и идей и всегда означает расширение освоенной области действительности.

С начала XX в. начинается собственно синтетический этап физического познания. Свидетельством синтетических тенденций в современной физике является взаимопроникновение методов одних наук в другие. Обобщение физических знаний имеет место при решении многих, в том числе, казалось бы, частных физических проблем, придавая им общезначимый характер.

Проблема лидера обычно связывается с неравномерностью развития различных отраслей науки, в силу чего время от времени возникают бурные точки роста и те или иные науки становятся «лидерами познания». Лидеры, как отмечает академик Б. М. Кедров, могут быть либо одиночными, либо групповыми²¹. Одиночным лидером была механика в XVII-XVIII вв. Ее сменил в XIX в. групповой лидер, представляющий собой следующие естественные науки: физика, химия, биология. С середины XX в. групповой лидер включает уже, кроме физики, макрохимию и химию высокомолекулярных соединений, биоорганическую химию и молекулярную биологию вместе с генетикой, кибернетику, биокибернетику и бионику.

В этих условиях «существенно изменился самый подход ученых к познанию явлений природы, ее объектов, а в связи с этим и общая структура естественных наук – на место их прежней взаимной изоляции все чаще приходит их взаимодействие между собой, их взаимное проникновение друг в друга»²². Теперь одну область явлений природы изучает уже не одна наука, как это было раньше, а целый комплекс взаимосвязанных между собой дисциплин.

Таким образом, на основе методологической литературы можно выделить две фундаментальные способности субъекта, выполняющие конструктивную функцию при построении физической картины мира. Первая: способность к осуществлению категориального синтеза, к построению методологии с элементами целе-

²¹ Кедров Б. М. Взаимодействие наук как общественная проблема // Методологические проблемы взаимодействия общественных, естественных и технических наук. – М., 1981 (б). – С. 2; С. 9

²² Там же. – С. 134.

сообразности в относительной парадигмальности, т.е. наличие такой рефлектирующей способности суждения, которая предполагает создание определенной структуры, включающей ранее установленные факты как конструкторы фундаментальной физической теории. Вторая: способность к изменению физической картины мира в ситуации «аномальной науки», предполагающая применение философских и общенаучных принципов в их конструктивной функции.

В.Т. Мануйлов
(Курск)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ В АКСИОМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЯХ МНОЖЕСТВ*

Резюме

На основе рассмотрения канторовской теории трансфинитных чисел как стандартной модели различных аксиоматических теорий множеств выявлено содержание понятия «конструктивность в аксиоматических теориях множеств», выделены виды этой конструктивности, указаны гносеологические основания каждого из видов конструктивности.

Конструктивность в аксиоматических теориях множеств является одним из подвидов содержательной метатеоретической конструктивности математического знания¹. Выделяемые автором виды метатеоретической конструктивности представлены в схеме 1 (см. с.55).

Построение теории множеств в виде аксиоматической содержательной теории имеет целью устранение обнаруженных в конце XIX века антиномий теории множеств. Эта задача решается в несколько этапов:

- 1) уточняются язык и логические средства *наивной* теории множеств;
- 2) выделяются *сомнительные* способы образования понятий, приводящие к антиномиям;

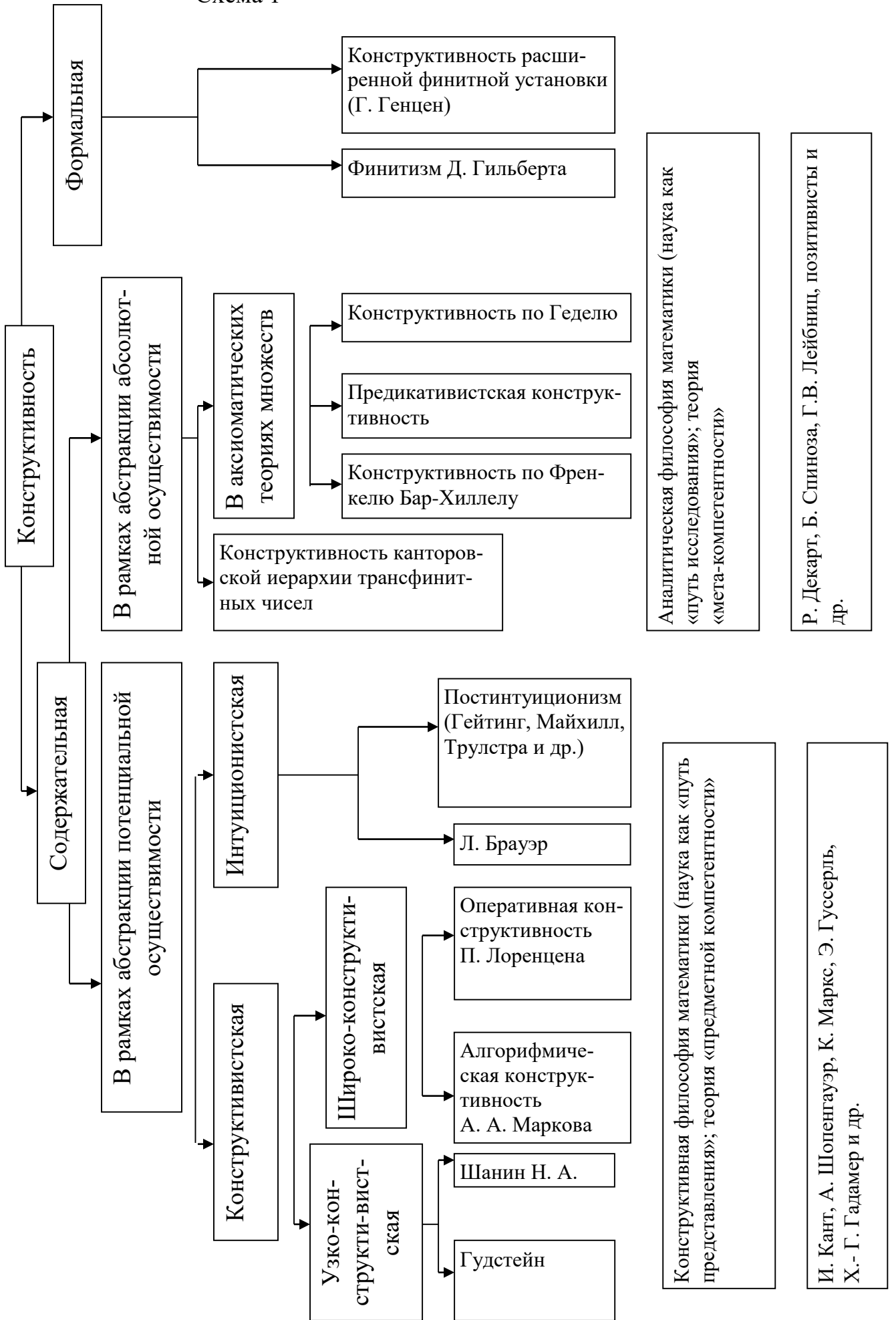
* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Проект № 01-06-80278

¹ Мануйлов В. Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 10. – С. 104–121.

3) налагаются определенные ограничения на средства образования понятий, устраняющие возможность формулирования антиномий.

Аксиоматические содержательные теории строятся по следующему принципу: 1) выбирается базисная теория (некоторая система логики, иногда вместе с арифметической системой); 2) добавляются новые неопределяемые явно в данной теории термины и новые аксиомы (постулаты), характерные для данной теории.

Схема 1



По используемому языку аксиоматические системы можно подразделить на элементарные и неэлементарные². Первые содержат переменные самого низкого типа; кванторы в них действуют на фиксированном множестве **J** индивидуумов системы; в качестве базисной теории для таких систем аксиом служит исчисление предикатов первого порядка (с равенством или без).

В неэлементарных системах аксиом используется язык с гораздо более сильными выразительными средствами; в аксиомах этих систем имеются квантифицируемые переменные, пробегающие по произвольным подмножествам **J**, отношениям между элементами **J** и так далее; в качестве базисных теорий для таких систем выступают логики предикатов более высоких порядков, чем первый. Примером такой аксиомы является аксиома математической индукции:

$$\forall_{X \subseteq J} (1 \in X \wedge \forall_{n \in J} (n \in X \supset n+1 \in X) \supset \forall_{n \in J} n \in X),$$

где: 1 – обозначает натуральное число единицу,

X, J – переменные по множествам (классам) натуральных чисел;

n – переменная по натуральным числам;

\subset – знак строгого включения множества в множество;

\in – знак принадлежности элемента множеству;

+

\forall, \wedge, \supset – логические постоянные: квантор общности, конъюнкция, материальная импликация; *принято обычное соглашение о скобках.*

Задачи выделения конструктивного содержания, а значит и гносеологических оснований конструктивности³ аксиоматической теории, решаются другими методами, чем для теорий, обосновываемых генетическим путем (*конструктивных теорий* в терминологии А. Гейтинга⁴). В *конструктивных* теориях объект строится непосредственно генетическим способом, и обоснование существования объекта дается процессом его построения. Поэтому гно-

² Мостовский А. Современное состояние исследований по основаниям математики // УМН, новая серия, 1954 – Т.9 – №3 (61). – С. 3–38.

³ См.: Мануйлов В. Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М., 2003. – №10 – С. 104–121.

⁴ Heyting A. Some remarks on intuitionism // Constructivity in mathematics/ Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North – Holland publishing Company, 1959. – P. 69–71.

сеологические основания конструктивности в этих теориях выявляются непосредственно при решении задачи метатеоретического обоснования.

В аксиоматических теориях или *теориях конструктивного* определение объекта, приписывающее ему некоторые свойства, еще не обеспечивает существование объекта с данными свойствами. Для обоснования существования объекта необходимо доказательство непротиворечивости аксиоматической теории. Это доказательство может быть проведено или путем построения модели данной теории в другой (тогда проблема непротиворечивости переносится на вторую теорию), или путем прямого доказательства непротиворечивости формы данной аксиоматической теории (ее синтаксиса) в метаматематике.

Если для данной теории может быть построена ее модель в конструктивной теории, то конструктивным содержанием аксиоматической теории естественно считать содержание ее конструктивной модели, а собственные гносеологические основания конструктивности аксиоматической теории тогда будут составлять гносеологические основания конструктивности конструктивной модели.

Так, *слабая интерпретация*⁵ классического прикладного исчисления предикатов:

p	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \supset q$	$\forall x A(x)$	$\exists x A(x)$
\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$\neg\neg p$	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$	$\neg(p \wedge \neg q)$	$\forall x A(x)$	$\neg(\forall x \neg A(x))$

доставляет эффективную модель классической первопорядковой арифметики в интуиционистской арифметике. Правда, эта модель совершенно бесполезна в данном случае, так как эффективный смысл выражений классической арифметики заключается, согласно данной интерпретации, в сведении к абсурду предположений абсурдности допустимости каких-то правил.

Поскольку для большинства аксиоматических теорий (если только они не являются категорическими) возможны различные неизоморфные модели, то конструктивное содержание аксиоматической теории, как и ее гносеологические основания конструктив-

⁵ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – С. 285–287.

ности, определены в данном случае лишь относительно фиксированных моделей.

При синтаксическом методе обоснования непротиворечивости формальной аксиоматической теории используются содержательные математические средства в самом метаматематическом доказательстве. Формальная синтаксическая система рассматривается при этом как неинтерпретированное исчисление и не имеет никакого гносеологического конструктивного содержания. Само доказательство непротиворечивости выясняет лишь тот факт, что данная теория может иметь гносеологическое конструктивное содержание, и, следовательно, может иметь гносеологические основания конструктивности, если ее затем интерпретировать как теорию человеческой познавательной деятельности. Результат Геделя о невозможности доказательства непротиворечивости формальной системы средствами, формализуемыми в данной системе, приобретает при таком понимании следующий смысл: возможные *гносеологические основания конструктивности* (сокращенно – ГОК) формализованной теории не могут быть слабее ГОК содержательной теории, в которой доказывалась синтаксическая непротиворечивость формальной теории. Здесь гносеологическое основание конструктивности теории А *слабее* ГОК теории В, если идеализации, являющиеся ГОК теории А, позволяют вводить более обширную область объектов, чем идеализации, являющиеся ГОК теории В.

Следовательно, ГОК аксиоматических теорий складываются из ГОК базисной логики (ГОК языка теории с логикой) и ГОК стандартной модели аксиоматической теории.

Для элементарных систем ГОК базисной модели суть ГОК исчисления предикатов первого порядка с равенством, для неэлементарных – ГОК логик более высокого порядка. Гносеологически более обоснованными являются теории с большей гносеологической обработкой⁶ (с более *сильными* ГОК). Поэтому гносеологически предпочтительнее элементарные теории.

*Конструктивность в аксиоматической теории множеств
Цермело-Френкеля (ZF).*

⁶ Петров Ю. А. Математическая логика и материалистическая диалектика. – М.: МГУ, 1974. – С. 17.

Поскольку проблемы синтаксического и семантического обоснования логики предикатов первого порядка с равенством в настоящее время наиболее изучены, чаще всего для аксиоматизации теории множеств в качестве базисной теории выбирается стандартное исчисление предикатов первого порядка с равенством.

Гносеологические основания конструктивности стандартного исчисления предикатов первого порядка с равенством фиксируются следующими принципами.

- (1) *Принцип синтаксической конструктивности*: предикаты **быть формулой; быть термом; быть аксиомой; быть выводом** являются рекурсивными, предикат **быть теоремой** – рекурсивно-перечислим. В некоторых случаях принцип синтаксической конструктивности заменяется более жестким принципом финитности (или принципом примитивной рекурсивности), в котором требования рекурсивности заменены требованиями *финитности, конкретности* или *наглядности*, что отождествляется часто с требованием примитивной рекурсивности.
- (2) *Принцип семантической полуразрешимости*: существует эффективный метод поиска логически истинных высказываний, такой, что если формула исчисления предикатов первого порядка с равенством является общезначимой (логически истинной), то метод дает ее вывод; эффективный метод поиска выводимых формул дается семантическими таблицами Бета⁷, или дистрибутивными нормальными формами Я. Хинтикки⁸, или диалогическим процессом П. Лоренцена⁹ (с требованием защиты оппонентом каждой из формул вида $A \vee \neg A$, или с **повторением тезиса**).
- (3) *Принцип релятивизации несчетного*: согласно теореме

⁷ Клини С. К. Математическая логика. – М.: Мир, 1973. – С. 344–345.

⁸ Hintikka K. J. J. Ch. XI. Distributive normal forms in first-order logic // Hintikka K. J. J. Logic language, language-games and informations. – Oxford: Clarendon press, 1973. – P. 242-286 (Перевод на русский язык Брюшинкина В. Н. «Дистрибутивные нормальные формы в первопорядковой логике» в кн. Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования / Под ред. Садовского В. Н. и Смирнова В. А. – М.: Прогресс, 1980, С. 105–157).

⁹ Lorenzen P. Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie. – Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 331 S.

Левенгейма-Скулема¹⁰, если элементарная теория имеет модель, то она имеет и счетную модель, в которой равенство сохраняет обычный смысл. Как отмечает Клини, *парадокс Скулема*, состоящий в том, что имеется счетная модель для элементарной теории, одна из теорем которой интерпретируется как утверждение о существовании несчетного множества, разъясняется следующим образом. (i) Основные операции для построения множеств, задаваемые аксиомами, образуют конечную или счетно-бесконечную совокупность (синтаксическая рекурсивность); их повторное применение может дать только счетную совокупность подмножеств данного множества. Этим объясняется возможность интерпретировать систему аксиом в счетной области. (ii) Пересчитать множество – значит задать 1-1-значное соответствие между данным множеством и множеством натуральных чисел. (iii) Возможно, что множество подмножеств данного бесконечного множества, определяемого в теории (в **ZF** доказывається, что оно несчетно), счетно вне этой теории, но несчетно внутри нее по той причине, что среди множеств, определяемых в теории, нет никакого пересчитывающего множества соответствующих пар. *Построение пересчитывающего множества пар становится осуществимым, если принять в расчет структуру системы аксиом в целом, но это построение невозможно внутри теории, т.е. с помощью тех операций, которые задаются аксиомами.*

Следовательно, для гносеологического субъекта, предполагаемого исчислением предикатов первого порядка с равенством, несчетность есть относительное понятие; не существует абсолютно несчетных множеств, но могут быть множества, несчетные в данной теории. Это гносеологическое основание конструктивности исчисления предикатов первого порядка с равенством делает элементарные теории более приемлемыми для тех, кто хотел бы ограничить область математики только счетными множествами.

¹⁰ Клини С. К. Введение в метаматематику. – М.: ИЛ, 1957. – С. 377.

*Собственные основания теории множеств Цермело-Френкеля*¹¹

(1) $\forall_z(z \in x \leftrightarrow z \in y) \supset x=y$ – аксиома объемности;

где: \leftrightarrow – знак эквиваленции;

x, y, z – индивидуальные переменные по множествам;

(2) $\exists_y(y \in x) \supset \exists_y(y \in x \wedge \neg \exists_z(z \in x \wedge z \in y))$ – аксиома регулярности;

(3) $\forall_z \exists_y \forall_x (x \in y \leftrightarrow x \in z \wedge P(x))$ – аксиомная схема выделения (или подмножеств),

где: x, y, z – синтаксические метапеременные по индивидуальным переменным;

$P(x)$ – метасимвол для любой правильно построенной формулы (ППФ), составленной из атомарных формул вида $u \in v$ с помощью логических связок и содержащей x в качестве единственной свободной переменной.

В отличие от аксиомной схемы свертывания:

(. . .) $\exists_y \forall_x (x \in y \leftrightarrow P(x))$,

где: $P(x)$ – любая ППФ, свободная относительно x , и скобки в начале указывают на замыкание кванторами общности по всем свободным переменным $P(x)$, отличным от x , – аксиомная схема выделения обеспечивает существование некоторого множества, удовлетворяющего условию $P(x)$, лишь в том случае, если предикат, записанный в виде $P(x)$, определен на некотором уже имеющемся множестве и выделяет подмножество этого множества. Поэтому логические парадоксы (в частности, парадокс Рассела) не воспроизводятся в системе **ZF**, семантические же парадоксы вообще не могут быть сформулированы в **ZF**.

Пусть

$\text{Set } x \ A \iff \exists_y \forall_x (A \supset x \in y)$,

где: y отлично от x и не входит в A , \iff знак номинального определения, A есть некоторая ППФ языка исчисления предикатов первого порядка с равенством, не содержащая переменную y .

Выражение $\text{Set } x \dots$ относится к семантической категории функторов, переводящих предикатор в предложение путем связывания

¹¹ См.: Шёнфилд Дж. Математическая логика. – М.: Наука, 1975. – С 348–352; Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – С.130.

переменной x , т.е. является сложным квантором (в явной записи: $\exists y \forall x (\dots \supset x \in y)$).

В стандартной интерпретации языка исчисления предикатов первого порядка с равенством выражение $\exists y \forall x (A \supset x \in y)$ истолковывается как высказывание о существовании в предметной области (универсуме) теории объекта (предмета, индивидуума) \mathbf{b} такого, что для всякого предмета \mathbf{a} в универсуме теории, если справедливо (выполняется) условие A для предмета \mathbf{a} , то \mathbf{a} является элементом \mathbf{b} (\mathbf{a} и \mathbf{b} находятся в отношении $\dots \in \dots$). В интуитивно понимаемой теории множеств выражение $\text{Set}_x A$ понимается как утверждение о существовании множества предметов универсума, удовлетворяющих условию A .

Тогда *аксиомная схема замены*:

$$(4) \forall x \exists z \forall y (A \leftrightarrow y \in z) \supset \text{Set } y \exists x (x \in w \wedge A)$$

x, y, w, z различны, z и w не входят в A .

(5) *Аксиом(ная схем)а степени*:

$$\text{Set } y \forall z (z \in y \supset z \in x)$$

(6) *Аксиом(ная схем)а бесконечности*:

$$\exists x (\exists y (y \in x \wedge \forall z (z \notin y)) \wedge \forall y (y \in x) \supset \exists z (z \in x \wedge \forall w (w \in z \leftrightarrow w \in y \vee w = y))).$$

По какому принципу отбираются аксиомы **ZF**? Дж. Шёнфилд¹² описывает следующий интуитивно понимаемый *процесс построения множеств*, неявно предполагаемых аксиом(ными схем)ами **ZF**.

- (i) Начинаем с объектов, не использующих множеств для построения: *праэлементов* (**Ur** – element).
- (ii) образуем множество последовательно по шагам. На каждом шаге имеются праэлементы и множества, образованные на более ранних шагах. Новые множества образуются как всевозможные семейства этих объектов. Если вместо праэлементов на первом шаге построения берется пустое множество, то получающиеся множества называются *чистыми*.

В метаматематических рассуждениях ограничиваются рассмотрением только чистых множеств.

Какими должны быть условия, налагаемые на образование

¹² Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 348–352.

множеств, чтобы построение было возможным (т.е. чтобы рассуждение об этом построении не привело к противоречиям)?

Наиболее общие условия гласят:

(а) всегда должен существовать шаг, следующий за каждым из пройденных шагов;

(б) если построено множество A и указаны шаги S_a для каждого элемента a из A , то можно представить себе ситуацию, когда все эти шаги проделаны (даже если эти шаги образуют бесконечную последовательность); тогда должен существовать шаг, который следует за всеми шагами S_a (*принцип конфинальности*)¹³.

Аксиомы **ZF** отбираются таким образом, чтобы, с одной стороны, обеспечить построение всех множеств, употребляемых в математике, с другой стороны, обеспечить выполнение условий (а) и (б), так чтобы было невозможно построение, воспроизводящее известные парадоксы. Нетрудно видеть, что выполнение условий (а) и (б) равнозначно выполнению *канторовских принципов порождения трансфинитных чисел*¹⁴.

Легко видно, что соблюдение условий (а) и (б) исключает возникновение *парадокса Рассела*. Действительно, этот парадокс предполагает построение множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента:

$$M = \{x \mid x \notin x\}.$$

Парадокс заключается в том, что не может быть однозначно решен вопрос о принадлежности множества M самому себе: если $M \in M$, тогда, по определению M , $M \notin M$; а если $M \notin M$, то, опять по определению M , $M \in M$. Но если процесс построения множеств удовлетворяет условиям (а) и (б), то любое множество может быть введено лишь тогда, когда предварительно образованы его элементы; следовательно, множество M не может быть среди элементов M , и парадокс исчезает.

В стандартной интерпретации языка логики предикатов первого порядка с равенством (Фреге-Расселовская семантика) *акси-*

¹³ Там же. – С. 350.

¹⁴ Мануйлов В. Т. Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств// Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003. – С. 57– 78.

ома объемности утверждает, что если в предметной области аксиоматической теории множеств **ZF** для любых трех индивидов (множеств) **a**, **b** и **c** выполняется условие:

*Если каждый **c** находится в отношении \in к **a** тогда и только тогда, когда **c** находится в том же отношении \in к **b**, то индивиды (множества) **a** и **b** совпадают.*

(**a**, **b**, **c** – переменные семантического метаязыка, пробегающие по индивидам – «множествам»).

В «конструктивной» гносеологической семантике, связанной с выполнением условий (a) и (b), аксиома объемности утверждает, что *если* любые два множества **a** и **b** имеют на предшествующих шагах построения *одни и те же элементы*, то эти два множества совпадают.

Аксиома регулярности утверждает:

– в стандартной интерпретации:

*если в универсальной предметной области существует какой-либо элемент множества **a** (т.е. индивид **b**, находящийся к индивиду **a** в отношении), то существует и элемент **c** множества **a**, который не имеет с **a** общих элементов; такой элемент называется минимальным элементом множества **a**;*

– в «конструктивной» интерпретации:

минимальный элемент множества **a** – это элемент, образованный на самом раннем из шагов в построении **a**; так как элементы, входящие в минимальный элемент множества **a**, должны быть образованы еще раньше, они не могут содержаться среди элементов **a**.

Аксиомная схема выделения – это утверждение метаязыка, которое говорит о том, что *аксиомой ZF* является любая ППФ того вида, который определяется строением *аксиомной схемы*. Так, если **x**, **y**, **z** принимают значения соответственно **x**, **y**, **z**, а **P(x)** есть ППФ, построенная из атомарных формул вида **u ∈ v** с помощью логических связок и содержащая **x** в качестве единственной свободной переменной, то:

– стандартная интерпретация аксиомы выделения говорит, что в предметной области существует предмет («множество») **a**, элементами которого являются в точности все элементы **b** из «множества» **c** (заранее определенного), удовлетворяющие

условию $P(x)$;

– «конструктивное» истолкование аксиомы выделения: так как каждый элемент b из c , удовлетворяющий условию $P(x)$, должен быть построен до шага S_y , на котором построено c , множество a может быть построено на шаге S_y (если элементов, удовлетворяющих условию $P(x)$, в c нет, тогда $a = \emptyset$).

Аксиомная схема замены: любая реализация этой аксиомной схемы утверждает:

– в стандартной (теоретико-модельной) интерпретации:

если для каждого a в универсальной предметной области существует C_a , состоящее из всех таких b , что выполняется $A(a, b)$, то существует «множество» c (зависящее от заранее заданного d), элементами которого являются все b , такие, что $A(a, b)$ выполняется для подходящего a из d ;

– в «конструктивной» семантике посылка реализации аксиомной схемы замены говорит, что для каждого a существует S_a – шаг, на котором построено «множество» C_a ; по принципу конфинальности тогда существует шаг S после всех шагов S_a для $a \in d$; если $a \in d$ и $A(a, b)$, то $b \in C_a$; тогда b построено до шага S_a и поэтому до шага S ; но тогда на шаге S (согласно *принципу конфинальности*) можно построить множество c всех b таких, что $A(a, b)$ для некоторого $a \in d$.

Стандартная интерпретация аксиомы степени:

для любого «множества» a в предметной области существует «множество» b всех подмножеств $c \subset a$.

«Конструктивная» интерпретация этой аксиомы:

если множество a построено на шаге S , тогда каждый элемент a построен до шага S ; поэтому множество b всех подмножеств $c \sqsubset a$ может быть построено на любом шаге, следующим за S .

Стандартная интерпретация аксиомы бесконечности:

в предметной области теории ZF существует множество a такое, что пустое множество \emptyset есть элемент a и выполняется условие: *если $b \in a$, то множество C_b , элементами которого являются само b и все элементы из b , также будет элементом a .*

«Конструктивная» интерпретация аксиомы бесконечности:

если b построено на некотором шаге S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$), то на сле-

дующем шаге может быть построено C_b ; обозначим его $S(b)$; следовательно, существуют шаги S_0, S_1, S_2, \dots , на которых могут быть построены $\emptyset, S(\emptyset), S(S(\emptyset)), \dots$; на шаге S , следующем за всеми шагами $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$, может быть построено множество a , элементами которого являются $\emptyset, S(\emptyset), S(S(\emptyset)), \dots$; это множество удовлетворяет требованиям *аксиомы бесконечности*.

Стандартной моделью для **ZF** является *универсум фон-Нейманна*¹⁵.

Универсумом фон Нейманна называется класс множеств $\cup V_\alpha$, где множество V_α определяется трансфинитной рекурсией ($\alpha \in \text{On}$):

$$V_0 = \emptyset,$$

$$V_{\alpha+1} = \rho(V_\alpha),$$

$$V_\alpha = \cup V_\beta, \text{ если } \alpha \text{ – предельный ординал, } \beta < \alpha;$$

здесь: \emptyset – пустое множество;

$\rho(V_\alpha)$ – множество-степень V_α (т.е. множество всех подмножеств V_α);

\cup – знак объединения множеств;

On – множество всех ординалов.

Следующая последовательность представляет начальный отрезок универсума фон-Нейманна (в порядке построения множеств):

$$V_0: \emptyset$$

$$V_1: \{\emptyset\}$$

$$V_2: \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$V_3: \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

...

$V_n: \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots, \{V_{n-1}, \dots\}$, V_n содержит 2^{2^n} ($n-1$ двоек) элементов

$$V_{\omega_0} = \bigcup_{n=0}^{\infty} V_n \text{ (получено с помощью принципа (b))}$$

$$V_{\omega_0+1} = \rho(V_{\omega_0}).$$

Наличие «*конструктивной*» семантики для **ZF** позволяет провести далеко идущую аналогию между этой теорией и евклидовой аксиоматизацией геометрии.

Подобно тому, как система аксиом (постулатов) евклидовой

¹⁵ Манин Ю. И. Доказуемое и недоказуемое. – М.: Сов. радио, 1979. – С. 100–108.

геометрии определяет допустимые в теории построения, осуществимость которых нельзя обосновать интуитивно, наглядно, так как требуется обращение к «идеализированным» циркулю и линейке («алгоритмы сводимости» в терминологии С.А. Яновской¹⁶), аксиомы теории множеств Цермело-Френкеля определяют допустимые в этой теории построения. Идеализированный характер этих построений очевиден. Однако, в отличие от евклидовой геометрии, аксиоматические теории множеств строятся в точном формализованном языке логики. Поэтому и принимаемые здесь идеализации (гносеологические основания конструктивности) разбиваются на две группы: идеализации, связанные с построением языка логики (предикатов первого порядка с равенством – для **ZF**), и идеализации, связанные с построением стандартной модели (для **ZF** – универсум фон-Нейманна).

Таким образом, гносеологическими основаниями конструктивности **ZF** относительно стандартной модели являются *гносеологические принципы канторовской конструктивности*, дополненные специфическими идеализациями:

- (v1) способность различать пустое множество;
- (v2) способность образовывать множество подмножеств данного множества;
- (v3) способность фиксировать отношение вполне упорядочения и, – поскольку здесь это отношение есть \in , – способность устанавливать принадлежность элемента множеству;
- (v4) способность совершать предельный переход после завершения построения бесконечного множества ординалов.

Конструктивность по Френкелю-Бар-Хиллелу.

Другая модификация аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля представлена в книге А.А. Френкеля и И. Бар-Хиллела «Основания теории множеств»¹⁷ – теория **Z**.

Следующие аксиомы из **Z** называются **конструктивными аксиомами** общей теории множеств¹⁸:

- (1) аксиома пары: $\forall_v \forall_w (v \neq w \supset \exists_x \forall_y (x \in y \leftrightarrow (x = v \vee x = w)))$;

¹⁶ Яновская С. А. Методологические проблемы науки. – М.: Мысль, 1972. –С. 174.

¹⁷ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – 556 с.

¹⁸ Там же. – С. 49-63.

(2) аксиома множества-суммы или объединения:

$$\forall y(\exists x(x \in y) \supset \exists v \forall z(z \in v \leftrightarrow \exists w(z \in w \wedge w \in y))) ;$$

(3) аксиома множества-степени:

$$\forall x(\exists y \forall z(z \in y \leftrightarrow z \subseteq x) ;$$

(4) аксиомная схема выделения:

$$\forall z \exists y \forall x(x \in y \leftrightarrow x \in z \wedge P(x)) .$$

В этих аксиомах и аксиомных схемах:

v, w, x, y, z – индивидные переменные по множествам языка-объекта;

x, y, z – индивидные метапеременные по индивидным переменным языка-объекта;

$P(x)$ – метапеременная по ППФ языка-объекта, содержащим x в качестве единственной свободной переменной.

Аксиома *пары* и аксиома *множества-суммы* являются частными случаями аксиомной схемы выделения **ZF**.

В каком смысле понимается **конструктивность** этих аксиом?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим, как понимается существование объекта в содержательной аксиоматической теории (и, в частности, в **Z**).

Существование некоторого объекта (для аксиоматической теории множеств – некоторого **множества**), обладающего определенным признаком (свойством), выражается предложением, содержащим квантор существования; например: $\exists x P(x)$ (существует множество x , удовлетворяющее условию $P(x)$).

Существование некоторого объекта в определенной системе аксиом является *логически возможным*, если добавление к системе предложения, утверждающего существование данного объекта, не приводит к противоречию (в предположении непротиворечивости исходной системы аксиом).

Если предложение существования логически следует из непротиворечивой аксиоматической системы, то существование объекта будет *логически необходимым* в данной системе. Существование объекта в системе *логически невозможно*, если добавление к системе предложения существования объекта делает систему противоречивой.

В аксиоматических теориях можно обосновать существование и

даже единственность существования (логически возможное или логически необходимое) объектов, для которых не указывается способ генетического построения их из некоторых исходных объектов, предполагаемого «конструктивной» интерпретацией аксиом.

Типичным примером такого способа введения объектов является метод «вынуждения» (forcing), примененный впервые П. Дж. Коэном при доказательстве независимости *аксиомы выбора* (мультипликативной аксиомы Mult Ax) и *континуум-гипотезы* от аксиом **ZF**. *Аксиома выбора* или *мультипликативная аксиома*¹⁹ Mult Ax имеет вид²⁰:

$$\forall t(\forall x \forall y(x \in t \wedge y \in t \wedge \neg x=y) \supset (\exists z(z \in x) \wedge \neg \exists z(z \in x \wedge z \in y))) \supset \\ \supset \exists u \forall x(x \in t \supset \exists w \forall v(v=w \leftrightarrow (v \in u \wedge v \in x))).$$

В стандартной интерпретации аксиома выбора утверждает, что если \mathcal{c} есть *расчлененное множество* непустых множеств, то прямое (декартово) произведение $\prod_{x \in \mathcal{c}} \tilde{n}$ этих множеств не пусто.

Непустое множество называется *расчлененным (дизъюнктивным)*, если его элементы попарно не пересекаются (не имеют общих элементов). Прямым (внешним, декартовым) произведением членов расчлененного множества $\mathcal{a} \in \mathcal{c}$ называется множество $\prod_{a \in \mathcal{c}} \tilde{n}$, элементами которого являются все те и только те множества, которые содержат по единственному члену из каждого \mathbf{a} ²¹.

Аксиома выбора необходима при построении теории *кардиналов*, в частности, для доказательства существования первого ординала в классе эквивалентности любого множества \mathbf{a} по отношению подобия²². В теории **ZFC**, полученной из **ZF** добавлением *аксиомы выбора*, доказывается *теорема о вполне упорядочении*²³, на основании которой понятие *кардинального числа* сводится к понятию *ординала*.

¹⁹ Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 379, 421; Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? – М.: Просвещение, 1967. – 558 с.; Медведев Ф. А. Ранняя история аксиомы выбора. – М.: Наука, 1982. – 303 с.; Коэн П. Дж., Херш Р. Неканторовская теория множеств // Математика в современном мире. – М.: Знание, 1969. – С. 20–32. – (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика»; №9).

²⁰ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – С. 65.

²¹ Там же. – С. 61–62.

²² Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 369–379.

²³ Там же. – С. 370.

Аксиома выбора справедлива при том понимании построения множеств, которое описано нами в предшествующем разделе данной статьи²⁴. Точное доказательство этого факта получено К. Гёделем в его известной работе «Совместимость аксиомы выбора и обобщенной континуум-гипотезы с аксиомами теории множеств»²⁵.

Однако, известны «экзистенциальные» применения этой аксиомы в рамках **ZFC**, интерпретация которых уже не удовлетворяет условиям построения множеств, зафиксированным принципами (a) и (b) предшествующего раздела, т.е. канторовскими принципами порождения трансфинитных чисел²⁶.

В 1963 году П. Дж. Коэн доказал независимость аксиом выбора от аксиом **ZF**, построив средствами **ZF** модель «генерических» (generic) множеств, на которой аксиома выбора не выполняется²⁷. Метод «вынуждения» (forcing), с помощью которого П. Дж. Коэн вводит «генерические» множества, в принципе исключает возможность какой-либо индивидуализации «генерического» множества с помощью генетического построения согласно принципам (a) и (b). П. Дж. Коэн и Р. Херш пишут об этом так: «Любое конструктивное (по Гёделю – В. М.) множество характеризуется частными свойствами – теми шагами, с помощью которых его можно построить, – а у нашего *a* (генерического множества, задаваемого с помощью понятия вынуждения – В.М.) совершенно отсутствует подобная индивидуальность» (выделено нами – В.М.)²⁸.

В случае конструктивных аксиом **Z** дело обстоит по-другому. Каждая из конструктивных аксиом позволяет ввести некоторое множество лишь при условии, что уже имеется некоторое другое множество, удовлетворяющее определенным условиям.

²⁴ Там же. – С. 370.

²⁵ Перевод статьи К. Геделя, сделанный А. А. Марковым, см.: УМН, Т.3, №1, 1948, С.96–149.

²⁶ См.: Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – С. 63–105; Моствовский А. Конструктивные множества и их приложения. – М.: Мир, 1973. – С. 213–233; Коэн П. Дж., Херш Р. Неканторовская теория множеств // Математика в современном мире. – М.: Знание, 1969. – С. 20–32. – (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика»; №9).

²⁷ Коэн П. Дж., Херш Р. Неканторовская теория множеств // Математика в современном мире. – М.: Знание, 1969. – С. 31–32. – (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика»; №9).

²⁸ Там же. – С. 31.

Используя предположение о непустоте области, в которой изменяется каждая переменная (*экзистенциальная* предпосылка логики предикатов первого порядка), и взяв в аксиоме выделения в качестве определяющего условия противоречивое условие для x (например, $x \neq x$), можем вывести существование для всякого множества z пустого множества \emptyset , определяемого условием:

$$\neg \exists x (x \in \emptyset),$$

т.е. можем вывести логически для каждого x из аксиом формулу:

$$\exists y \neg \exists z (z \in y).$$

С помощью аксиомы экстенциональности можно доказать единственность (с точностью до изоморфизма) пустого множества.

С помощью аксиомы пары и аксиомы выделения для пустого множества в качестве исходного можно доказать существование и единственность (с точностью до изоморфизма) множества, имеющего в качестве единственного члена пустое множество: множество $\{\emptyset\}$. Далее можно идти двумя путями.

1) Используя имеющиеся уже множества, можно образовывать с помощью *аксиом пары и выделения* множества:

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\{\emptyset\}\}\}, \dots$$

получаем одну модель для **FB** – аксиоматической теории множеств с четырьмя нелогическими аксиомами – *конструктивными аксиомами Z*.

2.a) Используя *аксиомы пары, выделения и множества-суммы*, можно доказать существование и единственность множеств ряда:

$$\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}, \dots$$

2.b) Используя аксиому множества-степени, можем получать из уже имеющихся множеств множества, элементами которых являются подмножества исходных множеств; например, исходя из множества $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, с помощью аксиомы множества-степени, можно получить множество:

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \\ \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\},$$

содержащее $2^3 = 8$ членов. Таким образом получается часть *универсума фон-Нейманна V*, содержащая только конечные множества.

Итак, с помощью *конструктивных аксиом* в **Z** можно доказывать лишь существование множеств, содержащих конечное число

элементов. Можно считать, что каждая *конструктивная* аксиома представляет некоторую *операцию*, применение которой к исходному пустому множеству или к результатам предшествующего построения дает однозначный (с точностью до изоморфизма) результат. Поэтому, хотя сами множества не являются *конструктивными объектами*²⁹, можно говорить о «конструктивности» той части **Z**, в которой используются лишь *конструктивные* аксиомы, то есть теории **FB**, в том смысле, что каждое множество, условие существования которого выводимо в **FB**, может быть генетически построено за конечное число шагов из пустого множества; операции (*схемы действия*) такого построения определяются **конструктивными** аксиомами, т.е. *универсум FB составляют все конечные множества универсума фон Нейманна*.

Итак, гносеологическое основание **конструктивности по Френкелю-Бар-Хиллелу** относительно стандартной модели **V** составляет *принцип финитности*: гносеологический субъект **FB** способен образовывать лишь конечные множества.

В отличие от **конструктивных** аксиом, аксиома бесконечности, например, вводит **множество некоторого вида**, но не вполне определенное множество, а **аксиома выбора** обеспечивает существование множества представителей бесконечного множества неоднородных множеств вообще без указания на то, каким образом можно было бы получить это множество генетически.

Выделение **конструктивного** и **неконструктивного** в **Z** позволяет проводить некоторые различия между понятиями. Так, например, **конечные множества** могут рассматриваться как *индуктивные* множества или как *нерефлексивные*³⁰. Согласно классической математике оба понятия равнообъемны, т.е. каждое *нерефлексивное* множество является *индуктивным*, и наоборот. При уточнении средств доказательства выяснилось, что с помощью обычной математической индукции (*конструктивной* в смысле конструктивности классической математики) легко доказывается, что каждое *индуктивное* множество является *рефлексивным*; однако, доказательство обратной импликации требует существенно

²⁹ См.: Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгоритмов. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

³⁰ См.: Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств, С. 85–87.

применения *аксиомы выбора*, т.е. не может быть проведено *конструктивно* (в интуитивном смысле конструктивности классической математики).

«Конструктивность по Гёделю»

В 1938 году К. Гёдель привел доказательство совместности гипотезы континуума и аксиомы выбора с остальными аксиомами теории множеств. Доказательство проводится относительно разновидности **ZF** без аксиомы выбора, примыкающей к *аксиоматическим системам фон Нейманна и Бернаиса*. Для этой системы аксиом Гёдель строит внутреннюю модель «генетическим» способом: выбирается конечное число специальных теоретико-множественных операций, которые можно применять к пустому множеству и результатам предшествующих *шагов построения* произвольное *трансфинитное* число раз. Идея доказательства в общем виде выглядит следующим образом³¹. Гёдель доказывает, что **ZF** + **AC** + **GCH** (**ZF**, дополненная аксиомой выбора **AC** и обобщенной континуум-гипотезой **GCH**) является *относительно интерпретируемой* в **ZF**, т.е. имеется предикат, *определимый* в языке теории множеств, такой, что если каждая формула теории множеств *релятивизирована* к этому предикату, то результат есть «перевод» или «интерпретация» очевидно более сильной **ZF** + **AC** + **GCH** в очевидно более слабую **ZF**. *Релятивизировать* некоторую формулу теории множеств к предикату **P(x)** – значит ограничить область значений квантифицируемых переменных множествами, удовлетворяющими **P(x)**. Пусть, например, **A** есть ППФ языка **ZF** без квантификаций: $x \in y \wedge y \in z$. Пусть **B** есть ППФ, полученная из **A** связыванием всех индивидуальных переменных кванторами:

$$\forall_x \exists_y \forall_z (x \in y \wedge y \in z).$$

Релятивизировать формулу **B** к предикату **P(x)** значит ограничить все квантификации в **B** множествами, удовлетворяющими

³¹ См.: Putnam H. Foundations of set theory // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 275-276; Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – С. 153–157; Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 393–408; Мостовский А. Конструктивные множества и их приложения. – М.: Мир, 1973. – 256 с.

предикату $P(x)$. Если взять в качестве $P(x)$ предикат «... – конструктивно», обозначенный Дж. Шёнфилдом³² $L(x)$, то *релятивизированная* версия B есть:

$$\forall_x(L(x) \supset \exists_y(L(y) \wedge \forall_z(L(z) \supset x \in y \wedge y \in z)).$$

Релятивизация теории T к предикату $P(x)$ является «*интерпретацией*» T в некоторой другой теории T' , если и только если все аксиомы T при релятивизации переходят в теоремы T' (при условии, что логические средства теорий одни и те же)³³.

Ясно, что если теория T может быть интерпретирована в теории T' , то всякая несовместимость (несовместность) T влечет несовместимость (несовместность) и T' . Гёдель находит такой предикат «*x есть конструктивное множество*», что если релятивизировать к нему $ZF + AC + GCH$, результат есть интерпретация $ZF + AC + GCH$ в ZF . Следовательно, Гёдель доказывает непротиворечивость $ZF + AC + GCH$ относительно ZF .

Самое ценное в доказательстве Гёделя – метод определения предиката «*x есть конструктивное множество*». Схема построения такова: назовем множество *наследственно конечным*, если оно может быть получено за *конечное* число шагов из пустого множества с помощью двух операций: (а) образование единичного множества, (b) образование объединения множеств (например: \emptyset ; $\{\emptyset\}$; $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, ... – наследственно конечные множества).

Пусть M_0 – семейство всех наследственно конечных множеств. Если M_a определено для ординала a , то пусть $M_{a'}$ (a' есть ординал, следующий за a) будет семейством всех тех подмножеств M_a , которые могут быть определены с помощью (1) языка логики предикатов первого порядка с равенством, кванторы которого являются ограниченными на M_a ; (2) только предиката \in (и никаких других); (3) индивидуальных констант, то есть только имен элементов M_a ; таким образом, $M_{a'}$ содержит множества, *определимые* (с помощью языка логики предикатов первого порядка с равенством) *на* M_a (с использованием в качестве нелогических констант только \in и имен для элементов M_a).

$M_{a'}$ содержит не все подмножества M_a , так как при счетно-бесконечном M_a множество-степень M_a будет несчетным, а множество $M_{a'}$ – счетным.

³² См.: Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 401–408.

³³ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств, С. 339–340.

Для продолжения этого процесса определения множеств в трансфинитное необходимо использование *принципа порождения* (b) (второго канторовского принципа порождения) трансфинитных чисел; так получаем следующий пункт определения *конструктивного* (по Гёделю) множества:

Если b есть предельный ординал, и M_a определено для всех ординалов, меньших чем b , то $M_b = \bigcup_{a < b} M_a$.

Множество x есть *конструктивное множество*, если и только если $x \in M_0$, или $x \in M_a$ (для подходящего ординала a), или $x \in M_b$ (для предельного ординала b).

Итак, *конструктивные по Гёделю множества* – это те множества, которые могут быть определены, начиная с наследственно конечных множеств и итерируя процесс определения множеств над предварительно определенными семействами множеств в трансфинитное.

Универсум *конструктивных по Гёделю* множеств удовлетворяет **ZF** + **AC** + **GCH**; в **ZF** построена модель для **ZF** + **AC** + **GCH**. Тем самым средствами **ZF** доказана непротиворечивость **ZF** + **AC** + **GCH** относительно **ZF**.

Существуют ли множества, не являющиеся *конструктивными по Гёделю*? Сам Гёдель решительно возражал против того, чтобы считать, что все возможные множества являются *конструктивными*, считая, что принятие *аксиомы конструктивности*³⁴ $\forall x L(x)$ ограничило бы нашу интуицию множества³⁵. Спустя 30 лет после доказательства Гёделя П. Дж. Коэн построил модель **ZF**, в которой *аксиома конструктивности* (утверждавшая, что все множества *конструктивны по Гёделю*) опровергается³⁶. Тем самым была доказана неразрешимость континуум-гипотезы и аксиомы выбора средствами **ZF**. Однако как доказательство П. Коэна (с помощью метода вынуждения), так и последующие доказательства основаны на построении модели «чего-то неинтуитивного и странного»³⁷.

³⁴ Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С. 401–408.

³⁵ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – С. 154.

³⁶ Шёнфилд Дж. Математическая логика. – С.401–436.

³⁷ Коэн П. Дж., Херш Р. Неканторовская теория множеств // Математика в современном мире. – С. 30.

«Задачей конструктивных множеств Гёделя и его модели канторовской теории множеств было создание некоей конструкции, в сущности тождественной нашему интуитивному наглядному понятию множества, но более эластичной»³⁸. *Неконструктивные* множества, например, «генерические» множества Коэна, совершенно лишены каких-либо индивидуальных свойств. Следовательно, можно считать, что Гёделю удалось выразить идею канторовского построения трансфинитных множеств средствами первопорядковой аксиоматической теории множеств настолько полно, насколько это вообще возможно.

Гносеологические основания *конструктивности по Гёделю ZF* относительно модели *конструктивных множеств* составляют, таким образом, гносеологические основания канторовского построения трансфинитных чисел (относительно языка логики предикатов первого порядка с равенством), т.е. Гёдель показал, что гносеологический субъект, способный понимать логику предикатов первого порядка с равенством и трансфинитную индукцию по ординалам, способен конструировать любое канторовское множество.

«Предикативистская» конструктивность.

Попытка последовательного обоснования классической математики с позиций логистического тезиса (согласно которому все понятия математики определимы чисто логически, без введения каких-либо специфических понятий) привела к наиболее плодотворным результатам в работах, связанных с теоретико-типовыми подходами (разветвленная теория типов Рассела, простая теория типов и другие). Основная причина возникновения антиномий теории множеств, согласно Расселу, заключается в *непредикативном способе образования понятий*³⁹. Поэтому в отличие, например, от цермеловского подхода к обоснованию теории множеств, при котором накладываются ограничения на *правила преобразования*

³⁸ Там же. – С. 29.

³⁹ Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – С. 232.

идеального исчисления⁴⁰, при теоретико-типовом подходе накладываются ограничения на *правила образования идеального исчисления*. Для устранения логических и семантических антиномий строится *разветвлённая теория типов*; обычно именно *разветвлённую теорию типов* связывают с *конструктивистскими* идеями в логицистской математике.

Каким же образом связано требование *предикативности* определений с понятием *конструктивности*?

При *непредикативном* способе образования понятий некоторый объект определяется посредством ссылки на совокупность объектов, к которой принадлежит и сам определяемый объект, т.е. имеет место круг в определении. Является ли этот круг *порочным*, зависит от многих обстоятельств; часто бывает возможно так переопределить вводимый объект, что *непредикативность* устраняется; в других случаях *непредикативность* является существенной и не может быть устранена. Мы будем в дальнейшем предполагать именно такую *существенную непредикативность*.

Очевидно, что для объекта, вводимого *существенно непредикативным* способом, невозможно указать генетический способ построения, так как при генетическом способе конструируемый объект должен получаться применением некоторых *схем действия* к уже построенным объектам; обращение к объектам, которые появятся лишь на следующих шагах построения, запрещается. Предикативность способов введения объектов является, таким образом, достаточным условием их конструируемости. В *разветвленной теории типов* переменным, входящим в формулы языка, приписывается два рода символов: один символ (правый) указывает *уровень* переменной, другой (левый) – ее *порядок*. Элементарными правильно построенными формулами языка этой теории будут лишь те формулы вида ${}^k\mathbf{x}^i \in {}^l\mathbf{y}^j$, для которых выполняется условие: $j = i + 1$ (*ограничение на правила образования*). *Ограничения на правила преобразования* связаны с *порядком* переменной; так, на аксиомную схему свертывания, которая теперь имеет вид:

$$(\dots) \exists^{j+1}\mathbf{y}^{i+1} \forall {}^k\mathbf{x}^i ({}^k\mathbf{x}^i \in {}^{j+1}\mathbf{y}^{i+1} \leftrightarrow \mathbf{P}({}^k\mathbf{x}^i)),$$

накладывается ограничение: наивысший из порядковых индексов, входящих в $\mathbf{P}({}^k\mathbf{x}^i)$ связанных переменных уровня $i + 1$, не должен

⁴⁰ Там же. – С. 171–175.

превосходить j .

Ограничения на *правила образования* языка разветвленной теории типов запрещают образование множеств, играющих роль в логических антиномиях; например, антиномия Рассела не может быть сформулирована, так как формула вида:

$$\neg(x \in x)$$

не является ППФ. Семантические парадоксы (типа парадокса *Ришара*) устраняются различением *порядков* переменных: согласно ограничению на *аксиому свертывания* некоторое условие определяет класс лишь в том случае, если классы уровня $i + 1$, существование которых предполагает условие $\mathbf{P}({}^k x^i)$, расположены в иерархии порядков *ниже*, чем определяемый класс.

Как показал Гёдель, класс множеств, существование которых доказывается в разветвленной теории типов, образуют множества, которые могут быть получены применением определенных им *конструктивных по Гёделю* способов построения к пустому множеству лишь счетное число раз. Если в качестве исходного множества взять множество натуральных чисел, то в разветвленной теории типов обосновывается существование лишь таких множеств, которые получаются из исходного итерированием некоторых элементарных операций лишь конечное число раз. Таким образом, ограничение способов введения объектов лишь предикативными позволяет для объектов, вводимых таким образом, предположить некоторое *генетическое построение сводимости*⁴¹. В этом смысле можно говорить о *конструктивности разветвленной теории типов*. Эта *конструктивность* позволяет вводить лишь множества, мощность которых не более чем счетна. Однако, *разветвленная теория типов* оказалась недостаточной для обоснования классической математики: многие понятия классического анализа при переводе их в разветвленную теорию типов *расслаиваются*: так, например, *точная верхняя грань ограниченного множества действительных чисел* имеет *порядок* больший, чем сами действительные числа, что затрудняет сравнение действительных чисел, составляющих множество, и верхней грани этого множества. Для

⁴¹ Мануйлов В. Т. Методологические проблемы конструктивности в обосновании математического знания / Деп. В ИНИОН АН СССР 15.12.89. №40465. – Курск, 1989. – 221 с.

устранения этого недостатка вводится *аксиома сводимости*, которая постулирует, что для каждого класса определенного *уровня* и любого *порядка* существует класс того же *уровня* и *порядка* 1, состоящий в точности из тех же самых членов, что и данный класс (хотя классы и не являются совпадающими, так как принадлежат разным порядкам). Однако, в таком случае пришлось бы пожертвовать *аксиомой экстенциональности*, что еще более запутывает дело.

Конструктивность «атомистического» континуума Г. Вейля

Исключение непредикативных способов образования понятий составляет существенную черту концепции анализа, предложенной Г. Вейлем⁴². Вейль проводит различие между *объемно-определёнными* (Umfangs-definit) понятиями и *объемно-неопределёнными*. Класс *объемно-определённых свойств и отношений рациональных чисел* (к-отношений) (или множеств рациональных чисел) задается с помощью немногих *логических конструктивных принципов*, свободных от порочного круга. К числу этих принципов относятся: 1) отождествление; 2) отрицание; 3) соединение двух отношений посредством конъюнкции (связки «и»); 4) соединений двух отношений посредством неисключающей дизъюнкции (связки «или»); 5) «замещение неизвестной предметом» (т.е. подстановка имени вместо индивидуальной переменной); 6) «замещение неизвестной выражением *существует*» (т.е. связывание индивидуальной переменной квантором существования: символически \exists)).

При построении анализа за исходный пункт принимается *объемно-неопределенное* понятие натурального числа. Вводится понятие типа и категории отношения. К первому типу относятся отношения, определенные на области натуральных чисел; категория такого отношения характеризуется количеством «неизвестных» отношения (в современных терминах – количеством индивидуальных переменных, входящих в предикатор, выражающий данное отношение). Отношения второго типа имеют в качестве «неизвестных» как

⁴² См.: Вейль Г. О философии математики. – М.-Л.: Гос. техн.-теор. изд-во, 1934. – С. 92–100; Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989. – С. 93–168.

натуральные числа, так и отношения первого типа; категория отношения второго типа определяется количеством «неизвестных» отношения и категориями предметов, к которым относится каждое из отношений. Аналогично определяются отношения третьего типа и так далее. Всякой категории соответствует отношение $\varepsilon(x, x', \dots, X)$, означающее, что x, x', \dots стоят друг к другу в отношении X . Исходными пунктами дальнейшего построения являются отношения ε и отношения первого типа, из которых с помощью указанных конструктивных принципов строятся остальные отношения. На применения конструктивного принципа 5 накладывается ограничение, состоящее в том, что отношение, подставляемое вместо «неизвестной», само должно быть *сконструировано*. В качестве подставляемых по принципу 5 отношений могут быть использованы *отношения с параметрами* (т.е. отношения, выражаемые предикаторами со свободными переменными).

Ограничения на применение принципа 6 гласит, что замещение выражением «существует» имеет место только для числовых аргументов (т.е. квантифицируемые переменные пробегают только по числам). Принцип 5, кроме того, усиливается за счет введения *принципа итерации*, позволяющего в данном отношении, содержащем произвольное отношение того же типа, что и данное, заменять это отношение данным отношением.

Получаемые с помощью этих *конструктивных* принципов отношения составляют класс *k-отношений*. С помощью *k-отношений* могут быть заданы лишь отдельные действительные числа; возможно организовать некоторый пересчет этих действительных чисел. Однако, в системе Вейля доказывается и теорема Кантора о том, что континуум неисчислимы; но эту неисчислимость нужно понимать лишь в том смысле, что в рамках самой системы не может быть задано некоторое отношение $R(x, n)$ между произвольным рациональным числом и каким-либо произвольным натуральным числом n такого рода, что каждому *k-определенному* свойству (множеству) рациональных чисел $E(x)$, определяющему некоторое вещественное число (обладающее свойством сечения), соответствует некоторое натуральное число n , для которого свойства $R(*, n)$ и $E(*)$ равнообъемны. Отношение, *пересчитывающее* вещественные

числа Вейлевого *атомистического континуума*, не может быть задано средствами самой системы Вейля, но может быть задана только внешними средствами.

Таким образом, концепцией Вейля допускается существование потенциально бесконечного множества натуральных и рациональных чисел, а также существование отдельных вещественных чисел, которые не образуют множества.

Сравнение по силе различных конструктивностей в рамках абстракции логической осуществимости

Рассмотренные выше понятия *конструктивности* выступают как определенные ограничения на способы введения объектов теории, ограничения, имеющие целью сделать вводимые объекты *конструируемыми* (относительно некоторого понятия генетического построения); при этом ограничения вводятся в рамках абстракции логической осуществимости. Сравнение налагаемых ограничений по силе (чем сильнее налагаемые ограничения, тем уже класс объектов, вводимых такими ограниченными методами) возможно в том случае, если объекты, рассматриваемые в разных теориях, являются одними и теми же **сущностями**, т.е. если разные теории имеют одинаковые гносеологические основания конструктивности. Можно, например, сравнивать различные **арифметики действительных чисел**, удовлетворяющие тому или иному **тезису конструктивности**. Пример такого сравнения имеется в статье Мостовского А.⁴³

В качестве исходных объектов берутся натуральные числа (определимые во всех системах теории множеств). Вводятся арифметические классы множеств натуральных чисел:

Π_k^0 и Σ_k^0 (для $k = 0, 1, 2, \dots$); каждый класс Π_k^0 (соответственно Σ_k^0) составлен из множеств, задаваемых условием:

$$\hat{n}(+x_1)(-x_2)(\pm x_k)R(n, x_1, \dots, x_k),$$

$$(\text{соответственно: } \hat{n}(-x_1)(+x_2)(\pm x_k)R(n, x_1, \dots, x_k)),$$

⁴³ Mostovski A. On various degrees of constructivism // Constructivity in mathematics / Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North-Holl. publ. co., 1959. – P. 178-194.

где: $\hat{}$ – знак множества; $(+x_i)$ обозначает общую квантификацию, а $(-x_i)$ – экзистенциальную квантификацию, области которых суть натуральные числа ($1 \leq i \leq k$); n пробегает по натуральным числам; R – рекурсивное отношение (т.е. имеется общерекурсивная функция, которая для любого набора $k+1$ натуральных чисел определяет, имеет место для этих чисел отношение R или не имеет места).

Далее иерархия арифметических классов продолжается в область конструктивных трансфинитов, т.е. определяются соответствующие классы для R , обозначающих ординалы $< \omega_1$.

Аналитические классы Клини Π_k^1 и Σ_k^1 определяются как классы множеств:

$$\hat{n}(+\varphi_1)(-\varphi_2)\dots(\pm\varphi_k)(\pm x)R(n, \overline{\varphi_1(x)}, \dots, \overline{\varphi_k(x)})$$

и

$$\hat{n}(-\varphi_1)(+\varphi_2)\dots(\pm\varphi_k)(\pm x)R(n, \overline{\varphi_1(x)}, \dots, \overline{\varphi_k(x)}),$$

где $(\pm\varphi_i)$ – квантификации, области которых составляют теоретико-числовые функции.

Далее вводятся классы действительных чисел. Пусть K – произвольный класс теоретико-числовых функций. Каждому такому классу сопоставляется класс \mathbf{K} действительных чисел a , которые для каждого натурального n удовлетворяют условию:

$$\left| a - [a] - \frac{f(n)}{n} \right| < \frac{1}{n},$$

где f – некоторая фиксированная функция из K .

Взяв в качестве исходного класса $K = \Pi_0^0 = \Sigma_0^0$, т.е. класс функций, члены элементов графов которых принадлежат множествам $\hat{n}R(n)$ с рекурсивным R , получаем класс \mathbf{K}_0 рекурсивных действительных чисел – это наиболее обширный класс действительных чисел, аппроксимации которых могут быть вычислены посредством алгоритмов (или частично-рекурсивных функций).

Так как класс \mathbf{K}_0 определяется посредством понятия общерекурсивной функции (ОРФ), а определение ОРФ содержит неограниченные кванторы, действующие на области целых чисел, то с точки зрения конструктивистского направления, исключаящего

актуально бесконечные множества, можно говорить лишь об отдельных членах класса \mathbf{K}_0 (вернее, об их аналогах – конструктивных объектах), но нельзя говорить обо всем классе \mathbf{K}_0 в целом, т.е. в нашей конструкции присутствуют аналоги лишь конструктивных с точки зрения конструктивистов действительных чисел.

Дальнейшее расширение иерархии классов действительных чисел приводит к классам \mathbf{K}_α , соответствующим классам теоретико-числовых функций $\Pi_\alpha^0 \cap \Sigma_\alpha^0$. Наибольший интерес здесь представляет класс \mathbf{K}_ω , состоящий из всех *элементарно определенных чисел*, т.е. действительных чисел, составляющих универсум конструктивного анализа Вейля. Это числа, существование которых допускает **конструктивист**, который не требует исключения из математики всех нефинитных множеств, но требует, чтобы эти множества были сводимы к множеству целых чисел.

Другое расширение относится к разветвленной теории типов. Взяв в качестве исходного поле общерекурсивных чисел $\mathbf{K}'_0 = \mathbf{K}_0$, расширяем его до $\mathbf{K}'_\lambda = \bigcup \mathbf{K}'_\varepsilon$ для предельных ординалов λ , и затем класс $\mathbf{K}'_{\alpha+1}$ определяем как класс всех действительных чисел, которые могут быть определены посредством формул, квантифицируемые переменные которых принимают значения в \mathbf{K}'_α . Тогда оказывается, что универсум теории типов Рассела и Уайтхеда есть $\mathbf{K}'_{\omega,2}$, а универсум теории Вейля – \mathbf{K}'_ω . Если принять геделевскую аксиому конструктивности, то можно доказать, что \mathbf{K}'_Ω совпадает с классическим континуумом, т.е. содержит все действительные числа, конструктивные в смысле Гёделя. Следовательно, конструктивность в смысле Гёделя – наиболее слабая (по отношению к введению действительных чисел), а конструктивность рекурсивной теории действительных чисел – наиболее сильная; конструктивность разветвленной теории типов (предикативность) уступает по силе конструктивности Вейля. Соотношение «конструктивностей» можно представить схемой 2 (стрелка указывает «усиление конструктивности»).

Схема 2

Конструктивность
по Гёделю



Конструктивность
предикативистская

Конструктивность рекурсивной
теории действительных чисел

↓
Конструктивизм
Вейля

Можно показать, что каждая аксиоматическая система для фрагмента теории множеств, в которой говорится только о целых числах и множествах целых чисел, определяет аксиоматическую систему для арифметики действительных чисел, исходными понятиями которой являются четыре арифметических действия и множество целых чисел (или, например, функция $\sin x$). Если взять в качестве исходной аксиоматическую систему Цермело-Френкеля **ZF** (или Гёделя-Бернайса-фон Неймана **GBN**) и обозначить через (\mathfrak{A}) фрагмент этой системы, в котором говорится о множестве целых чисел, то оказывается, что определенный выше класс элементарно определимых чисел (континуум Вейля) составляет (совместно с обычными арифметическими операциями) минимальную модель для системы (\mathfrak{A}) . Таким образом, та часть аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля **ZF** (Гёделя-Бернайса-фон Неймана **GBN**), которая обращается с конструкциями классов, представляет собой аксиоматизацию элементарно-определимого (*конструктивного по Вейлю*) понятия множества. Можно доказать теорему, что для всякой формулы вида $\exists_a F(a)$, где $F(a)$ – формула, все квантификации которой ограничены областью целых чисел, если такая формула истинна в \mathbf{K}_ω , то она может быть выведена из аксиом (\mathfrak{A}) с помощью так называемого правила Карнапа (этот метод не является финитным). Таким образом, если среди средств рассуждения допускается правило Карнапа, то в системе (\mathfrak{A}) может быть обосновано существование объектов, *конструктивных по Вейлю*.

Подобное утверждение для общих высказываний оказывается ложным (это аналогично в некоторой степени ω -неполноте арифметики).

Мороз В.В.
(Курск)

КОНСТРУКТИВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В РУССКОЙ ФИЛОСОФИИ: РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОСТРОЕ- НИЙ В РЕАЛИЗАЦИИ ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕ- СКОГО СИНТЕЗА*

Резюме

В статье на материале философско-математических текстов Н.В. Бугаева и П.А. Флоренского раскрывается механизм использования математических конструкций в рассмотрении философских проблем. В данном случае философско-математический синтез интерпретируется как особый способ рассуждения, в котором элементы математического знания (понятия, теоремы, модели) участвуют в раскрытии вопросов философского характера, тем самым способствуя прояснению этих вопросов и провоцируя рождение новых идей.

В своих предыдущих работах автор настоящей статьи в разных аспектах раскрывала содержание идеи философско-математического синтеза, возникшей в трудах представителей Московской философско-математической школы, главным образом одного из ее основателей Н.В. Бугаева и своеобразно развитой выдающимся русским мыслителем П.А. Флоренским¹. В монографии автора² предложена оригинальная реконструкция идеи философско-математического синтеза в русской философии конца XIX – начала XX веков: от выявления историко-философских предпосылок этой идеи через

* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Проект № 03-06-06069.

¹ См., например, статью «Взаимосвязь философии и математики в творчестве П.А. Флоренского» (М., «Вестник МГУ», серия «Философия», 1997, № 3. - С. 26 – 44); тезисы доклада «Диалог как метод синтеза философии и математики в творчестве П.А. Флоренского» (Вторые Илиадиевские чтения: тезисы докладов и выступлений международной научной конференции. - Курск, изд-во КГПУ, 1999. - С. 29-30); тезисы выступления «Русская идея философско-математического синтеза и философия XX века» (Философия XX века: школы и концепции. Материалы научной конференции. Санкт-Петербург, 23-25 ноября 2000 г. – СПб: изд-во Санкт-Петербургского философского общества, 2000. – С. 478-480); статью «Взаимодействие математики и философии как путь к расширению границ мировосприятия» (Философия. Наука. Культура. Выпуск 3: Сборник статей слушателей, соискателей кафедры философии ИПФК МГУ. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – С. 133-141) и др.

² См. Мороз В.В. Идея философско-математического синтеза: историко-философский очерк. – Курск: КГПУ, 2000.

раскрытие ее содержания и своеобразия к определению ее места в духовной культуре XX века. В рамках проекта «Конструктивность физико-математического знания в историко-философском аспекте» идея философско-математического рассматривается в ракурсе проблемы конструктивности научного и философского знания. В статье, помещенной в первом выпуске³, философско-математический синтез представлен как конструктивный диалог философии и математики, которые, не теряя своей индивидуальности и автономности, оказываются тесно связанными друг с другом, взаимно предполагая друг друга, что способствует углублению каждой из этих областей знания и вместе с тем выработке более адекватной картины действительности. Статья во втором выпуске⁴ раскрывает конструктивный потенциал идеи философско-математического синтеза, с позиции которой аналитическая и конструктивная философия математики могут рассматриваться не как исключаящие друг друга, а как взаимосвязанные и взаимодополняющие тенденции в современной духовной культуре. Настоящая работа предлагает рассмотреть идею философско-математического синтеза «изнутри», то есть на основе ряда текстов Н.В. Бугаева и П.А. Флоренского проследить, каким образом и в каком качестве используются математические понятия в философских построениях, и выяснить, насколько плодотворно и законно такое использование.

Представители Московской философско-математической школы, среди которых наиболее колоритной фигурой является один из ее основателей Николай Васильевич Бугаев⁵, поставили

³ См. Мороз В.В. Конструктивные тенденции в русской философии: философско-математический синтез в свете идеала цельного знания// Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый/Предисловие В.Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – 115 с. – с. 97-115.

⁴ См.: Мороз В.В. Конструктивные тенденции в русской философии: философско-математический синтез в контексте проблем оснований математики в философии XX века//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003. – С. 78–94.

⁵ Об основателях этой школы писал П.А. Некрасов, называя, кроме Бугаева Н.В., московских математиков Брашмана Н.Д (1796-1866), Давидова А.Ю. (1823-1886) - учителей Бугаева, Цингера В.Я. (1836-1907), Слудского Ф.А. (1841-1891). См. Некрасов П.А. Московская философско-математическая школа и ее основатели. – М., 1904.

себе задачу поисков целостного мирозерцания. Всех их объединяла убежденность в существенной близости математических и философских изысканий, уверенность в полезности математики для философии, а также убежденность в том, что именно занятия математикой есть единственный способ научиться правильному мышлению, мышлению, способному ввести нас к открытию истины. Взгляд П.А. Флоренского на математику как на основу для построения целостного мировоззрения, который он пронес через всю свою жизнь, сформировался под определенным воздействием именно идей Н.В. Бугаева. Кратко остановимся на них.

Н.В. Бугаев вместе с другими представителями Московской философско-математической школы⁶ развивал аритмологию. В узком смысле слова это теория прерывных функций. Бугаев впервые использует термин «аритмология» для обозначения идеи прерывности, свойственной, по его мнению, всему формирующемуся мирозерцанию, грядущему на смену аналитическому мирозерцанию, основанному на идее непрерывности. Философско-математический синтез выражается в данном случае в расширении смысла математического термина, придании ему мировоззренческого статуса.

Основная задача математического анализа, по Бугаеву, – всякие функции поставить в связь с целыми как простейшими и наиболее понятными нам аналитическими функциями. Истины анализа отличаются общностью и универсальностью. Истины аритмологии носят в себе печать своеобразной индивидуальности, привлекают к себе своей таинственностью и поразительной простотой. «Прерывные» функции отличны от всех математических связей, где царит непрерывность и «сплошность»; «прерывность» всегда имеет место там, где проявляется индивидуальное бытие⁷. Вновь налицо расширение смыслового поля математического понятия, выявление в нем мировоззренческого подтекста. Бугаев стоял на позициях умеренного индетерминизма, считая, что в мире господствует не одна достоверность, но имеет силу также и вероятность. Поэтому, исходя из своих

⁶ Среди тех, кто занимался проблемой синтеза математики и философии, помимо Н.В. Бугаева, следует назвать Цингера В.Я., Некрасова П.А. и Алексева В.Г. (1866-1943), ученика Бугаева.

⁷ См. Бугаев Н.В. Математика и научно-философское мирозерцание//Дневник X Съезда русских естествоиспытателей и врачей. – Киев, 1898. – С.41.

математических идей, интерпретируемых в мировоззренческом ключе, он защищал «свободу воли».

Бугаев считал, что в XX веке грядет грандиозная смена мировоззрений: аналитическое (в основе которого лежит идея непрерывности), господствовавшее в идеологии Нового времени вплоть до XIX века включительно, заменятся аритмологическим. Характерными чертами аналитического мирозерцания являются:

1) непрерывность явлений во времени и пространстве; 2) постоянство и неизменность законов явлений; 3) возможность понять целое в его элементарных обнаружениях; 4) возможность определенно обрисовать явление для всех прошлых и предсказать для всех будущих моментов времени. По мнению Бугаева, именно доминирование анализа непрерывных функций и невнимание к прерывным процессам в математике определило соответствующее мирозерцание. Для него не вызывает сомнений, что математика является фундаментом для выработки мировоззрения. Однако аналитическое бессильно там, где надо объяснить действия индивидуальности, обладающей свободой и способностью целеполагания. Следовательно, необходимо разнообразить «базу», обогатить математику новыми разделами.

Расширив аритмологическую часть математики, Бугаев придает ей мировоззренческий характер. В сфере собственно философии аритмология у Бугаева воплощается в монадологию, явившуюся обновленным аритмологическими мотивами вариантом монадологии Лейбница и призванную «дополнить аналитическое мировоззрение»⁸. В учение немецкого философа Бугаев вносит оригинальные положения о монадах различных порядков и сложных монадах (в которых возникает новое единство, новая индивидуальность). Порядок монады вносит разрывы в непрерывный процесс внутримонадных изменений, а диады, триады и так далее аритмологически варьируют тип соединения монад. Кроме того, монады Бугаева «вступают во взаимные отношения». Эти отношения есть отношения любви. В связи с этим положением Бугаев различает два закона: 1) монадологической инерции – «монада не может собственной деятельностью

⁸ Холтон Д. Тематический анализ науки. Пер. с англ./Общ. ред и послесл. С. Р. Микулинского. – М.: Прогресс, 1981. – С. 367.

вне отношения к другим монадам изменить всего своего психического содержания»⁹; 2) монадологической солидарности – «монады развиваются некоторыми сторонами своего бытия, только вступая в соотношения с другими монадами»¹⁰. Эти отношения есть отношения любви. Конечная цель совершенствования монад – «с одной стороны, поднять психическое содержание монады до психического содержания целого мира, с другой – целый мир сделать монадой... снять различие между миром и монадой и достигнуть для того и другого бесконечного блага»¹¹. Мир, по Бугаеву, есть собрание громадного числа простых и сложных монад различных порядков, взаимодействующих между собой. Простейшей формой такого взаимодействия являются физические законы природы. На высших ступенях монады стремятся к взаимному совершенствованию при посредстве этических законов «поднятия и подъема». То есть самим монадам присущи силы космизации, силы борьбы со вселенским хаосом: «Хаос, в котором царят только вероятности и случайности, есть первоначальное состояние несовершенного мира»¹². Однако «основа жизни и деятельности монад – этическая: совершенствоваться и совершенствовать других...»¹³. Это в высшей степени оригинальное воззрение Бугаева позволяет ему, с одной стороны, связывать явления природы и явления социальной жизни, а с другой стороны, распространять на все мировое целое моральные принципы: «Мир увеличивает потенции монады, подвигает ее экстенсивное совершенствование, а монада пытается увеличить в мире интенсивное совершенствование. Она пытается осуществить в мире внутреннюю гармонию, превратить его в художественное здание, в котором целое соответствовало бы частям, а части целому. Из взаимного их совершенствования, экстенсивного и интенсивного, вырабатывается их взаимное согласие и соответствие»¹⁴.

Н.В. Бугаеву, как, впрочем, и другим представителям Московской философско-математической школы, было свойственно убеждение, что именно математика способствует космизации:

⁹ Бугаев Н.В. Основные начала эволюционной монадологии//Вопросы философии и психологии. – М.: Моск. психол. о-во, 1893. – № 2/17. – С.28.

¹⁰ Там же. – С.28.

¹¹ Там же. – С. 31.

¹² Там же. – С. 42.

¹³ Там же. – С. 37.

¹⁴ Там же. – С. 41

«Никакая закономерность не может быть определена без математического элемента, являющегося при правильном применении естественным противником беспорядка, спутанности, хаоса. Ни эмпирические, ни диалектические закономерности не могут представлять собой ничего положительного, если они чужды правильной математической координации»¹⁵. Именно «математический элемент» противостоит хаосу. В центре этого процесса космоизации стоит человек: «Человек с этой точки зрения есть живой храм, в котором деятельно осуществляются высшие цели и главнейшие задачи мировой жизни»¹⁶.

Аритмология Бугаева расширяет понимание упорядоченного, космического. Теперь космическое способно охватить не только непрерывное, гладкое, детерминированное, но и разрывное, недифференцируемое, свободное. Разрывное обладает порядком и своеобразной красотой, так как оно подчинено числу и мере.

Анализ, аритмология, геометрия и теория вероятностей дают все элементы для выработки коренных основ «научно – философского мирозерцания»: «Аритмологическая точка зрения дополняет аналитическое мировоззрение. Точки зрения анализа и аритмологии в своей совокупности составляют вместе одно математическое понимание явлений. Наконец там, где они не подчиняются правильным законам, приложимо учение о случайности. Из совокупного применения всех этих отделов математики образуется истинное научно-философское мирозерцание»¹⁷.

Таким образом, философско-математический синтез в текстах Н.В. Бугаева представляет собой способ рассуждения, в котором математические конструкции выступают в качестве фундамента для метафизического построения. Чтобы такое построение претендовало на целостность, в сам фундамент вносятся изменения, то есть математика обогащается новыми разделами. Дополнив анализ непрерывных функций аритмологией, Бугаев вносит в эту процедуру философское содержание. Тем самым осуществляется «гармоничное познание, координируемое по специальным отделам в

¹⁵ Некрасов П.А. Московская философско-математическая школа и ее основатели. (Речь, произн. в засед. Моск. матем. о-ва 16.03.1904 в память Н. В. Бугаева). – М.: Матем. о-во, состоящее при Имп. Моск. ун-те, 1904.–С.14.

¹⁶ Бугаев Н. В. Основные начала эволюционной монадологии. – С.44.

¹⁷ Бугаев Н.В. Математика и научно-философское мирозерцание//Дневник X Съезда русских естествоиспытателей и врачей. – Киев, 1898. – С.17.

правильных математических рамках»¹⁸.

Возникает вопрос, почему именно математике отводится базисная роль в построении «правильного мировоззрения». Суть рассуждений Бугаева сводится к следующему.

В основе математических истин лежат аксиомы. Тот психологический процесс, при помощи которого они сложились, настолько сросся с нашим сознанием, что в математике не задаются вопросом о том, как они получались. Это вопросы логики и философии. Таким образом, считает Бугаев, законы, выражающие свойства и взаимные отношения величин, и принципы, характеризующие внутренние операции нашего духа, тесно взаимосвязаны. Математика, обобщающая факты внешнего мира, приводящая их к стройному единству, является в то же время первой ступенью в области наук философских – наук о духе. Результаты математики необходимы для наук физических, методы – для наук нравственных. Бугаев делает вывод, что математика есть звено, связывающее науки внешнего и внутреннего миров: «Человек стремится, при помощи числа и меры, возвыситься до идеального состояния, которое обуславливало бы полную власть над внешнею и внутреннею природой и вносило бы гармонию и эстетическое чувство в каждое проявление человеческого духа, ... при помощи математических истин самым лучшим образом складывается удовлетворение материальных нужд и вносится гармония и порядок в мирозерцание»¹⁹. Математические конструкции создают фундамент и координируют мировоззрение.

Идея философско-математического синтеза была своеобразно развита в трудах выдающего русского мыслителя Павла Александровича Флоренского. Его тексты необычайно богаты математической терминологией, математической графикой, даже целыми фрагментами математических рассуждений. Кроме того, они содержат многочисленные рассуждения о роли математических теорий для философской мысли. Этот материал и служит предметом анализа в данной статье.

Московская философско-математическая школа, в особенности Николай Васильевич Бугаев оказали большое влияние на

¹⁸ Там же. – С. 18.

¹⁹ Бугаев Н.В. Математика как орудие философское и педагогическое. Речь, произн. в торжеств. собрании Имп. Моск. ун-та 12.01.1869. – 2-е изд. – М.: Тип. И.И. Родзевича, 1875. – С. 28.

взгляды о. Павла («Для меня не составляет сомнения, что наши учителя, по крайней мере некоторые, и среди них я не могу не указать Н.В. Бугаева, что они в значительной мере обладают таким цельным мировоззрением, в центре которого стоит математика»²⁰): о следовании заветам своих учителей он писал всю жизнь. Аритмологию и монадологию своего учителя Флоренский обогатил существенно новыми идеями, в том числе богатейшим понятийным аппаратом теории множеств Георга Кантора, и это стало видимой основой его философствования. Статьи знаменитого немецкого математика послужили источником многих математических конструкций, которые о. Павел неоднократно использовал в своих философских размышлениях.

П.А. Флоренский восторженно и с энтузиазмом приветствовал канторовскую теорию. Идея актуальной бесконечности превращает потенциально осуществимую последовательность натуральных чисел в последовательность законченную, данную одновременно всеми своими членами. Флоренский предупреждал, что работа с логико-математической символикой превращается в бесплодную игру, если за математическими символами не видят «реальности самого явления». То же касается символов конечного и бесконечного: они становятся ненужными, если за ними не угадывается связь между эмпирической и сверхэмпирической реальностью. С точки зрения Флоренского, актуальной бесконечностью перекидывается мост от одного вида реальности к другому. Эту идею мыслитель раскрывает более подробно в своей работе «Мнимости в геометрии», речь о которой пойдет ниже.

Одним из наиболее ярких примеров выражения связи потенциальной бесконечности и актуальной бесконечности служит соотношение между рациональными и иррациональными числами. В главе «Иррациональности в математике и догмате» книги «Столп и утверждение Истины» Флоренский рассматривает бесконечное множество рациональных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, a_{n+m}, \dots$, расположен-

²⁰ Флоренский П.А. Черновик выступления на открытии студенческого математического кружка при Московском математическом обществе. Публикация и примечания С.С. Демидова (Москва), С.М. Половинкина (Москва), П.В. Половинкина (Москва)//Историко-математические исследования, вып.32-33. – М.: Наука, 1990. – С. 472.

ных в порядке написания так, что $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_{n+m} > \dots$. Взгляд на подобный ряд как на некоторый единый объект α позволяет символически выразить a в виде равенства по определению:

$$\alpha = \text{def } (a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, a_{n+m}, \dots)$$

Полагание α чем-то единым, или целостным, оправдывается действительно только тогда, когда эта последовательность сходится. Фундаментальные последовательности, не имеющие рациональных пределов, отождествляются с иррациональными числами. Этот способ введения иррациональностей, предложенный Кантором, используется Флоренским как образец символического постижения актуально бесконечного в его отношении к конечному и характеризуется им в категориях имманентного и трансцендентного. Математическая конструкция – ведение иррационального числа – служит схемой для мысли, стремящейся к постижению отношений Бога и тварного мира. Если мы попробуем ограничиться только множеством рациональных чисел, то обнаружим его несамодостаточность. Например, извлечение квадратного корня в этом множестве в ряде случаев выполняется, в ряде – нет. Исследование внутренних особенностей этого множества, коль скоро мы стремимся к полноте и законченности, вынуждает нас выйти за его пределы. Применяя этот вывод к вопросу возможностях и границах рационального мышления, Флоренский утверждает несамодостаточность рассудка и необходимость сверх-рассудочного синтеза. Переходя к α , мы совершаем скачок, разрывается круг конечных понятий рассудка, и исследователь вступает в новую среду – среду сверхконечного, «рассудку недоступного и для него нелепого»²¹. Иррациональное число α вводится как класс эквивалентностей фундаментальных последовательностей $\{a_i\}$ рациональных чисел. Для этих классов определяются арифметические действия и отношение порядка. Рациональные числа $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, из которых мы составляем фундаментальные последовательности, и α – «существенно несравнимые символы»; иными словами, α трансцендентно для всякого конкретного a_i . Но после того, как мы перешли к рассмотрению чисел как классов эквивалентностей фундаментальных последовательностей, мы может и a_i по-

²¹ Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах/Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева)//Флоренский. Сочинения. – Приложение к журн. "Вопросы философии" – М.: Правда, 1990. – Т.1 (1–2). – С. 513.

нять единообразно с α (всякое рациональное число, как и иррациональное класс таких последовательностей, чем и достигается единство взгляда на действительные числа). А это значит, что хотя α трансцендентно для всех a_i , «непостижимо» с точки зрения a_i , но все a_i имманентны для α , насквозь для него прозрачны. Можно сказать, что с точки зрения a_i нельзя видеть всех трансцендентных корней a_i , того трансцендентного освещения a_i , которое, однако, явно и очевидно с точки зрения α : «Имманентность и трансцендентность в области сущностей разума подобна таковым же в области сущностей онтологии: Бог трансцендентен для мира с точки зрения мира, но мир не трансцендентен Богу, а всецело пронизывается Божественными энергиями»²².

П.А. Флоренский дал теории множеств Г. Кантора оригинальное философское истолкование и нашел таким образом аргументы в пользу аритмологии и монадологии Н.В. Бугаева. Аналитическое мирозерцание не способно объяснить свободу, веру, подвиг, творчество, красоту. Принцип непрерывности влечет за собой невозможность «от одного крайнего перейти к другому без промежуточного ... Нет раскрывающегося в явлении общего плана, объединяющего собой его части и отдельные элементы»²³. Источник перестройки мирозерцания, согласно положениям Флоренского, лежит в «теории групп» («Mengenlehre»; сейчас переводится как «теория множеств»). Применение понятийного аппарата канторовской теории множеств является оригинальным привнесением в идею философско-математического синтеза Н.В. Бугаева. Из утверждения Г. Кантора о том, что континуум есть связное и совершенное множество точек Флоренский делает вывод в пользу бугаевской аритмологии: непрерывность есть частный случай, модификация прерывности.

Важное значение о. Павел придает монадологии: «... лейбнизианство ... есть вечная и неустранимая ступень философского развития. Всякий должен пройти сквозь монадологию, если брать

²² Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах/Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева)//Флоренский. Сочинения. - Приложение к журн. «Вопросы философии» - М.: Правда, 1990. - Т.1 (1-2). - С. 512.

²³ Флоренский П.А. Пифагоровы числа//Труды по знаковым системам. - Вып. 284. - Тарту.: Изд-во Тартусского ун-та, 1971. - С. 504.

этот термин с формальной стороны, т.е. в связи с идеей группы»²⁴. П.А. Флоренский связывает грядущее торжество аритмологии и монадологии с современными ему достижениями науки: «Эта индивидуальная расчлененность мира, его счетность занимает все более места в рождающемся ныне миропонимании ... Молекулы, атомы, ионы, электроны ... – все это имеет атомистический и монадный характер ... Современная мысль возвращается к кшанам, моментам, чертам, мгновениям и т.п. древней и средневековой философии»²⁵. Флоренский так описывает то, чем была для него монадология: «Итак, я сказал «монада», т.е. некоторая реальная единица. Логически и метафизически она, как таковая, противопоставлялась бы прочим монадам, исключала бы их из сферы своего «Я», или же, потеряв свою особность, была бы захвачена прочими монадами и слилась бы с ними в неразличимое, стихийное единство. Но в тех духовных состояниях, о которых идет речь, ничто не теряет своей индивидуальности; все воспринимается как внутренне, органически связанное друг с другом, как спаянное свободным подвигом самоотвержения, как внутренне-единое, внутренне-цельное, – одним словом, как много-единое существо»²⁶. Категории монадологии для Флоренского не логически контролируемая система метафизической терминологии, а способ символического описания, переживаемого душой. Монада способна «выйти из себя» через отдающую, «самоотверженную» любовь. Следовательно, монадология Флоренского – бугаевского типа. Однако она насыщена интуициями теории множеств и прежде всего прояснена при помощи понятия множества (о чем свидетельствует понятие «много-единого существа»). То новое, что вносит в монадологию Флоренский, есть «идея группы»: «...всякий, начинающий строить свое мирозерцание, желающий дать рациональные схемы, должен иметь в виду сказанную идею группы, и, можно утвер-

²⁴ Флоренский П.А. От переводчика. Вступительная статья к переводу "Кант И. Физическая монадология"//Богословский вестник. - Сергиев Посад: Изд-во МДА, 1905. - Т.3. - № 9. - С. 96.

²⁵ Флоренский П.А. Пифагоровы числа//Труды по знаковым системам. - Вып. 284. - Тарту.: Изд-во Тартусского ун-та, 1971. - С. 505-506.

²⁶ Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах/Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева)//Флоренский. Сочинения. - Приложение к журн. "Вопросы философии" - М.: Правда, 1990. - Т.1 (1-2). - С. 324-325.

ждать, тогда только философ приступает к собственно-философской работе, когда он отчетливо сознает эту идею»²⁷. «Идея группы» возводится Флоренским в ранг «основной категории познания»: «Основная математическая идея – идея группы, относится ко всему тому, в чем сознание производит синтез множественности в единство; уже этот синтез, будучи основной функцией сознания, делает математику, как науку о группах, применимой повсюду, где только функционирует сознание»²⁸. Теория множеств, по Флоренскому, есть великолепный аппарат для описания всех возможностей сочетания монад-элементов в сложную монаду-множество. Эта теория может описать все многообразие соединений, а теоремы теории множеств суть утверждения о бытии сложных монад.

Развивая идею философско-математического синтеза, о. Павел привлекает, кроме теории множеств, другие новые разделы математики: логику (математическую логику), теорию вероятностей, теорию мнимых величин, – причем математические результаты приобретают в произведениях Флоренского философскую интерпретацию.

Одна из важнейших теорем теории множеств гласит: «Конечное множество не может быть эквивалентно своей части; во всяком бесконечном множестве есть правильные части, эквивалентные ему»²⁹. В работе «Макрокосм и микрокосм» Флоренский утверждает равнозначность макрокосма и микрокосма: «Человек – малый мир, микрокосм. Среда – большой мир, макрокосм. Но ничто не мешает нам сказать и наоборот, называя Человека – макрокосмом, а Природу – микрокосмом; если и он, и она бесконечны, то человек, как часть природы, может быть равнозначен со своим целым, и то же должно сказать о природе, как части человека. И природа, и человек бесконечны: и по бесконечности своей, как равнозначные, могут быть взаимными частями друг друга ... Человек – в мире, но человек так же сложен, как и мир. Мир - в чело-

²⁷ Флоренский П.А. От переводчика. Вступительная статья к переводу "Кант И. Физическая монадология"/Богословский вестник. - Сергиев Посад: Изд-во МДА, 1905. - Т.3. - № 9. - С. 95.

²⁸ Флоренский П.А. О типах возрастания/Богословский вестник. - Сергиев Посад: Изд-во МДА, 1906. - Т.2. - № 7. - С. 533-534.

²⁹ Кантор Г. Труды по теории множеств/ Изд-во подгот. А.Н. Колмогоров и др; Отв. ред. А.Н. Колмогоров, А.П. Юшкевич. - М.: Наука, 1985. – С. 205.

веке, но и мир так же сложен, как человек ... Человек есть бесконечность. В Среде нет ничего такого, что в сокращенном виде, в зачатке хотя бы не имелось бы у Человека; и в Человеке нет ничего такого, что в увеличенных, – скажем временно, – размерах не нашлось бы у Среды... Человек – сумма мира, сокращенный конспект его. Мир – раскрытие Человека, проекция его»³⁰. Канторовская теория множеств дает подтверждение философской идее о человеке как бесконечно сложном мире. Математическое предложение о равномощности целого и его части у бесконечных множеств помогает философски углубить понятие единства макрокосма и микрокосма.

Привлекая логику, Флоренский находит в ней подтверждение божественности Священного Писания: «Рационалист говорит, что противоречия Священного Писания и догматов доказывают их небожественное происхождение; мистик же утверждает, что в состоянии духовного просветления эти противоречия именно и доказывают божественность Священного Писания и догматов. Спрашивается, какой вывод должно сделать из этих заявлений»³¹. Переведя данное высказывание на язык математической логики, Флоренский делает вывод: «... правы и рационалисты, и мистики. Как «противоречия Священного Писания и догматов», так и «духовное просветление» не заключают в себе ничего нелепого и, следовательно, если на них ссылается честный рационалист и честный мистик, то они и на самом деле существуют. Но то, что для *ratio* есть противоречие, и несомненное противоречие, – то на высшей ступени духовного познания перестает быть противоречием; не воспринимается как противоречие, синтезируется, и тогда, в состоянии духовного просветления, противоречий нет. Поэтому на рационалиста нечего натаскивать сознание, что нет противоречий: они имеются; да, они несомненны. Но рационалист должен поверить мистику, что эти противоречия оказываются высшим единством в свете Незаходимого Солнца, и тогда они-то именно и по-

³⁰ Флоренский П.А. Макрокосм и микрокосм//Павел Флоренский. Оправдание Космоса/Сост., вступ. ст. и примеч. К.Г. Исупова. - СПб.: РХГИ, 1994. - С.185-187.

³¹ Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах/Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева)//Флоренский. Сочинения. - Приложение к журн. "Вопросы философии" - М.: Правда, 1990. - Т.1 (1-2). - С.504.

казывают, что Священное Писание и догмы – выше плотской рас-судительности и, значит, не могли бы быть придуманы человеком, т.е. – божественны»³².

В разделе «К методологии исторической критики» книги «Столп и утверждение Истины» Флоренский намечает путь при-менения теории вероятности к истории. «Этот исторический раци-онализм, т.е. убеждение в рациональной доказуемости историче-ских тезисов есть, конечно, не более как методологическая наив-ность. В корне же ее лежит невнимание, некритическое отношение к понятию «вероятности» и его производным, в особенности же к понятиям «математического ожидания» и «ожидания нравствен-ного», разработанным формально в теории вероятностей и пред-ставляющим явно или подспудно основные понятия всякой исто-рической науки ... И, кто вообразит, что в этих вопросах он что-то «доказал» с непреложностью, тот, очевидно, никогда еще даже не ставил себе критической задачи о сущности исторических мето-дов. Должно решительно отказаться от каких бы то ни было пре-реканий с ним до тех пор, пока он, хотя бы элементарно, не про-штудирует теорию вероятностей, – этого «самого величественного из созданий ума»³³. Недостаточно в истории сказать «знаю», но нужно количественно определить степень этого знания: «Всякое суждение и всякое умозаключение в области исторических наук есть суждение с коэффициентом вероятности; если суждение и умозаключение выражается формулой $a \rightarrow b$, то историческое суж-дение и историческое умозаключение, во всяком случае, должно выражаться формулой $a \rightarrow_p b$, где символ p означает связку, как функцию параметра p , то есть вероятности связи $a \rightarrow_p b$ »³⁴. Мате-матический символизм теории вероятностей призван освободить человека от внешнего гнета всегда и для всех обязательных суж-дений, которыми наполнены исторические трактаты. Во всех слу-чаях человек верит. «В итоге, приемы исторической критики, по-рою кажущееся наивному уму чем-то неумолимо-логичным, на деле так же основаны на вере, как и убеждения верующего

³² Там же. – С. 505.

³³ Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах/Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева)//Флоренский. Сочинения. - Приложение к журн. "Во-просы философии" - М.: Правда, 1990. - Т.1 (1-2). – С. 546-547.

³⁴ Там же. – С. 547.

сердца»³⁵. Эта вера либо в «законы дольного», либо в «законы горного». Следовательно, вероятность в историческом исследовании является исходным понятием, и теория вероятностей представляет собой математическое выражение сущности исторического времени, хода истории.

Математические результаты из области геометрии и теории точечных множеств истолковываются Флоренским в пользу онтологического превосходства иконы над светской живописью и ее общекультурной ценности. О. Павел посвящает специальную работу «обратной перспективе», т.е. целой системе особых приемов организации изображений в иконе. «Живопись и прочие изобразительные искусства необходимо подчиняются геометрии, поскольку имеют дело с протяженными образами и протяженными символами»³⁶. Но изобразить предмет, с точки зрения геометрии, значит привести точки воспринимаемого пространства в соответствии с точками некоторого другого пространства, в данном случае плоскости: «мощность всякого трех- и даже многомерного образа точно такая же, как и мощность любого двухмерного и даже одномерного образа»³⁷. Следовательно, возможно изобразить пространственную действительность на плоскости, причем бесчисленным множеством как аналитических, так и геометрических соответствий. «Приемом Кантора образ передается точка в точку, так что любой точке образа соответствует только одна точка изображения и наоборот»³⁸. Но любое взаимно-однозначное соответствие не сохраняет отношения соседства между точками, разрушает порядок их связей, следовательно, не может передать форму изображаемого предмета, как целого, как внутренне определенного в своем строении»³⁹. Таким образом, «перспективный образ мира есть и не более как один из способов черчения. Если его угодно защищать кому-либо в интересах композиции или каких-либо чисто эстетических смыслах, то разговор будет особый... но на геометрию ... ссылаться

³⁵ Там же. – С. 552.

³⁶ Флоренский П.А. У водоразделов мысли/Сост. игумена Андроника (Трубачева) и др.; Вступит. ст. С.С. Хоружего; Историограф. очерк игумена Андроника (Трубачева); Примеч. С.С. Аверинцева и др.//Там же. - Т.II. – С. 81.

³⁷ Там же. – С. 82.

³⁸ Там же. – С. 84.

³⁹ Там же. – С. 85.

при этой защите нечего: кроме опровержения перспективы тут ничего не найти»⁴⁰. Натурализм, ратующий за «перспективу» как единственно правильное изображение действительности, «есть раз и навсегда невозможность»⁴¹. Однако существует «совсем иное, чем в натурализме, понимание искусства, исходящее из коренной заповеди о духовной самодеятельности»⁴², выраженное в иконописи. Проанализировав множество примеров «отклонения иконописного изображения от законов прямой перспективы», примеров «неправильностей и наивностей» в иконе, с точки зрения новоевропейской художественной школы, отец Павел делает вывод, что все они не случайны и происходят не от неумения древних мастеров, а суть художественные закономерности особой системы изображения. Особенность иконописи помогает человеку войти в контакт с «горним», вечным, – через икону «высвечивается» иной мир: «Эти два мира – мир видимый и мир невидимый – соприкасаются, – пишет о. Павел в «Иконостасе». – Однако их взаимное различие так велико, что не может не стать вопрос о границе их соприкосновения. Она их разделяет, но она же их и соединяет»⁴³. Флоренский считал, что золотой фон древних икон символизирует свет невидимый, или «тот свет». Почему голубое небо Италии и древней Византии обозначается золотым светом? Потому, что художник пишет незримое невидимое телесными очами. «Обратная перспектива», свойственная изображениям в иконе, позволяет выразить связь земного и вечного, «дольнего» и «горнего» и утверждает онтологическое единство реальности, что вполне соответствует монистическому мировоззрению мыслителя.

Одна из поздних работ о. Павла «Мнимости в геометрии» продолжает тему, занимающую философа в произведениях «Иконостас» и «Обратная перспектива». В ней интерпретация комплексных чисел служит построению модели соединения двух миров.

«Да, если говорить о первичной интуиции, – писал о. Павел в «Воспоминаниях...», – то моей было и есть ... таинственное высвечи-

⁴⁰ Там же. – С. 88.

⁴¹ Там же. – С. 86.

⁴² Там же. – С. 101.

⁴³ Флоренский П.А. Иконостас/Сост. игумен Андроник (Трубачев) и др; Авт. вступит. ст. игумен Андроник (Трубачев) и П.В. Флоренский. – М.: Искусство, 1994. – С. 37.

вание действительности иными мирами – просвечивание сквозь действительность иных миров...»⁴⁴. В своей книге «Мнимости...» П.А. Флоренский подводит к рассмотрению мнимых чисел как зеркальных двойников действительных чисел и размещению их на обратной стороне плоскости, то есть плоскость в его понимании имеет оборотную сторону, «изнанку», приуроченную быть областью мнимых чисел. Там находится своя координатная плоскость.

Для Флоренского математический вывод «изнанки» пространства-времени был не самоцелью, а средством представления в терминах пространства и времени человеческой мысли, которая со времени Декарта считалась непротяженной, а потому и внепространственной. На самом деле можно представить себе и внепротяженную мысль, разлитую в мировом пространстве, если она обладает свойством мгновенно связывать любые пространственно удаленные объекты, способные реагировать на ее выявление. Работа «Мнимости в геометрии» – поиск ответа на вопрос, какой должна быть структура пространства и времени, чтобы она согласовалась со столь необычайными, с точки зрения здравого смысла, явлениями. Исследование данной проблемы не ограничивалось геометрическими представлениями, а выверялось на разных уровнях рассуждений.

Пользуясь своей интерпретацией мнимостей, П.А. Флоренский характеризует односторонние и двусторонние поверхности как противоположные по отношению к определенному преобразованию, а именно переворачиванию нормали к поверхности. И тем самым он находит новую интерпретацию средневековым представлениям о пространственной «конечности» мира. Исследуя с позиции своего понимания мнимостей поэтическое наследие А. Данте, «величайшего из выразителей целостного миропонимания»⁴⁵, П. А. Флоренский показывает, что Дантово пространство построено по типу эллиптической геометрии. Спускаясь все ниже и ниже по кругам ада, Данте внезапно оказывается наверху и выходит в чистилище. Это может происходить лишь в том случае,

⁴⁴ Флоренский П.А. Детям моим. Воспоминания прошлых дней. Генеалогические исследования. Из соловецких писем. Завещание/Сост. игумен Андроник (Трубачев) и др. Предисл. и комм. игумена Андроника (Трубачева). – М.: Московский рабочий, 1992. – С. 156.

⁴⁵ Флоренский П.А. Мнимости в геометрии. Расширение области двухмерных образов геометрии: (Опыт нового истолкования мнимостей)/[Послесл. и примеч. Л.Г. Антипенко]. - М.: Альм."Лазурь", 1991. – С. 44.

если есть точка скручивания пространства по законам неевклидовой геометрии. «И с точки зрения современной физики мировое пространство... эллиптическое, и признается конечным, равно как и время – конечное, замкнутое в себе»⁴⁶.

Свою концепцию «мнимостей в геометрии» П.А. Флоренский использует для очень своеобразной и богатой идеями интерпретации специальной и общей теории относительности А. Эйнштейна. Специальный принцип относительности выражается иногда в виде признаваемого равносильным ему принципа предельности мировых скоростей. Длина всякого тела по мере приближения к скорости света в «покоящейся» системе отсчета «стремится» к нулю, масса растет до бесконечности, временной интервал между двумя событиями на движущемся теле растет до бесконечности. «Но за пределом... время протекает в обратном смысле, так что следствие предшествует причине... и за границей предельных скоростей простирается царство целей... При этом длина и масса тела делаются мнимыми... Все пространство мы можем представить себе двойным, составленным из действительных и из совпадающих с ними мнимых гауссовых координат поверхностей, но переход от поверхности действительной к поверхности мнимой возможен только через разлом пространства и выворачивание тела через самого себя»⁴⁷. Понятие гауссовой поверхности означает здесь криволинейную поверхность, кривизна которой отлична, вообще говоря, от нуля. Изогнутая поверхность берется для того, чтобы сделать абсолютным различие между ее лицевой (действительной) и обратной (мнимой) сторонами, заполненными соответственно действительными и мнимыми точками.

Центральная идея всего построения – идея двойственности пространственно – временного многообразия, утверждающая существование в нем внутренней стороны, изнанки, наряду с внешними атрибутами – протяженностью и длительностью. Пространство ломается при скоростях, больших скорости света, и тогда наступают качественно новые условия существования пространства, характеризующиеся мнимыми параметрами. Мнимость же

⁴⁶ Там же. – С. 47.

⁴⁷ Флоренский П.А. Мнимости в геометрии. Расширение области двумерных образов геометрии: (Опыт нового истолкования мнимостей)/[Послел. и примеч. Л.Г. Антипенко]. – М.: Альм. "Лазурь", 1991. – С. 50-51.

должна пониматься не как признак ирреальности тела, но лишь как свидетельство о его переходе в другую действительность.

Свет выше скорости света – это «тот свет»: «... на границе Земли и Неба ... тело утрачивает свою протяженность, переходит в вечность и приобретает абсолютную устойчивость. Разве это не есть пересказ в физических терминах – признаков идей, по Платону - бестельных, непротяженных, неизменяемых, вечных сущностей? Разве это не аристотелевские чистые формы? или, наконец, разве это не воинство небесное, – созерцаемое с Земли как звезды, но земным свойствам чуждое?»⁴⁸.

Итак, по Флоренскому, есть некоторое особое пространство, которое по отношению к физическому является «обращенным», «вывернутым», или «мнимым»; предметы и процессы в нем подчиняются таким законам, которые в точности обратны, противоположны законам природы (например, обратное течение времени, следствие предшествует причине). Оба мира не отделены друг от друга, но специальным образом совмещаются. Собственно, они образуют один мир, но – двойной, двуединой природы: в физическом мире предмет видим физическим зрением как явление, в мире духовном он же созерцается духовным зрением по обращенным законам и потому видим обратным себе, вывернутым.

В своей книге «Мнимости в геометрии» отец Павел обсуждает возможность познания объектов, физическое (в традиционном смысле) взаимодействие с которыми принципиально невозможно. Если любое тело будет мчаться во Вселенной со скоростью света, то оно «вывернется» во Вселенную и обретет бесконечную массу, то есть станет всей Вселенной: «Пока, мы представляем себе средством к этому процессу только увеличение скоростей, может быть скоростей каких-то частиц тела, за предельную скорость c ; но у нас нет доказательств невозможности каких-либо иных средств»⁴⁹. И как бы продолжая эту мысль в «Иконостасе», Флоренский пишет: «Разве в этом обратном мире, в этом онтологически зеркальном отражении мира мы не узнаем области мнимого, хотя это мнимое, для тех, кто сам вывернулся через себя, кто перевернулся, дойдя до духовного средоточия мира, – и есть подлинно реальное, такое

⁴⁸ Там же. – С. 50.

⁴⁹ Флоренский П.А. Мнимости в геометрии. Расширение области двумерных образов геометрии: (Опыт нового истолкования мнимостей)/[Послел. и примеч. Л.Г. Антипенко]. - М.: Альм. "Лазурь", 1991. – С. 51.

же, как они сами... Это – лики и духовные зраки вещей, зримые теми, кто в себе самом явил свой первоначальный лик, образ Божий, а по-гречески идею: идеи сущего зрят просветлившиеся сами идеей, собою и через себя являющие миру, этому, нашему миру, идеи горнего мир.»⁵⁰. Вовсе не обязательно мчаться со скоростью света, чтобы «вывернуться» во Вселенную, – надо стать ей. Человек, в отличие от бездушной вещи, может «вывернуться» во Вселенную и обрести вселенское бессмертие силой своего духа.

Своеобразно истолковывая геометрические мнимости и формулы теории относительности, Флоренский выдвигает интересные (хотя дающие основания для сомнений) предположения. Но заслуга о. Павла не столько в его выводах (хотя они имеют право на существование и привлекают к себе внимание читателей различного круга), а в том, что он показывает плодотворность математической гипотезы для познания мира. Здесь его взгляды прямо противоположны позитивизму, который рассматривает математику только как удобное и компактное описание физической действительности. Работа «Мнимости в геометрии» убеждает нас в познавательной ценности математики, соотнесенной со всем комплексом человеческой культуры. Это небольшое произведение представляет замечательный пример математического моделирования в философии и истолковании взглядов авторов далекого прошлого на устройство космоса. Построение такого рода моделей – характерная черта методологии Флоренского, видевшего в математике действенное орудие во всех сферах человеческого познания, от инженерных наук до философии и богословия.

Результаты, полученные Флоренским в русле развития идеи философско-математического синтеза, являются, по сути дела, развертыванием мысли философа о том, что «все возможные закономерности бытия уже содержатся в чистой математике»⁵¹: не существует «чисто математических» (или «чисто научных») проблем, так как решение любой из них выводит далеко за рамки математического (научного) исследования – в области философии, богословия, иконологии и так далее. Таким образом, согласно кон-

⁵⁰ Флоренский П.А. Иконостас/Сост. игумен Андроник (Трубачев) и др; Авт. вступит. ст. игумен Андроник (Трубачев) и П.В. Флоренский. - М.: Искусство, 1994. – С. 45-46.

⁵¹ Цит. по Половинкин С.М. О студенческом математическом кружке при московском математическом обществе в 1902-1903 гг.//Историко-математические исследования. - Вып.30.- М.: Наука, 1985. - С.148-158

цепции П.А. Флоренского, математические конструкции отражают структуру бытия, и открытие новых математических теорий (аритмология, теория множеств) и построение новых моделей (геометрическая модель мнимостей) – существенный довод за утверждение нового видения реальности.

Побережный А.А.
(Курск)

РАДИКАЛЬНЫЙ КОНСТРУКТИВИЗМ И «КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ НАУКИ»

Резюме

В статье рассматриваются различные формы конструктивности, их гносеологические истоки, общие черты и наиболее существенные различия; рассматривается генезис идей конструктивности, их преломление и выражение в интуиционизме, конструктивизме школы А. А. Маркова, в немецкой «конструктивной теории науки» и в радикальном конструктивизме конца XX века. Рассматриваются также теоретические истоки конструктивизма в концепции априорных форм созерцания И. Канта.

В последней четверти XX века в Западной Европе формируется новое направление в эпистемологии – радикальный конструктивизм, включающее в себя огромный пласт различных концепций, теорий, учений из самых разнообразных областей человеческой деятельности. Философские рамки данного направления были обозначены Эрнстом фон Глазерсфельдом, объединившим ряд утверждений и выводов различных конкретных наук¹.

Радикальный конструктивизм исходит из того, что человек в своих процессах мышления и восприятия не столько отражает

¹ См.: Цоколов С. Дискурс радикального конструктивизма. Традиции скептицизма в современной философии и теории познания. – München: Gesellschaft zur Förderung von Unternehmungen aus Kunst und Wissenschaft im interdisziplinären Rahmen, 2000. – 332 с.

окружающий мир, сколько творит его. Этот подход развивается разными авторами на базе различных дисциплин: на базе системной теории и кибернетики – Х. фон Фёрстером, нейробиологии и когнитивной науки – У. Матураной и Ф. Варелой, генетической эпистемологии – Ж. Пиаже, психологии восприятия – У. Найссером. Существуют и иные подходы. Радикальный конструктивизм можно охарактеризовать следующими основными положениями:

- знание не обретается пассивным путем, оно активно конструируется познающим субъектом;
- функция познания носит адаптивный характер и служит для организации опытного мира, а не для открытия онтологической реальности;
- любое познание есть не что иное как сенсорно-эффекторная корреляция.

Э. фон Глазерсфельд утверждает по этому поводу следующее: «Исходным следует считать представление о том, что познание (и знание) не может рассматриваться в качестве некоего конденсата, образуемого в результате пассивного восприятия, а является результатом активности субъекта»². Различные трактовки и интерпретации этих положений прослеживаются в работах основных представителей данного направления. Так, в частности, Х. фон Фёрстер говорит о том, что окружающий мир, в том виде как мы его воспринимаем, является нашим изобретением³, т.е. мы не открываем мир, отражая его нашими органами чувств, а изобретаем, конструируем его в соответствии со своим когнитивным аппаратом. Матурана и Варела, создатели теории автопоэзиса, утверждают, что всякая деятельность есть познание, а всякое познание есть деятельность⁴. Это было развито впоследствии Варелой в виде концепции инактивированного (ситуационного) познания, играющей ныне ключевую роль в развитии различных направлений когнитивной науки. Пиаже разработал генетическую эпистемологию (психологию развития), всесторонне изучая развитие ребенка. Он полагал, что человек конструирует самого себя и окружающий его мир посредством некой умственной активности, называемой им «ориентированием»⁵.

² Там же. – С. 64.

³ Там же. – С. 158 – 164.

⁴ Там же. – С. 210 – 214.

⁵ Там же. – С. 100 – 130.

Человек при этом не является существом, пассивно воспринимающим информацию, поступающую из окружающего мира, но активно действует. Радикальный конструктивизм интуитивно исходит из предположения, что «любые когнитивные события происходят в опытном мире какого-либо целеориентированного сознания»⁶, следовательно:

- конструировать – значит целенаправленно различать;
- конструирование порождает когерентный, относительный мир;
- конструирование есть бесконечный рекурсивный процесс;
- конструирующий человек и конструируемый им мир составляют процессуальное единство.

Радикальность радикального конструктивизма состоит, по словам Глазерсфельда, «... прежде всего в том, что он порывает с общепринятой традицией и предлагает теорию познания, в которой понятие знания больше не соотносится с «объективной», онтологической действительностью, а определяется единственным образом как устанавливаемый порядок и организация опытного мира, формируемого в процессе жизни»⁷. Единственный доступный субъекту реальный мир – это тот мир, который субъект сам конструирует в процессе познания. Выводы радикального конструктивизма могут носить и более «радикальный» характер, если не останавливаться на сугубо научной стороне данной теории познания. Наше мышление устроено таким образом, что мы воспринимаем свои знания как отражение внешней действительности, то есть так, как будто бы это в самом деле существует именно в таком виде, в каком мы его воспринимаем.

Радикальный конструктивизм – это отдельное направление эпистемологии, занимающее и отстаивающее определенную мировоззренческую позицию, эпистемологию без онтологии. И в то же время это мощная методологическая база для построения здания науки. Конструктивизм, как и другие антиреалистические направления эпистемологии (операционизм, прагматизм, релятивизм), отстаивает точку зрения, предполагающую неотделимость наблюдателя от наблюдаемого, относительность и субъективность научного знания.

⁶ Там же. – С. 90.

⁷ Там же. – С. 57.

Выяснение причин возникновения и функций конструктивизма в современной философии требует предварительного исследования генезиса конструктивистских взглядов в истории философии. Теоретические истоки данного направления можно обнаружить в антиреалистской философии Дж. Беркли, концепции априорных форм созерцания И. Канта, реляционистских аспектах теории познания А. Шопенгауэра. Идеи конструктивности исторически восходят к философии И. Канта и связаны с учётом познавательных способностей субъекта познания. То, что Декарт и Беркли (а также и другие философы Нового времени) называли мыслящей субстанцией, Кант назвал субъектом, подробно рассмотрев его логическую структуру. При этом он настаивал, что мыслящее Я нельзя называть субстанцией. Последняя есть категория, предназначенная для того, чтобы судить об объекте мысли. Суждение о предмете означает синтез, производимый согласно априорным условиям. Такой синтез состоит в установлении субъектом мышления связи данных представлений. Связь представлений в суждении не может быть дана, а может быть только создана субъектом. Кант выделяет два рода синтеза – «интеллектуальный» и «фигурный» – и, соответственно, два плана дискурса: рассудочный синтез общих понятий и синтез способности воображения, состоящий в конструировании единичных предметов. Рассудочное мышление состоит в создании субъектом единства в своих представлениях. Поэтому предмет, чтобы стать объектом мышления, должен быть сконструирован субъектом. Это относится прежде всего к математике⁸. Математическое конструирование понятия происходит по Канту посредством трансцендентальных схем количества и качества. Алгебраическая формула, равно как и геометрическая фигура, становятся объектами рассуждения, будучи сконструированы продуктивной способностью воображения, т.е. собраны в пространстве из более простых фигур, формул или знаков. Поэтому всякий математический предмет существует постольку, поскольку он сконструирован. «Конструировать понятие по Канту – значит а priori сопоставить понятию единичный предмет в чистом

⁸ Кант И. Критика способности суждения. М.: Искусство, 1994. – С. 50.

неэмпирическом созерцании»⁹. Вопрос о существовании никак прямо не связан с проблемой субстанциональности. Существование определено деятельностью субъекта. Кант очень жестко развел понятия субъекта и субстанции. Первый описан им как действующее сознание, которое продуцирует предметы своего знания, обнаруживая в этих, созданных им предметах свое собственное единство. Это единство – единство деятельного «Я» или «трансцендентальное единство апперцепции» никак не может быть названо субстанцией, хотя бы даже и мыслящей. Нельзя путать два вопроса: кто рассуждает и о чем ведется рассуждение. Субстанциональность может быть приписана только предмету, который конструируется в ходе рассуждения и при этом обнаруживается как существующий. Но тот, кто рассуждает, не может конструировать сам себя. Итак, онтологический статус предмета определяется не его отношением к субстанции, а его отношением к субъекту. «Кантовский гносеологический субъект обладает двумя исходными способностями: способностью различать и отождествлять действительные предметы (чувственное созерцание) и способностью рассуждать о предмете по правилам формальной логики (рассудок). Две эти способности не зависят от эмпирического материала и друг от друга»¹⁰.

Деятельность субъекта является критерием существования. Эта деятельность происходит в рамках, заданных ее трансцендентальными условиями, к которым, прежде всего, относятся пространство и время. Сама деятельность разворачивается во времени, как последовательность продуктивных синтетических актов. То, что появляется в результате этих актов, представляется как существующее в пространстве. Последнее верно для любого объекта, в том числе и для математического. Однако математика оказывается основой всякого, по крайней мере научного, мышления. Всякий объект существует, поскольку существует в пространстве. Но поскольку он существует в пространстве, он существует как протяженный предмет, и судить о нем нужно, прежде всего, как о пред-

⁹ Мануйлов В. Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – С.41.

¹⁰ Там же. – С. 59.

мете геометрии. «Все явления суть величины и притом экстенсивные величины». Отчасти Кант повторяет здесь Декарта – во всяком случае и для него всякое естествознание должно быть прежде всего математическим естествознанием. Всякий предмет конструируется прежде всего как геометрическая фигура или тело. Коль скоро существовать значит быть сконструированным (причем сконструированным в пространстве), то любой предмет существует только в качестве математического. Вне математики невозможно никакое знание и никакое существование. Онтологический статус предметов математики состоит, таким образом, в том, что они оказываются продуктами деятельности трансцендентального субъекта. Математическое творчество последнего несколько напоминает работу некоего мыслительного автомата, производящего свои объекты без всякой определенной цели.

В «Критике способности суждения» понятие цели в деятельности субъекта вводится при анализе рефлектирующей способности суждения¹¹. Взаимодействие рассудка со способностью воображения сводится к тому, что воображение конструирует объект согласно общему правилу, предписанному рассудком. При этом происходит подведение конструируемого единичного предмета под уже имеющееся правило. Однако далеко не всегда правило имеется как нечто окончательно сформулированное. «Существует такое многообразие форм природы, столько модификаций общих трансцендентальных понятий, остающихся не определенными теми законами, которые априорно дает чистый рассудок, ... что для всего этого также должны быть законы»¹². Такой закон должна дать способности воображения рефлектирующая способность суждения, которая поднимается от имеющегося особенного к общему. Кант относит такую деятельность к эмпирической сфере, к описанию «законов природы». В «Критике способности суждения» деятельность рефлектирующей способности суждения представлена как выдвижение объясняющих гипотез для ряда наблюдаемых эмпирических фактов¹³. Так, утверждение, что планета движется по эллиптической орбите, есть обобщение рефлектирующей способности суждения, сделанное

¹¹ Кант И. Критика способности суждения. – М.: Искусство, 1994.

¹² Там же. – С. 50.

¹³ См.: Кричевец А.Н. Априори, способность суждения и эстетика // Вестник Московского Университета. – Серия 7. – Философия, 1996. – №3. – С.41–50.

по отношению к ряду эмпирических наблюдений за движением планеты. Важно иметь в виду, что такое обобщение не имеет ничего общего с абстрагированием. Понятие эллипса не содержится в бессвязном наборе цифр, определяющих положение планеты в разные моменты времени. Очевидно, что речь здесь вновь должна идти о синтезе, основанном на априорных способностях субъекта. Этот синтез отличается от простого синтеза способности воображения тем, что содержит момент целесообразности. Он производится для того, чтобы объяснить ряд полученных фактов. Не следует упускать из виду, что полученный факт также есть результат некоторого конструирования, т.е. объект рассудка и способности воображения. Можно рассмотреть два аспекта деятельности рефлектирующей способности суждения. С одной стороны – это создание теории. Гипотеза, обобщающая ряд фактов, представляет собой постулат, из которого эти факты получаются в виде его логических следствий. С другой стороны, такая гипотеза есть также результат конструирования. Последнее особенно ясно в примере с законом Кеплера: представление об эллиптической орбите очевидно требует работы способности воображения. Однако без воображения невозможно создать и эмпирические законы иного рода. В математическом естествознании эти законы всегда записываются в виде формул, т.е. в виде знаковых конструкций, создаваемым сообразно определенным правилам. Их построение представляет собой деятельность, которую Кант описал как символическое конструирование. Но такого же рода конструирование представляет собой и вывод одних формул из других, – а именно к этому сводится обоснование наблюдаемых фактов в рамках теории. Следовательно, деятельность рефлектирующей способности суждения можно рассмотреть как построение определенной структуры, для которой ранее установленные факты (т.е. ранее сконструированные объекты) являются элементами.

Любая математическая задача представляет собой изложение фактов, никак, на первый взгляд, между собой не связанных. Решение задачи состоит в том, чтобы обнаружить и построить некоторую единую конструкцию, в которой все наличные факты получают свое место. Это особенно очевидно при решении геометрических задач, в которых необходимо дополнительное построение, приводящее к созданию более сложной конфигурации, из которой однако легко усматривается ответ на вопрос задачи. Но то же самое происходит и

при решении любых задач, где в роли такой конфигурации выступает алгебраический вывод или более сложный математический текст, включающий как знаковые, так и графические элементы. Все сказанное позволяет дополнить приведенное ранее определение существования. Математический объект существует постольку, поскольку сконструирован. Однако математика не есть простое конструирование объектов. Она представляет собой решение задач, а потому каждый объект появляется в ней в рамках более общей структуры, продуцируемой познавательными способностями для того, чтобы получить такое решение. Значит объект существует, поскольку встроен в такую структуру в виде ее элемента. Сама структура предстает как конструкция способности воображения и о ней также может быть поставлен вопрос – в рамках какой еще более общей структуры она существует.

Таким образом, научное (математическое и физическое) познание по Канту не является пассивным отражением объективной реальности, а знание не обретается пассивным образом, но активно создаётся (конструируется) субъектом. Познание понимается как деятельность субъекта по конструкции объектов. Конструкция обозначает результат пространственно-временного построения (интуицию пространства и времени) и является продуктом некоторой деятельности, подчинённой правилу¹⁴. Она является созерцанию благодаря способности воображения.

Источником современных конструктивистских тенденций является глобальная переориентация эпистемологических исследований в XX веке. Современный конструктивизм, в том числе и радикальный, формировался под непосредственным влиянием математического конструктивизма и конструктивной теории науки «немецкого конструктивизма».

Конструктивное направление в математике возникло в начале XX века. Как методологическая проблема проблема конструктивно-

¹⁴ Мануйлов В. Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – С. 42-45

сти была связана с кризисом теоретико-множественного обоснования математики (т. н. антиномии теории множеств)¹⁵. Л.Э.Я. Брауэром и Г. Вейлем были высказаны сомнения в удовлетворительности теории множеств как логической основы математики. В работе «О конструктивном понимании математических суждений» Н.А. Шанин пишет: «Процесс возникновения интуиционистской математики представлял собой, по существу, процесс поиска таких идей и понятий, которые могли бы открыть перспективы построения математических теорий без использования абстракции потенциальной бесконечности. Среди выдвинутых Брауэром и Вейлем идей имеются такие, которые подготовили почву для конструктивного направления в математике»¹⁶. В критическом анализе, с которым выступили Брауэр и Вейль, речь шла не о каких-либо дефектах теории множеств. Брауэр и Вейль формулировали свои сомнения, апеллируя к требованию интуитивной ясности. По словам их последователя А. Гейтинга, «... единственным позитивным утверждением в основаниях математики, против которого я выступаю, является утверждение, что классическая математика имеет ясный смысл»¹⁷. Представители нового направления в основаниях математики, названного интуиционизмом, утверждали, что представления об «актуально бесконечных множествах» и некоторые связанные с этими представлениями логические средства не соответствуют математической интуиции. Конечно, если бы все дело сводилось к особенностям человеческой интуиции, то критика Брауэра и Вейля не имела бы тех последствий, которые она фактически вызвала. В действительности же Брауэр и Вейль поставили чрезвычайно сложную и принципиальную методологическую проблему, основное содержание которой Д. Гильберт сформулировал следующим образом: «Раньше мы уже выяснили, что какие бы опыты и наблюдения и какую бы отрасль науки мы ни рассматривали, нигде в действительности мы не находим бесконечности. Должны ли мысли о вещах быть столь непохожими на то, что происходит с вещами, должны ли они

¹⁵ См.: Петров Ю. А. Логическая функция категорий диалектики. М., 1972. – С. 187–212.

¹⁶ Шанин Н. А. О конструктивном понимании математических суждений. Труды Математического института им. В. А. Стеклова, т. 52, изд. АН СССР, М. – Л., 1958. – С. 233

¹⁷ Гейтинг А. Интуиционизм, пер. с англ. В. А. Янкова, М.: Мир. – С. 20

сами по себе идти другим путем, совершенно в стороне от действительности?»¹⁸. В приведенной цитате Гильберт, применяя термин «бесконечность», имеет в виду «актуальную бесконечность». Этой цитате в работе Гильберта предшествует анализ данных физики и астрономии, относящихся как к проникновению в глубь материи, так и к исследованию строения вселенной в целом.

Несколько уточняя постановку этой проблемы, можно сказать, что речь идет прежде всего о следующих вопросах. В какой степени идеализации (и прежде всего идеализация, называемая абстракцией актуальной бесконечности), на базе которых в сознании математика формируются основные понятия теории множеств, допустимы в качестве основы процессов мышления о явлениях природы и о практической деятельности человека? В какой степени математические теории, в основе которых лежат специфические акты воображения, возбуждающие представление об «актуально бесконечных множествах», допускают дешифровку на язык экспериментально «осязаемых» понятий и отношений?

Брауэр и Вейль не ограничились сомнениями и критикой. Брауэр выдвинул идею построения математического анализа без использования абстракции актуальной бесконечности на основе идеи «становящейся бесконечности» и наметил некоторые контуры логических средств, допустимых при таком построении. Вейль предложил идею построения такого математического анализа, в котором в качестве объектов изучения фигурируют лишь конструктивно определяемые объекты. Однако математический аппарат, необходимый для успешного претворения в жизнь замыслов этих двух выдающихся математиков, сложился значительно позже, а те конкретные воплощения замыслов, которые были предложены Брауэром и Вейлем, имели существенные недостатки и поэтому не удовлетворили математиков. В результате на протяжении длительного промежутка времени господствовало мнение о бесперспективности не только упомянутых конкретных предложений, но и вдохновлявших их главных идей Брауэра и Вейля. Надо, однако, заметить, что ведущей стороной вейлевской «философии математики» является требова-

¹⁸ См. Д. Гильберт «О бесконечном» (1925 г.). Русский перевод опубликован в виде добавления VIII к книге: Д. Гильберт, Основания геометрии, М. -Л., Гостехиздат, 1948

ние пересмотра некоторых фундаментальных логических принципов. Вейль пишет, что определение чисел как «идеальных объектов ... только тогда становится опасным, ... когда разворачивающаяся в бесконечность и закономерно возникшая последовательность чисел превращается в замкнутую совокупность существующих самих по себе предметов»¹⁹. С философской точки зрения интересно подчёркивание Вейлем содержательного и конструктивного характера математики. В. Ф. Асмус пишет: «Позиция и устремления математического «интуиционизма» имеют своей предпосылкой отрицательное отношение «интуиционистов» к абсолютизации логических и формальных основ математики»²⁰. Так, в частности, Вейль утверждал: «Математика вовсе не состоит в том, чтобы развивать по всем направлениям логические выводы из данных предпосылок; нет, её проблемы становятся интуицией, жизнью научного духа, и эти проблемы нельзя разрешить по установленной схеме вроде арифметических школьных задач. Дедуктивный путь, ведущий к их разрешению, не предуказан, его требуется открыть, и в помощь при этом нам служит обращение к мгновенно прозревающей многообразии связи интуиции, к аналогии, к опыту»²¹.

В 30-х годах XX столетия в математике произошло событие большого принципиального значения: было выработано несколько эквивалентных друг другу уточнений общего понятия алгорифма и сложилось убеждение, что проблема выработки искомого точного понятия получила окончательное (в принципиальном отношении) решение; была создана теория алгоритмов (алгорифмов), давшая эффективный способ построения математических объектов, истолкования математических связей и истинности математических суждений. Различные формы понятия об алгоритме были созданы Тьюрингом, А. Чёрчем, А.А. Марковым, А.Н. Колмогоровым и другими учёными. По определению А.А. Маркова, «алгорифм есть предписание, однозначно определяющее ход некоторых конструктивных процессов»²². Этот момент оказался переломным в судьбе многих идей Брауэра и Вейля. Постепенно, усилиями

¹⁹ Вейль Г. О философии математики, перев. с нем. А. П. Юшкевича. М. – Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – С. 65

²⁰ Асмус В. Ф. Проблема интуиции в философии и математике, 2-е изд., М.: «Мысль», 1965. – С. 262

²¹ Вейль Г. О философии математики, перев. с нем. А. П. Юшкевича. М. – Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – С.53

²² Нагорный Н. М., Марков А. А. Теория алгорифмов. М.: Наука, 1984. – С. 135

многих исследователей начали вырисовываться контуры новых принципов и методов построения математических теорий, начало складываться на современной основе конструктивное направление в математике. Рассмотрим подробнее работу в данной области одного из наиболее ярких представителей отечественного конструктивизма А.А. Маркова.

А.А. Марков на протяжении многих лет своей научной деятельностью применял классическую теорию множеств в качестве основы многих своих исследований. Однако с первых шагов становления общей теории алгоритмов его отношение к классической теории множеств стало меняться. В теории алгоритмов он увидел не только мощные технические, но и богатые общелогические возможности и начал изучать их с пристальным вниманием. Работа С.К. Клини «Об истолковании интуиционистской теории чисел» (1945г.), уточнившая намеченный Л.Э.Я. Брауэром и развитый А.Н. Колмогоровым подход к конструктивному пониманию суждений, внесла значительную ясность в принципиальные основы нового (конструктивного) направления в математике²³. Эта работа и достигнутые к тому времени успехи в теории алгоритмов, открывая перед математикой новые перспективы развития в конструктивном направлении, создали такое положение, когда сомнения в удовлетворительности абстракции актуальной бесконечности в качестве основы математического мышления уже невозможно было снять с обсуждения посредством того аргумента, который был упомянут выше: ведь становилось все более и более ясно, что для построения содержательных математических теорий без использования абстракции актуальной бесконечности уже создается подходящая база. А.А. Марков с глубоким интересом начал вникать в этот круг вопросов, направляя свои усилия как в сторону тщательного анализа конкретных идеализации и последствий их использования в математическом мышлении, так и в направлении разработки ряда конкретных проблем и теорий конструктивного направления в математике и уточнения его принципиальных основ. Критическое рассмотрение основ классической математики привело А.А. Маркова к убеждению в неудовлетворительности некоторых идеализаций, участвующих в формировании

²³ Подробнее об этом см. Яновская С. А. Методологические проблемы науки. – М.: Мысль, 1972. – С. 181–213.

центральных понятий классической математики. В этом отношении А.А. Марков продолжает критическую линию Брауэра и Вейля, но он рассматривает проблему не с точки зрения «интуитивной ясности», а в свете анализа совершаемых человеческим сознанием процессов идеализации, составляющих предысторию формирования каждой конкретной математической теории. Более того, А.А. Марков, хотя и отводит должное значение категории интуитивного в математике, но основывает её понимание на чисто материалистических началах, поэтому «... даже при материалистическом понимании интуиции (как производной большого опыта оперирования с объектами) интуитивная ясность может быть лишь относительным критерием обоснования математики, хотя и часто используемым»²⁴.

Существенную роль в подходе А.А. Маркова к основаниям математики играет мысль о том, что различные идеализации, фактически применяемые в современной математике, далеко не одинаковы с точки зрения возможности содержательного истолкования математических теорем, в основе которых лежат эти идеализации. Основы теории действительных чисел были заложены Кантором и Дедекиндом. Сформулированные ими определения действительного числа имеют, однако, ярко выраженный неконструктивный характер: в них говорится о некоторых множествах и последовательностях рациональных чисел при полном игнорировании вопроса о возможности построения таких множеств и последовательностей. Неконструктивность основных определений теории действительных чисел обуславливает неконструктивность всей этой теории, проявляющуюся, например, в теореме о сходимости возрастающей ограниченной сверху последовательности действительных чисел. Теорема утверждает существование действительного числа, удовлетворяющего некоторым условиям, без всякого указания способа вычисления такого числа. Это есть, как говорится, «чистая теорема существования» – в ней утверждается «существование» некоего «объекта», но не сообщается, как сделать этот «объект» сколько-нибудь осязаемым. Непонятно поэтому, в каком же смысле «существует» этот «объект», т. е. что, собственно, утверждает теорема. Такой же характер имеют и многие другие теоремы теории действительных чисел. Этим положением

²⁴ Петров Ю. А. Логическая функция категорий диалектики. – М., 1972. – С. 204

дел, конечно, нельзя удовлетвориться. «Математика издавна пользовалась репутацией самой точной и самой строгой из наук. И вместе с тем в самых основаниях этой науки чувствовалось нечто неясное, неудовлетворительное в свете тех критериев абсолютной строгости, которые вырабатывались в самой же математике»²⁵.

Рассматривая абстракцию потенциальной осуществимости, А.А. Марков характеризует ее как отвлечение «от реальных границ наших конструктивных возможностей, обусловленных ограниченностью нашей жизни в пространстве и времени». Эта абстракция представляет собой определенную идеализацию, определенный «полет воображения», и она порождает свои трудности содержательного истолкования суждений. Однако, по мнению А.А. Маркова, она основана на существенно меньшем, чем в случае абстракции актуальной бесконечности, произволе нашего воображения, и трудности истолкования, связанные с абстракцией потенциальной осуществимости, имеют более простую природу. А.А. Марков обратился к выкристаллизовавшемуся в то время конструктивному направлению в математике как к возможной альтернативе классической математики, альтернативе, в которой снимаются или существенно смягчаются возражения, возникающие против математики «актуально бесконечных множеств». Он самым энергичным образом включился в разработку конкретных теорий этого направления. Конструктивное направление в математике А.А. Марков характеризует следующими словами: «В последнее время в математике получило значительное развитие конструктивное направление. Его суть состоит в том, что исследование ограничивается конструктивными объектами и проводится в рамках абстракции потенциальной осуществимости без привлечения абстракции актуальной бесконечности; при этом отвергаются так называемые чистые теоремы существования, поскольку существование объекта с данными свойствами лишь тогда считается доказанным, когда указывается способ потенциально осуществимого построения объекта с этими свойствами... Таким образом, конструктивисты и «классики» по-разному понимают самый термин «существование» в связи с математическими объектами»²⁶.

²⁵ Марков А. А. О логике конструктивной математики. – М.: Знание, 1972. – С.40

²⁶ Марков А. А. О непрерывности конструктивных функций // Успехи матем. наук. – 1954. – Т. 9.

Исследование конструктивных процессов имело большое значение для автоматизации процессов умственного труда и сыграло важную роль в развитии кибернетики. Однако отсутствие тесного сотрудничества между философами и математиками в советской науке 30-50 гг. не позволило блестящей школе А.А. Маркова подняться до уровня философии математики²⁷. Концепция полного конструктивного обоснования математической теории сложилась позже (к середине 80-х гг.) в немецком конструктивизме или «конструктивной теории науки» (П. Лоренцен, В. Камла и др.). «Немецкий конструктивизм, выросший из оперативной логики и математики П. Лоренцена, сложился в настоящее время как реальная альтернатива господствовавшей на протяжении всего XX века традиции в обосновании логико-математического знания – аналитической философии науки»²⁸. В настоящее время идеи «конструктивной теории науки», развитой из «оперативной» логики и математики немецкого учёного П. Лоренцена развивает «Эрлангенская школа». Эта группа учёных, объединившая крупных философов, логиков, математиков, исследует не только проблемы обоснования логико-математического знания, но и вопросы, связанные с обоснованием естественных и даже гуманитарных наук²⁹.

В логико-философских концепциях обоснования математики конструктивность характеризует уже вид взаимосвязи гносеологических, логико-семиотических и собственных оснований математической теории, т.е. развивается концепция «метатеоретической конструктивности», идея которой «исторически восходит к философии И. Канта и связана с явным учётом при обосновании математической теории познавательных способностей и действий субъекта познания»³⁰.

Возникновение радикального конструктивизма свидетельствует о новом всплеске интереса к проблемам конструктивности в конце XX века. Деятельностный подход в современной науке не только не утрачивает своего значения, но и является весьма перспективным. В его рамках субъект определяется через его деятельность, в процессе которой он создает понятие, опредмечивает свои

²⁷ Мануйлов В. Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М., 2003. – №10 – С. 104–121.

²⁸ Там же. – С. 104–121.

²⁹ Там же. – С. 104–121.

³⁰ Там же. – С. 104–121.

замыслы, а предмет не только противостоит ему, но и обратно влияет на него, является способом конструирования субъекта деятельности.

При анализе различных направлений конструктивизма обнаруживаются их теоретические истоки в гносеологии И. Канта, в его концепции априорных форм созерцания. Идеи Канта лежат в основе всех направлений конструктивизма.

Общие черты «конструктивной теории науки» и радикального конструктивизма:

- познание рассматривается как активная деятельность субъекта по конструированию и реконструированию объектов познания;

- логическая непротиворечивость утверждения о существовании объекта является необходимым, но не достаточным условием его существования; для доказательства предложения о существовании объекта необходимо указать конструктивный процесс его построения.

Основное отличие данных направлений:

- радикальный конструктивизм отрицает понимание познания как отражения объективной реальности; этот тезис не разделяется сторонниками марковского конструктивизма (что явилось в своё время одним из их наиболее существенных расхождений со сторонниками интуиционизма).

Последнее можно проиллюстрировать цитатой из предисловия к книге А. Гейтинга «Обзор исследований по основаниям математики», написанного А.Н. Колмогоровым: «Мы не можем согласиться с интуиционистами, когда они говорят, что математические объекты являются продуктом конструктивной деятельности нашего духа. Для нас математические объекты являются абстракциями реально существующих форм независимой от нашего духа действительности»³¹. Марковский конструктивизм философски ориентирован на диалектический материализм, на марксистскую теорию познания. В марксистской традиции антиреализм снимается (познавательная активность субъекта не снимает её отражательного характера).

³¹ Колмогоров А. Н. Предисловие / А. Гейтинг. Обзор исследований по основаниям математики. М. – Л., ОНТИ, 1936. – С. 3.

Наши авторы

Арепьев Евгений Иванович –

доктор философских наук, профессор кафедры философии
Курского государственного университета.

Ильин Виктор Васильевич –

доктор философских наук, профессор МГУ им. М.В. Ломоно-
сова, зав. кафедрой философии МГТУ им. Н.Э. Баумана

Кочергин Альберт Николаевич –

доктор философских наук, профессор МГУ им. М.В. Ломо-
носова

Кочергин Алексей Альбертович – сотрудник московской
фирмы

Кузнецов Андрей Владимирович –

кандидат философских наук, доцент РОСИ

Мануйлов Виктор Тихонович –

кандидат философских наук, доцент кафедры философии
Курского государственного университета

Мороз Виктория Васильевна –

кандидат философских наук, старший научный сотрудник
Курского государственного университета

Побережный Александр Алексеевич –

аспирант кафедры философии Курского государственного
университета

ABSTRACTS

E.I. Arepyev

THE RAISING PROBLEM ASPECTS OF THE ESSENTIAL INTERPRETATION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN ANALYTIC TRADITION: FORMAL-LOGICAL AND LINGUISTICAL COMPONENTS

The present article is devoted to the discussion of the raising problem contribution of analytic tradition of the XX-th century into the philosophy of mathematics field. In his work the author shows and adds the heuristic aspects of the essential interpretation of mathematical knowledge – the possible interpretations of the constructivity of the initial mathematical truths and objects, the variants of methods of approach to their ontological and gnosiological interpretation.

V.V. Ilyin

THE CONSTRUCTIVITY OF SOCIAL ACTION

On the base of the critical analysis of methodological directions of the conceptions of scientific knowledge and social action the author suggests the synthetic model of the constructivity of social action. According to this model the ontological basis of history is formed by the human aims, motives, interests and values, that have being put on the objective vital active conditions, subjected to the cyclic dependences – “waves of life”. The author has used the analogy of becoming history like matrix (antagonistic) game, in which the fundamental social constants (FSC) serve as criteria of choice of the optimal strategy.

A.A. Kochergin, A.N. Kochergin

THE CONSTRUCTIVITY OF PHILOSOPHY AS AN EDUCATIONAL DISCIPLINE

The authors analyze the different conceptions of the subject and the functions of philosophy widespread in educational literature and expose their non-constructivity. They suggest the constructive (in the sense proposed by the authors) conception of the subject of philosophy and its functions that must be put into the base of teaching philosophy as an educational discipline.

A.V. Kuznetzsov

**INTERDISCIPLINARY INTERACTION IN THE PROCESS OF
THE SYNTHESIS OF THE PHYSICAL PICTURE OF THE
WORLD**

The author has given the analysis of the specific interaction of intellect and ability of imagination in the process of the synthesis of the physical picture of the world. He makes out two fundamental abilities of individual carrying out the constructive function on the building of the physical picture of the world. The first one is the ability to the realization of categorical synthesis, to the constructing of methodology with the elements of purposefulness in the relative paradigmality, that is such reflexing ability of statement proposition that supposes the creation of definite structure including formerly established facts as constructs of fundamental physical theory. The second one is the ability to the changing of the physical picture of the world in the situation of “irregular science”, proposing the application of philosophical and general scientific principles in their constructive function.

V.T. Manujlov

**THE CONSTRUCTIVITY IN THE AXIOMATIC SET
THEORIES**

On the base of the examination of Cantor’s theory of transfinite numbers as the standard model of different axiomatic set theories the author has shown the content of the concept “constructivity in the axiomatic set theories”, has picked out the types of this constructivity and has pointed out the epistemological foundations of every type of constructivity.

V.V. Moroz

**THE CONSTRUCTIVE TENDENTIONS IN RUSSIAN PHILOSOPHY:
THE ROLE OF MATHEMATICAL CONSTRUCTIONS
IN THE REALIZATION OF PHILOSOPHICAL-MATHEMATICAL
SYNTHESIS**

In this article on the materials of philosophical-mathematical texts of N.V. Bugaev and P.A. Florensky the author reveals the mechanism of using of mathematical constructions in examining of philosophical problems. In this case the philosophical-mathematical synthesis is interpreted as a special method of discussion, in which the elements of

mathematical knowledge (concepts, theorems, models, etc.) take part in the revealing of the questions of philosophical nature, in such way help these questions become clearer and provoke the birth of new ideas.

A.A. Poberezhniy

THE RADICAL CONSTRUCTISM AND “THE CONSTRUCTIVE PHILOSOPHY OF SCIENCE”

In this article the author examines different forms of the constructivity, their epistemological sources, general features and the most essential distinctions, examines the genesis of ideas of constructivity, their interpretation and expression in intuitionism, constructivism of A.A. Markov’s school, in German “constructive philosophy of science” and in the radical constructivism in the end of the XX-th century. The author also examines theoretical sources of constructivism in I. Cant’s conception of a priori forms of contemplation.

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

**СБОРНИК СТАТЕЙ
*ВЫПУСК ТРЕТИЙ***

**Редактор Н. Д. Собина
Компьютерная верстка А. В. Кузнецов, В. В. Мороз**

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать 22.12.2004 г.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,9.
Тираж 500 экз. Заказ № 1192.

Издательство Курского государственного университета
305000, г. Курск, ул. Радищева, 33