ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ
ВЫПУСК ШЕСТОЙ

КУРСК
2006

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ШЕСТОЙ

КУРСК
2006

ББК 87.3
П 78

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П 78
Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск шестой/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2006. – 118 с.

ISSN 0131–5048

Шестой выпуск сборника статей включает результаты научных исследований, объединенных общей темой исследования: «Проблема конструктивности научного и философского знания». Сборник содержит работы учёных Белорусского государственного университета и Курского государственного университета. Сборник рекомендуется специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; материалы сборника могут быть использованы преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

ББК 87.3

ISSN 0131–5048

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	**5**
Еровенко В. А. «Поверить алгеброй гармонию»: от конфронтации двух культур к диалогу	**9**
Веретенникова Л.М. Конструктивность «нового» рационализма Гастона Башляра	**31**
Кузнецов А. В. Конструктивный и формально-феноменологический подходы в эпистемологическом следствии принципа двойственности	**37**
Мануйлов В. Т. Интуиционистская конструктивность математического знания	**43**
Михайлова Н.В. «Умеренный скептический платонизм» в системной триаде программ обоснования математики	**63**
Побережный А. А. Радикальный конструктивизм с точки зрения представителей различных направлений современной философии	**77**
Мороз В. В. Конструктивность взаимосвязи философии и математики: философско-математический синтез	**89**
Алябьев Д.И. Об онтологических и гносеологических аспектах оснований математики в программе формализма	**109**
Авторская справка	**114**
ABSTRACTS	**116**

Периодический тематический сборник «Проблема конструктивности научного и философского знания» выходит в издательстве Курского государственного университета с 2001 года. До настоящего времени вышли в свет пять выпусков: в 2001, 2003, 2004 и 2005 годах. Основу сборника составляют материалы исследований, проводимых научной творческой группой сотрудников кафедры философии КГУ в рамках исследовательских проектов, выигравших гранты Министерства общего и профессионального образования РФ (Проект № 6: «Концепции конструктивности математического знания в основных направлениях философии науки на пороге XXI века», 1997–2000 гг.), РФФИ (Проект 01–06–80278: «Конструктивность физико–математического знания в историко–философском аспекте», 2001–2003 гг.) и совместного гранта РГНФ–БРФФИ (Проект 05–03–90 300 а/Б : «Конструктивность и диалог в основаниях физико–математического знания: история и современность», 2005–2007 гг.). Печатаются в выпусках сборника и материалы ученых МГУ им. М. В. Ломоносова, других вузов Москвы и Курска. Основу шестого выпуска составляют материалы исследований, проводимых сотрудниками кафедры философии КГУ и учеными Белорусского государственного университета. По результатам исследований, опубликованным в предшествующих выпусках и в данном выпуске, защищено три кандидатские и две докторские диссертации.

Редакционная коллегия сборника приглашает к сотрудничеству всех работающих в области философии и методологии науки или в смежных областях, чьи научные интересы пересекаются с проблемой нашего сборника.

Предисловие

Предлагаемый вниманию читателей шестой выпуск тематического сборника статей продолжает публикацию результатов исследований, объединённых общей темой «Проблема конструктивности научного и философского знания» и направленных на решение фундаментальной научной проблемы на стыке истории философии, философии и методологии науки, связанной с проведением комплексных теоретических исследований взаимосвязи собственно физико-математических, общенаучных и общефилософских методов и подходов в истории европейской науки и философии. Первый выпуск сборника вышел в 2001 году[1]; второй выпуск – в 2003 году[2]; третий – в 2004 году[3], четвёртый – в 2005 году[4], пятый – в 2005 году[5].

---

[1] Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск первый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – 115 с.

[2] Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск второй/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003. – 133 с.

[3] Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск третий/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004. – 124 с.

[4] Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск четвёртый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – 124 с.

[5] Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск пятый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – 113 с.

Основное содержание сборника составляют результаты исследований руководителей и исполнителей совместного российско-белорусского научно-исследовательского проекта, получившего поддержку Российского гуманитарного научного фонда (РГНФ, проект №05-03-90300 а/Б) и Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ, проект № Г05Р-015).

Материалы, представленные в данном сборнике, содержат анализ различных аспектов проблемы конструктивности в современном научном и философском знании: от проблем обоснования математического знания до проблемы конструктивности социально-философского знания.

В статье В. А. Еровенко «“Поверить алгеброй гармонию”: от конфронтации двух культур к диалогу» обсуждается проблема математического и гуманитарного знания с точки зрения «двух культур». Показана методологическая значимость математики в создании надежной основы для проникновения в суть явлений и вещей. Математическое образование рассматривается в статье в контексте общности интеллектуальных задач гуманитарного и математического познания.

Статья Л. М. Веретенниковой «Конструктивность «нового» рационализма Гастона Башляра» посвящена рационалистической философской традиции, представленной в неорационализме Г. Башляром через призму материалистической эпистемологии. Обуславливаемая в научной деятельности «математическим рационализмом», данная традиция оформляется Г. Башляром в рациональную конструкцию, устраняющую иррациональность из своих материалов конструирования. Показана методологическая значимость новых принципов понимания научных процессов, позволяющих вводить понятия, соответствующие новому уровню развития общества.

Статья А.В. Кузнецова «Конструктивный и формально-феноменологический подходы в эпистемологическом следствии принципа двойственности» посвящена выявлению преимуществ конструктивной эпистемологии перед формальной в процессе познания мира как его последовательного осмысления в эвристической фазе.

В статье В. Т. Мануйлова «Интуиционистская конструктивность математического знания» рассматривается понятие конструктивности математического знания, характерное для интуиционистского направления в обосновании математики. Анализируется интуиционистское понятие конструкции, выделяются принципы интуитивности и субъективности конструкции; дается краткое изложение абстрактной теории конструкций Г. Крайзеля. Приводится описание основных объектов интуиционистской математики и их свойств. Выделяются и описываются гносеологические основания конструктивности интуиционистской математики.

В статье Н. В. Михайловой ««Умеренный скептический платонизм» в системной триаде программ обоснования математики» на базе постгёделевской философии проводится анализ методологических сомнений в существовании непротиворечивых формальных описаний математики, несмотря на эффективность аксиоматически построенных теорий. Основные трудности обоснования математики связаны с методологическим анализом стратегий обоснования, поскольку наиболее известные классические программы обоснования ориентированы на различные задачи и цели математического исследования. В статье рассматривается новая методология обоснования математики, открывающая в рамках системной триадической структуры дополнительные возможности анализа природы математического мышления на основе хорошо известных философско-методологических программ формализма, интуиционизма и платонизма, что, в свою очередь, потребовало уточнить понятие “математического платонизма” с точки зрения современного развития математики.

Статья А. А. Побережного «Радикальный конструктивизм с точки зрения представителей различных направлений современной философии» посвящена неоднозначному анализу данного направления в научном сообществе. В статье проанализированы основные направления критики радикального конструктивизма с различных философских позиций и наиболее значимые аргументы, используемые в этой критике.

Статья В. В. Мороз «Конструктивность взаимосвязи философии и математики: философско-математический синтез» посвящена ответу на вопрос, как возможен философско-математический синтез. Автор выявляет основания для типологии взаимосвязей философии и математики и выделяет различные способы понимания философии и математики в истории мысли для определения характера взаимосвязи указанных феноменов в рамках конкретного типа. В статье выявляются и подвергаются философской рефлексии уровни взаимодействия философии и математики, выделяется и описывается конструктивный тип их взаимодействия – философско-математический синтез. На основе единства этимологического, логического и исторического подходов к раскрытию понятия «философско-математический синтез» проводится классификация его разновидностей, утверждается и обосновывается, что варианты всех разновидностей могут быть обнаружены в истории философии.

Примечания к статьям сборника сделаны постранично. Библиография в конце статей. Статьи снабжены резюме, помещенными в начале каждой статьи.

Все статьи сборника помещены в авторской редакции и выражают точки зрения, не обязательно разделяемые редколлегией сборника.

Сборник может быть полезен специалистам по философии и методологии науки, истории науки и философии; он может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами вузов при изучении проблем истории, философии и методологии науки.

В. Мануйлов

Еровенко В.А.
(Минск)

“ПОВЕРИТЬ АЛГЕБРОЙ ГАРМОНИЮ”: ОТ КОНФРОНТАЦИИ ДВУХ КУЛЬТУР К ДИАЛОГУ*

Резюме

В статье обсуждается проблема математического и гуманитарного знания с точки зрения «двух культур». Показана методологическая значимость математики в создании надежной основы для проникновения в суть явлений и вещей. Математическое образование рассматривается в статье в контексте общности интеллектуальных задач гуманитарного и математического познания.

Стремление увидеть за словом цифры (число), представить искусство как определенного вида математику или описать его через нее берет начало в принципе математической эстетики пифагорейцев, согласно которому «*сущность красоты кроется во внутренних числовых отношениях*». Заметим, что синтаксические определения, знаки которых имеют содержательный смысл, могут превращаться в семантические. Поэтому на вопрос о «*сохранении гармонии*» нужно отвечать с учетом постоянного совершенствования математических методов в сторону все более полного и всестороннего охвата «*поверяемой гармонии*».

Традиционное представление об общей культуре, наряду с гуманитарными ценностями, включает в себя определенный уровень естественнонаучного и математического знания[1]. В соответствии с государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования Российской Федерации, математика — необходи-

* Работа выполнена при поддержке БРФФИ. Проект № Г05Р-015

[1] Еровенко В. Математика для гуманитариев: диалог в культуре // Беларуская думка. – 2005. – № 9. – С. 98–103.

мый компонент высшего гуманитарного образования. *Что же изучает математика*? Стандартный ответ: «множества с заданными в них отношениями и структурами», вряд ли можно признать удовлетворительным даже для профессиональных математиков. Среди континуума мыслимых множеств математиков реально привлекают очень редкие подмножества с соответствующими структурами и заданными в них отношениями. Смысл вопроса заключается в том, чтобы понять, чем так ценна для познания в целом эта малая часть научного знания. Как образно сказал, порывая с «темным светом средневековья», Данте: «Я поднял глаза, чтобы увидеть — видят ли меня». *Зачем филологу нужна математика*? Математические методы в языкознании применяются для создания математических моделей, объясняющих как можно большее количество языковых явлений и фактов, а также дающих возможность предсказывать такие явления. Применение математических методов в языкознании позволяет иногда заменить интуитивно сформулированную лингвистическую задачу одной или несколькими более простыми и более четко логически сформулированными математическими задачами, имеющими алгоритмическое решение.

Такой подход необходим при решении прикладных вопросов языкознания, связанных с автоматическим анализом и синтезом устной речи, информационной переработкой текста или созданием систем машинного перевода с помощью современных компьютеров. Такого рода задачи возникают в области прикладной лингвистики, которую также называют математической, информационной и компьютерной. В осеннем семестре 1960 года выдающийся математик академик А. Н. Колмогоров прочел на механико-математическом факультете Московского государственного университета цикл докладов, озаглавленный «Теория вероятностей и анализ ритма русского стиха», слушателями которого были будущие академики, литературоведы А. А. Зализняк, В. В. Иванов, В. Н. Топоров и многие другие. Вспоминая совместную работу на этом семинаре по математической лингвистике, он говорил, что не уловил во мнениях литературоведов ничего противоречащего его установкам в отношении математического, статистического и вообще «формального исследования стиха», изложенным в его докладах. Профессиональный разговор о поэзии невозможен без стиховедческих знаний в области форм стиха — метрики, рифмовки, строфики, что является важным компонентом университетского филологического образования. Тут явно недостаточно простой арифметики —

здесь нужна «алгебра» слогоисчисления и «комбинаторика» конфигураций рифм. *Математика — это особый тип универсального знания, в котором «мысль движется дедуктивно», освобождаясь от неисчерпаемых особенностей конкретных явлений*. В таком движении мысли математики опираются на свои слова-символы, поэтому научное знание во все большей мере осваивает современный математический язык.

Известного специалиста по общей поэтике академика М. Л. Гаспарова спрашивали, не убивают ли подсчеты алгеброй гармонию, не мешают ли они непосредственному наслаждению поэзией. Он неизменно отвечал: нет, помогают, поскольку «многие мелочи, из которых складывается гармония, лежат ниже уровня сознания и непосредственно слухом не отмечаются, только когда нащупаешь их подсчетами, начинаешь их замечать». Применение математических методов в стиховедении так же строго, как и сама наука о стихе, поскольку еще античные стиховеды устанавливали количественные отношения для долгих и кратких слогов, находили простейшие единицы измерения — стопы, а также более сложные единицы — стихи и строфы. В разное время и в разных языках сочетания долгих и кратких слогов или ударных и безударных может быть различным, но суть от этого не меняется, поскольку все это — математика. Подсчеты требуют медленного чтения и перечитывания стихов, кроме того, часть подсчетов могут оказаться излишними, но все равно это полезно. «*Я хорошо понимаю,* — писал Гаспаров, — *что это — черта личная*: *другим* (*и многим*) *анализировать поэзию, поверять алгеброй гармонию значит убивать художественное наслаждение от нее. Ничего плохого в таком отношении нет, просто это значит, что такому человеку противопоказано заниматься филологией — как близорукому водить машину и т.п.*»[2]. Сошлемся также на мнение другого выдающегося филолога С. С. Аверинцева, который говорил, что «поверять алгеброй гармонию — не выдумка человеконенавистников из компании Сальери, а закон науки. Но свести гармонию к алгебре нельзя». На одной алгебре общекультурно значимой вещи не сделаешь, но без закона, хорошей модели или формулы никакой создатель значимых и содержательных вещей обойтись не может.

Математику, как олицетворение рассудочности, принято иногда противопоставлять поэзии, постигающей мир «иными путями». Тем не менее, именно в анализе поэтического языка содержатся наиболее

---

[2] Гаспаров М. Л. Записи и выписки. – М.: НЛО, 2000. – С. 316.

оправданные сопоставления элементов логики художественного и математического мышления. В стремлении к многоохватному анализу может исчезнуть сама проблема «поэзия и математика». Выделение аспектов, для анализа которых необходим математический анализ, методологически допустимо, если они не отрицают иных постановок вопросов, связанных с проблемами эстетической ценности и многозначности поэтического языка. В начале прошлого века были предприняты попытки «поверить алгеброй гармонию». Русский математик академик А. А. Марков в работе «*Пример статистического исследования над текстом «Евгения Онегина», иллюстрирующий связь испытаний в цепь*» провел статистическое исследование чередования гласных и согласных букв, в качестве иллюстрации к созданной им математической теории «марковских цепей». Это был неслучайный факт. Поскольку в языке можно наблюдать регулярные отношения и, кроме того, так как язык содержит поддающиеся счету дискретные единицы, то он допускает возможность математического описания. До сих пор эти факты не оказывали существенного влияния на методологию лингвистики. За исключением структурной лингвистики, она оставалась эмпирической наукой.

Эмоциональные доводы в пользу того, что математические методы не дают дополнительного инструмента познания по отношению к филологическому знанию, основаны на том, что научное изучение ритмики стихотворения относится к его внутреннему смыслу, как лингвистический анализ текста математической статьи к оценке ее содержательности, истинности и убедительности. Несмотря на это, трудно поверить в то, что современный образованный человек может отказаться от веры в общезначимое математическое знание. Опасна вера, не имеющая для себя оснований. Откуда она у математиков? И, вообще, кто может называть себя математиком? Вот как ответил на этот вопрос, выдающийся математик XX века, один из основоположников функционального анализа Стефан Банах: «*Математик — это тот, кто умеет находить аналогии между утверждениями*; *лучший математик тот, кто устанавливает аналогии доказательств*; *более сильный математик тот, кто замечает аналогии теорий*; *но можно представить себе и такого, кто между аналогиями видит аналогии*». Сам Банах с помощью языка функционального анализа блестяще выявлял аналогии между различными математическими теориями, поэтому его вера в математическое знание покоилась на более серьезных основаниях. Мысль, выраженная гениальным поэтом, многозначна и трудно уловима, а сфера ее применимости очерчена неясно, в отличие от ясной и недвусмысленной мысли, изложенной в ординарной математической работе. Поэтому столь естественным выглядит желание математиков расширить сферу познания, чтобы получить все знание о мире, в том числе и гуманитарное, с той же степенью ясности, которая свойственна математическим наукам.

Математика не отличается от других форм культурной деятельности, хотя она стала важнейшим принципом научного знания. Образованные люди должны уметь логически грамотно формировать новые понятия, строить непротиворечивые классификации, иметь представление о некоторых математических структурах, отделять существенные признаки от несущественных, как это делается в аксиоматических теориях. Уместно заметить, что смысл математического понятия не содержится только в его формальном определении. Как сказал известный математик академик В. И. Арнольд: «*Математика сводится к исследованию формальных следствий из аксиом не более чем стихосложение — к последовательному выписыванию букв алфавита*». Выделение математики из других наук произошло по способу конструирования объектов. Хотя математические объекты довольно абстрактны, считать, что будущему филологу или лингвисту трудно оперировать с такими категориями, явное преувеличение, поскольку с абстрактными категориями в гуманитарных науках приходится иметь дело не меньше, чем в естественных науках. Не только интеллектуальное, но и чувственное познание нормально протекает как движение от абстрактного к конкретному, как последовательная конкретизация первоначального общего представления. В математике так же, как и в любом гуманитарном знании, есть недоказуемые и неразрешимые утверждения, которые трудно считать истинными или ложными, что тем не менее не портит репутацию математики как проверенного метода достижения достоверного знания.

Методологическая значимость современной математики состоит в том, что даже студенты-нематематики имеют уникальную возможность осознать и понять, что можно считать основанием хорошо формализованной теории, необходимым для аргументированного исследования. Известный французский философ Жан-Франсуа Лиотар говорил, что все дисциплины, имеющие отношение к «телематике» (информатика, лингвистика, математика) должны быть признаны как приоритеты образования, поскольку «увеличение числа таких экспертов должно ускорить прогресс исследований в других областях познания»[3]. *Что такое доказательство с математической точки зрения*?

[3] Лиотар Ж.-Ф. Состояние постмодерна. – М.: ИЭС; СПб.: Алетейя, 1998.– С. 117.

Рассуждения, использующие слова, подобные «значит», «таким образом», «следовательно», на самом деле не являются доказательствами, поскольку логические связи подменяются в них поверхностными, чисто психологическими ассоциациями. Для использования указанных слов не на метафорическом уровне, а на уровне операциональном нужно хорошее знание хотя бы некоторых, доступных для всех, разделов математики. Если студенты-гуманитарии отказываются от этого, то тем самым они отказываются от многих возможностей развития и обоснования своих идей. Поэтому одна из целей обучения математике гуманитариев — чисто психологическая, состоящая в создании новой психологии обучения, параллельной обычной, гуманитарной, с целью формирования дисциплины мышления. Ответом на поставленный вопрос для филологов может быть следующая характеристика доказательства: «Доказательство — это такая конструкция, синтаксическая правильность которой гарантирует семантическую».

С точки зрения любого гуманитарного и естественнонаучного знания, кроме математики, это не просто характеристика, а вполне приемлемое определение. Группа математиков, выступавшая под общим псевдонимом Никола Бурбаки, начинала свои «Начала математики» словами: «Со времен греков говорить математика — значит говорить доказательство». Хотя термин «доказательство» является едва ли не самым главным в математике, он не имеет точного определения. Вторгаясь в область психологии, можно сказать, что «*доказательство*» — *это такое рассуждение, которое убеждает нас настолько, что с его помощью мы готовы убеждать других*. Английский писатель и пропагандист науки Чарльз Сноу в получившей широкий отклик лекции «Две культуры и научная революция» утверждал, что существуют две отдельные культуры: одна — культура естественников и математиков, другая — литературная и традиционная, которая принадлежит гуманитариям. Известный логик и математик профессор В. А. Успенский считает, что «под видом математики мы на самом деле преподаем … русский язык, но со смыслом, с семантикой». В школе изучают морфологию и синтаксис, а семантике не учат, поскольку это гораздо труднее. Целью обучения математике студентов-филологов является формирование понимания ими сущности ряда математических методов, полезных в языкознании и стиховедении, и воспитание у них определенной математической культуры, то есть умения математически исследовать гуманитарные явления реальности.

Компьютерная революция и новые информационные технологии необычайно расширили оттенки смысла, передаваемого числами с помощью цифровых устройств. Рассматривая проблематику «двух культур» или двух типов мышления, известный физик академик Е. Л. Фейнберг утверждал, что «успехи математизированного знания и техники создают предпосылки для сближения этих культур»[4]. В связи с тем, что формализуемый интеллектуальный труд постепенно передается «искусственному интеллекту», можно наконец по достоинству оценить внелогические, подлинно творческие и эстетические компоненты науки. Нельзя не восхищаться красотой, поэтому эстетическое начало, заложенное в математическое знание, всегда вызывало ответные ассоциации у выдающихся поэтов. У поэтов начала прошлого века Николая Гумилева, Максимилиана Волошина, Велимира Хлебникова и других выдающихся поэтов есть замечательные стихи о числах и формулах с неожиданными прозрениями для каждого, кому не чужда научная тематика. В этом проявляется естественная потребность каждого образованного человека ощутить себя носителем культуры, как общего процесса духовного, интеллектуального и эстетического развития. Вот достойный образец философско-поэтического осмысления классического дифференциального и интегрального исчисления, данный Валерием Брюсовым:

Здесь что? Мысль роль мечты играла,
Металл ей дал пустой рельеф;
Смысл — там, где змеи интеграла
Меж цифр и букв, меж d *и* f.

Одной из объективных трудностей преподавания математики гуманитариям является предубеждение части студентов-гуманитариев против математики, сложившееся под влиянием отсутствия ощущения целесообразности. «*Математика имеет задачей не обучение исчислению,* — говорил Лев Толстой, — *но обучение приемам человеческой мысли при исчислении*». К сожалению, многие отождествляют математику с собственным представлением о ней или неудачным школьным опытом ее изучения. К субъективным трудностям можно отнести отсутствие потребности у многих людей с гуманитарным стилем мышления в логически полноценной аргументации и слабой личной мотивацией мировоззренческих функций обучения математике. Стиховед с мировым именем, профессор В. Е. Холшевников писал: «Немудрящей

[4] Фейнберг Е. Л. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. – Фрязино: «Век-2», 2004. – С. 14.

арифметикой мы пользуемся охотно, миримся с немного более сложной элементарной статистикой, но обработка статистических данных методами теории вероятностей вызывает у некоторых из нас протест и подозрения в формализме. Почему? Не потому ли, попросту, что мы, филологи, не знаем высшей математики, не понимаем ее языка?»[5]. У противников математических методов анализа под поверхностью их мольбы за «гуманизм» и «чистоту» их науки иногда бессознательно, а иногда и агрессивно, отчетливо скрывается стремление предохранить «душу» от современных методов научного познания.

«*Мы живем в такие времена, когда, ненаучно выражаясь, все слова уже сказаны*», — писал Сергей Аверинцев. Даже отталкивание от «косности» слова и его недостаточности, согласно тютчевской формуле «мысль изреченная есть ложь», служит для мысли конструктивным стимулом. В математике объекты создаются из интерпретации слов и их сочетаний, входящих в словесное определение термина, описывающего исследуемый объект. Соответствующая культура мышления воспитывается на конкретных примерах, которыми столь богата математика, показывающих, как несоблюдение логических правил рассуждения приводит к ошибкам и несоответствиям. Не следует думать, что знание стандартных математических структур исчерпывает математику. Можно сказать, что все как раз наоборот: эти структуры представляют собой лишь наиболее поверхностные аспекты современной математики. Обыкновенно понятие «структура» относится к распознанию некоторого единства и взаимодействия частей, образующих целое, в применении к реальным объектам познания. Четкое осознание конкретного типа математической структуры как эффективного средства ориентации на «безбрежных просторах математики» в духе методологического принципа «бритвы Оккама» произошло сравнительно недавно. Универсальность математических структур проявляется в том, что они составляют основу языка и аппарата различных областей математики и фундаментального знания.

Классический университет, в соответствии с его предназначением, должен выпускать хорошо образованных филологов с фундаментальной подготовкой, не позволяющей замыкаться на своей профессии. Парадоксальность ситуации с работой, выполняемой на стыке интересов математиков и лингвистов, в том, что она рискует оказаться не принятой ни теми, ни другими. В журнале «Успехи математических наук» была опубликована работа французского математика Рене Тома

---

[5] Холшевников В. Стиховедение и математика // Содружество наук и тайны творчества. – М.: Искусство, 1968. – С. 385.

«Топология и лингвистика», хотя ее вполне можно было бы напечатать, например, в «Вопросах языкознания». Основной результат этой работы состоит в обнаружении «*тесного структурного параллелизма между фрагментами двух языков: «человеческого» языка обыденной жизни и языка ньютоновской механики в его крайне схематизированном и топологизированном варианте*»[6]. В этой работе Том опирался на математическую теорию, которой он дал рекламный вариант названия — «теория катастроф». В частности, он отмечал, что полная формализация естественных языков представляется невозможной по следующим причинам.

А. Если бы одновременная формализация данного языка и метаязыка, его описывающего, оказалась возможной, то, как и в математике, появились бы парадоксы, препятствующие полной формализации арифметики.

Б. Даже если не требовать одновременной формализации метаязыка, невозможно избежать аксиом «обрамления», которые позволяют неограниченно удлинять правильно составленные выражения.

В. Наконец, само понятие «правильной составленности» в естественном языке не является ни жестко определенным, ни четко ограниченным.

Принципиальная возможность осуществления машинного перевода доказывает, что законы лингвистики в основном достаточно просты для того, чтобы допустить их математическое описание. Большинство явлений лингвистики и стиховедения имеет, по существу, дискретный характер, поэтому для их исследования нужно применять в первую очередь методы дискретной математики. Заметим, что стремление к строгости, логической убедительности доказательств и однозначности терминов независимо возникли в самом языкознании и теории стиха, а сотрудничество с математикой в любой области знания только стимулирует этот процесс. На этом основании стало возможным говорить о «математической лингвистике». *Что такое математическая лингвистика*? Математическую лингвистику определяют, как применение математических методов в исследовании языка или как описание языковых фактов точными методами, что связано с двумя точками зрения на возможности применения конкретного математического аппарата и специфических математических методов к языку. С одной стороны, выразить математическим языком научные данные, сформулированные на языке лингвистики, а с другой стороны,

[6] Том Р. Топология и лингвистика // Успехи математических наук. – 1975. – Т. 30, Вып. 1. – С. 199.

изучить математическими методами лингвистические объекты для установления новых свойств этих объектов, которые не поддаются изучению нематематическими методами. В лингвистике пока речь идет о первых шагах применения математики, поэтому нельзя сравнивать, например, термин «математическая лингвистика» с аналогичным термином «математическая физика». Математическая физика — это раздел математики, нацеленный на физические приложения, который по своим методам не менее сложен, чем любой другой раздел математики.

Выделится ли математическая лингвистика в качестве промежуточной или самостоятельной дисциплины, как это произошло с математической логикой, и какое влияние она окажет на лингвистику? Решение этого вопроса зависит от точек зрения на проблему единства научного знания. Относительную медленность развития математической лингвистики можно объяснить тем, что область приложения лингвистики определилась очень давно и была стабильна в течение столетий, поскольку в ней не было «революционных открытий», сыгравших значительную роль в развитии человечества. Но во второй половине прошлого столетия положение коренным образом изменилось, поскольку требования, которые предъявляют к лингвистике компьютеры и люди, совершенно разные. В чем трудность взаимоотношения между традиционной лингвистикой и вновь вторгающимися в лингвистику идеями? Как сказал известный математик Р. Л. Добрушин: «*Большинство современных лингвистов полагает, что новыми приложениями, новыми задачами и методами могут заниматься математики, техники, физики — все, кто хочет, лишь бы только оставили в покое самих лингвистов и их науку*»[7]. Среди лингвистов, сетует он, имеются лишь отдельные горячие приверженцы новых идей, хотя отношение к этим идеям большинства лингвистов напоминает испуг. В результате новыми областями лингвистики, как побочным делом, занимаются в основном математики и информатики, хотя в новой лингвистике, основанной не только на качественных методах рассуждения, но и на глубоком количественном изучении, много нерешенных проблем теоретического характера.

Языкознание в отличие от математики имеет дело не с абстрактными системами отношений, а с реально действующей системой языка. Причиной существования различных литературных стилей является то, что в естественном языке одинаковое содержание может

---

[7] Добрушин Р. Л. Математические методы в лингвистике // Математическое просвещение. – 1961. – Вып. 6. – С. 50.

быть выражено различными художественными средствами. Понятие стиля не ограничено соотношением средств выражения и выражаемого содержания, поскольку оно содержит количественные характеристики, не имеющие непосредственного отношения к содержанию и смыслу, которые наиболее объективно характеризуют авторские стили индивидуальных языков. Кроме познаваемого мира мышления, есть мир чувств и мир человечества, поэтому тем, кто стремится узнавать новое, трудно пресытиться в этих «трех» мирах, поскольку новому нет конца. Главная проблема, с которой сталкивается исследователь — это проблема контекста осмысления в расколотом мире «двух культур» Чарльза Сноу с его установкой на несовместимость гуманитарного и естественнонаучного взгляда на мир. Как говорил профессор Б. И. Ярхо в «Методологии точного литературоведения» своему более счастливому продолжателю: «Тот, кто сумеет путем математической аргументации развернуть перед нами грандиозную картину литературного потока в виде тысяч отдельных волн, набегающих друг на друга, то текущих рядом, то вновь расходящихся в бесконечном движении, — тот завершит закладку фундамента точного литературоведения». *В чем заключается ценность математического языка и математической методологии в лингвистике и литературоведении*?

Ценность их в том, что при помощи математического языка и соответствующих методов, направленных на изучение лингвистических объектов, удается раскрыть механизмы действия определенных структур, наполненных лингвистическим содержанием, задавая определенный уровень строгости и точности исследования. Чарльз Сноу в знаменитой лекции «Две культуры и научная революция» отмечал, что духовный мир, в который он включал и практическую деятельность, все явственнее поляризуется на противоположные части. На одном из полюсов — художественная интеллигенция, которая стала называть себя просто интеллигенцией, а на другом полюсе — представители естественнонаучного знания, лучшими из которых он считал физиков. Симметрической разностью двух множеств A и B, обозначается $A \Delta B$, называется множество, которое состоит из всех элементов, принадлежащих ровно одному из множеств A и B: $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Пусть A — «множество людей, имеющих представление о гуманитарном знании», а B — «множество людей, имеющих представление об естественнонаучном знании», тогда $A \Delta B$ — «множество людей, имеющих представление только о гуманитарном знании или только о естественнонаучном знании». *Проблема «двух культур» состоит в том, чтобы сделать множество A Δ B пренебрежимо малым*. Учитывая то, что для литературной культуры в целом характерна подчеркнутая неосведомленность в области естественных и математических наук, его особенно беспокоила составляющая $A \setminus B$ множества $A \Delta B$.

Курсы высшей математики для гуманитариев пытаются ликвидировать «ореол непознаваемости», созданный вокруг математики самими математиками дедуктивно-аксиоматическим изложением. Вера в адекватность формализма и знание отдельных черт сложного явления позволяет предвосхищать математические истины, не доступные чистой интуиции. Интуитивные и логические компоненты творчества необходимы как в процессе математического, так и гуманитарного познания. Вот что писал по этому поводу выдающийся математик XX века Рихард Курант: «*Математика содержит в себе черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения и стремления к естественному совершенству. Ее основные и взаимно противоположные элементы — логика и интуиция, анализ и конструкция, общность и конкретность. Как бы ни были различны точки зрения, питаемые теми или иными традициями, только совместное действие этих полярных начал и борьба за их синтез обеспечивают жизненность, полезность и высокую ценность математической науки*»[8]. Гуманитарные аспекты развития математического знания в контексте единства науки и культуры дополняют и проясняют различные естественнонаучные подходы. Потребность в целостном осмыслении действительности способствуют выявлению влияния социальных и культурных факторов на становление научных теорий. Рассматривая математическое образование студентов-филологов с этой точки зрения, можно говорить об общности интеллектуальных задач гуманитарного и математического познания.

Хорошо известно, что моральные навыки, приобретенные в какой-либо области знания, в значительной мере переносятся и на более широкие сферы мышления и практической деятельности. В этом смысле полнота аргументации, интеллектуальная честность и правдивость, являются составной частью научного мышления человека, занимающегося математикой, и довлеют над ним в жизненных ситуациях практического поведения. Педагогическая сторона аксиоматического метода для студентов-гуманитариев состоит в том, что большое воспитательное значение для мышления имеет поиск экономии средств и аргументация связи гипотез с заключениями. В математике нет «наполовину доказанных» или «почти доказанных» утверждений. *Одна из главных функций математического доказательства — создание*

[8] Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? – М.: МЦНМО, 2004. – С. 20.

надежной основы для проникновения в суть вещей. Современное требование математической строгости основано на том, что доказательство должно опираться на математические аксиомы и не использовать ничего такого, пусть даже интуитивно очевидного, что не содержится в аксиомах, а также выводить математические утверждения из аксиом и уже доказанных теорем с помощью определенных логических рассуждений. Трудности в соответствовании стандартам математической строгости возникают иногда не за счет недостатка аксиом, а из-за ограниченности принятых средств логического вывода или способов доказательства.

Точность математики служила моделью для размышления в других сферах жизни, включая этику и политику. Филолог тоже не имеет «права на субъективность», на культивирование субъективности, но, с другой стороны, он не может оградиться надежной стеной точных методов, хотя в обычном языке поверхностные лингвистические структуры постоянно нарушаются, «обстреливаются» со стороны более глубоких смысловых структур. Выдающийся специалист не только по проблемам литературы, но и гуманитарной культуры в целом Сергей Аверинцев в «Похвальном слове филологии» писал: «*Филология есть* «*строгая*» *наука, но не* «*точная*» *наука. Ее строгость состоит не в искусственной точности математизированного мыслительного аппарата, но в постоянном нравственно-интеллектуальном усилии, преодолевающем произвол и высвобождающем возможности человеческого понимания*»[9]. А насколько правилен термин «точные науки»? Может быть, в действительности все науки должны быть точными, а неточность — это привилегия искусства? Чтобы избежать субъективных оценок, филологу необходимо сочетать в себе интуицию художника, не всегда надежную и правильную, и логичность ученого, стремящегося к точному объективному знанию.

Хорошо известно, что Александру Сергеевичу Пушкину математика не давалась с детства, и поэтому он ее не любил наряду с политическими науками. Однако уже в первом номере журнала «Современник», издававшегося Пушкиным, была напечатана статья дипломата и популяризатора науки князя П. Б. Козловского «Разбор Парижского математического ежегодника», а в третьем номере журнала — статья о теории вероятностей того же автора под красноречивым названием «О надежде». По мнению современников, эти статьи украшали страницы журнала. Последняя статья представляла собой первое популяр-

---

[9] Аверинцев С. Похвальное слово филологии // Юность. – 1969. – № 1. – 101.

ное изложение на русском языке теории вероятностей. Она была написана столь искусно, что позволяла вполне успешно решать простейшие вероятностные задачи, не предполагая в читателе никакого познания высшей математики. В пушкинскую эпоху верили в возможность найти надежные математические формулы порядка выпадения случайных чисел, относящихся к картам или рулетке, и изучали с этой точки зрения теорию вероятностей. Средством охранения от пагубных и горьких следствий обманчивых надежд Петр Козловский считал распространение «философской математики, называемой исчислением вероятностей» или «наукой исчисления удобосбытностей», чтобы «с первыми алгебраическими понятиями она в самых средних умах ясно и глубоко впечатлевалась». Это не казалось ему столь трудным, «как многие воображают от страха алгебраических формул». Более того, он полагал, что «*постепенное перехождение от одного умозаключения к другому есть само по себе уже умственное движение, небесполезное для здравия рассудка*»[10]. Почему же Пушкин, не понимавший математику, печатал «излишне умные» работы о ней в своем журнале? Может быть, поэт хотел «в просвещении стать с веком наравне»? Это был его посильный вклад в мировоззренческий уровень образованности современного общества. Мода на математику и представление о том, что математика стоит наравне с просвещением века и даже определяет его, было широко распространено в то время не только в научных, но и в литературных кругах.

В хрестоматийном отрывке 1829 года «О, сколько нам открытий чудных…», перечисляя благословенные силы, готовящие «просвещенья дух», Александр Сергеевич Пушкин в один ряд с «опытом» и «гением» поставил «случай». Вникая в заложенные в это незавершенное пятистишие перекрещивающиеся житейские, художественные и философские смыслы, нельзя не обратить внимание на внутреннее сходство пушкинского поэтического дискурса и принципов современного научного мышления. В XX веке философией и методологией научного знания было осознано, что постижение реального и духовного мира невозможно без дискурсии и интуиции. Напомним, что термин «дискурсивный» означает рассудочный, опосредованный и логический, в отличие от чувственного, непосредственного и интуитивного. Особенно восхищают и ошеломляют последние две строчки пятистишия, пока-

---

[10] Шикин Е. В., Шикина Г. Е. Гуманитариям о математике: Учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – С. 125.

зывающие нам не только пушкинскую концепцию случая, но и акт самопознания культуры, неотъемлемой частью которой является научное знание:

О, сколько нам открытий чудных
Готовит просвещенья дух,
И опыт, сын ошибок трудных
И гений, парадоксов друг,
И случай, бог-изобретатель…

Знакомство с основами вероятностного мышления необходимо каждому грамотному специалисту-филологу, но, прежде всего, будущему исследователю. Возможностям и путям использования точных методов в литературоведении посвящена книга главы «смоленской филологической школы», профессора В. С. Баевского «Лингвистические, математические, семиотические и компьютерные модели в истории и теории литературы»[11]. Подводя итог истории литературы XX столетия и открывая перспективы исследований в XXI веке, автор исходит из убеждения, что нет такой сложной проблемы, в которой невозможно продвинуться с помощью математических методов, прежде всего теории вероятностей и математической статистики, а также логики и компьютерного моделирования. Успешное использование современных компьютеров невозможно без формализации мыслительной деятельности человека и роста математизированного знания. С другой стороны, строгая наука тоже нуждается в сопряжении с гуманитарным знанием, поскольку сама опирается на «человеческий фактор». Это одна из предпосылок к сближению и диалогу гуманитарного, естественнонаучного и математического знания.

«Поверка алгеброй гармонии» — дело необычайно трудное и сложное, но, тем не менее необходимое для научного анализа творческого процесса. Во-первых, отрицание какой бы то ни было близости между художественным и математическим мышлением означало бы отрицание единства гносеологических основ всех форм познания и мышления. Во-вторых, помимо глобальной теоретико-познавательной, гносеологической цели, «поверка алгеброй» имеет и более конкретные цели. Следует различать формализм как метод отрыва формы от содержания и формализацию, способствующую более глубокому пониманию содержания на основе изучения структуры и соотношений

[11] Баевский В. С. Лингвистические, математические, семиотические и компьютерные модели в истории и теории литературы. – М.: Языки современных культур, 2001. – 336 с.

исследуемых явлений. Формализация в сфере языка полезна и необходима, поскольку уже доказала свою пользу и нужность, хотя не следует забывать о том, что любая успешная формализация в гуманитарной сфере с помощью логико-математического упорядочивания выявляет лишь структуры «низших слоев бытия». Из вышесказанного можно сделать вывод, что «*применение математических методов не превращает лингвистику в чисто дедуктивную науку*»[12]. Человеческое познание невозможно ограничить заданными дедуктивными процедурами в рамках некоторой формальной системы. Математические методы взаимодействуют с эмпирическим изучением факторов, что требует от исследователя в равной мере разбираться в лингвистической проблематике и владеть соответствующим математическим аппаратом.

У математики с любой наукой можно обнаружить содержательные связи. На самом деле, с точки зрения методологии исследования, математика и филология соприкасались давно. Например, в стихотворной речи с большей или меньшей степенью регулярности повторяются и строятся в ряды чем-то подобные элементы. Поэтому, определяя основные категории стихотворной речи, нельзя обойтись без математики. *В паре математика и филология в качестве основной связи выступает язык, поскольку именно филологи и математики работают со словом с особой тщательностью*. Математика — это один из языков, точнее международный язык, поэтому можно представить какой будет результат, если, например, при изучении иностранного языка студенты только слушают преподавателя, не разговаривая на нем. Математика не просто один из языков, а еще и рассуждение или способ размышления, т.е. как бы язык и логика вместе. Основная задача языка математики — дать точное и удобное определение математического суждения, т.е. дать такой язык, на который можно было бы перевести математические утверждения, допускающий сравнительно легкий перевод на естественный язык. С точки зрения эффективности математики, самое опасное при этом не незнание языка, а недостаточное знание. Основные расхождения между естественным языком и языком математики связаны с различным построением языкового знака и знака математического в системах передачи информации. Язык математики оказывается эффективным именно потому, что математика только к нему не сводится.

---

[12] Мачавариани М. В. О взаимоотношении математики и лингвистики // Вопросы языкознания. – 1963. – № 3. – С. 91.

Австрийский философ и логик Людвиг Витгенштейн сравнивал язык со старинным городом, в котором лабиринты маленьких улочек и площадей окружены множеством новых районов с прямыми улицами регулярной планировки. Развитие внутри самой математики приводит к терминологическим изменениям языка науки, хотя всегда остается некоторое расхождение между интуитивной идеей и точным математическим языком, описывающим ее в научных и логических терминах. Переход на лаконичный стиль языка математики освобождает от тавтологического многословия, а суммарный эффект от такого манипулирования проявляется в свободе мышления. При этом следует помнить о том, что математические обозначения и языковые обозначения в каких-то отношениях сходны, но зато в других отношениях, совершенно различны. Поэтому если языковые явления обозначать только математически, то можно лишить язык всякого содержания, и он перестанет быть языком. Витгенштейн считал, что *следует говорить только о том, что поддается высказыванию, и молчать об остальном*. В мышлении многое зависит от слова, которое стоит на границе высказываемого. Мысль выявляет себя, поверяет себя и утверждает себя, соотносясь со словом. Цель языковой деятельности — это достижение взаимопонимания. Полная формализация естественных языков представляется априори невозможной, поскольку жесткое разграничение синтаксических и семантических неправильностей может быть только условным. Примеры подобного рода можно встретить среди парадоксов теории множеств, описанных на естественном языке. Настаивая на исключении из теории множеств таких противоречий, не следует всякий раз «поверять алгеброй гармонию» и пытаться втиснуть все многообразие противоречий в узкое ложе истины.

При изучении количественных закономерностей языка приходится встречаться с такими лингвистическими явлениями, как употребительность слова, длина буквосочетания, информационный вес слова и т.п., что может быть выражено с помощью числа и, следовательно, можно рассматривать в качестве математической величины. Определение целей и конкретного содержания курса «Основы высшей математики» для студентов-филологов связано с ответом на вопрос о том, зачем вообще люди многих поколений вот уже более двух с половиной тысяч лет занимаются математикой. Вот что сказал по этому поводу в эссе «Математический человек» выдающийся мыслитель немецкоязычной литературы прошлого века Роберт Музиль: «*Математика есть роскошь, которую позволяет себе чистый разум, — роскошь* *броситься вперед очертя голову. Одна из немногих, какие еще остались. Некоторые филологи тоже заняты предметами, польза которых сомнительна для них самих… А вот математики предаются самому отважному и восхитительному авантюризму, какой доступен человеку, именно посреди этих проблем, в их средоточии*»[13]. Математика представляет собой культурную ценность не только в лоне общечеловеческой культуры, но и сама по себе, как важнейшая составляющая гуманитарно-ориентированного научного мировоззрения. Знакомство с основами таких разделов математики XX века как теория множеств и их отображений, классическая теория вероятности, финансовая математика и др., при создании специальной содержательно-методической линии, воспитывает у студентов-филологов высокую требовательность к полноценной аргументации, что, в свою очередь, способствует формированию устойчивых моральных принципов.

Основная методическая задача математики для филологов — это заинтересовать в расширенном университетском образовании, преодолев академизм теоретического материала. Например, известная «непостижимая эффективность математики» в современных науках — это расширение понятия реальности, лежащее в основе психологии математического творчества, обеспечивающее ему подлинную свободу. Ценивший «простоту» и «ясность» Стендаль говорил: «*Я любил и теперь еще люблю математику ради нее самой, как не допускающую лицемерия и неясности — двух свойств, которые мне отвратительны до крайности*». Для университетского образования характерно то, что студенты учатся благодаря своей активности. Полноценное обучение математике не индуктивно, оно включает в себя «проход через ошибки и заблуждения». На первых же занятиях по математике следует приучать студентов-гуманитариев не стесняться ошибок. Ошибки играют в математике не меньшую роль, чем доказательства. Ошибка в изучении новой теории вполне демократична, хотя некоторым «учебным» заблуждениям вполне можно придать методическую упорядоченность. Тем не менее эти ошибки полезно «пережить», чтобы знать, «куда ходить не надо». Даже негативные результаты в обучении математике студентов-гуманитариев можно использовать как один из важных методических приемов университетского образования. Анализируя их причины и пути их преодоления можно более осознанно идти вперед. Поэтому отдельные примеры и упражнения курса «математики

---

[13] Музиль Р. Малая проза. Т.2. – М.: Канон-пресс-Ц, 1999. – С. 302.

для филологов» ориентированы на выработку навыков исправления неточностей в формулировках, рассуждениях и доказательствах.

Готовая истина не способствует развитию творческого мышления. Даже в самой математике невозможно полностью вытеснить элемент человеческого понимания, заменив его алгоритмическими процедурами. Поэтому филологическая ориентация этого учебного пособия обусловила особое внимание к естественному языку, который используется в рассмотренных разделах математики. *Важнейшая методическая проблема преподавания математики для филологов — это не проблема уровня строгости изложения, а проблема построения смысла*. Абсолютная строгость, утверждал известный французский математик и лингвист Рене Том, возможна только благодаря отсутствию смысла, поэтому, можно сказать, что понятия «строгости» и «смысла» дополнительны друг к другу. Естественный язык является наиболее фундаментальной и универсальной знаковой системой. В языкознании также говорят о дополнительности смысла некоторого высказывания и его формальной структуры. Образно говоря, излишне акцентированное внимание к анализу структуры высказывания может отдалить понимание его смысла, подобно тому, как это происходит при чтении по слогам. Даже в математике понятие «математической структуры» не претендует на объяснение успехов математизированного мышления. Оно возникло из стремления к объединению математики, систематизации ее приемов и к установлению общих закономерностей, подчиняющих себе другие сферы деятельности, поскольку высшее назначение математики — «находить порядок в хаосе, который нас окружает».

Какой должна быть научная осведомленность любого человека с университетским гуманитарным образованием? Известный литературовед Ю. М. Лотман доказывал в своих работах, что художественный текст со свойственными ему образами, метафорами и ритмикой несет в себе гораздо большую информацию, чем обычный текст, поэтому вне художественной структуры, созданной для этого произведения автором, трудно передать присущее ему содержание. Не слишком ли далеко зашла гуманитарная специализация в классическом университете? Не ограничивает ли она возможности сближения «двух культур» Чарльза Сноу? Наконец, должны ли классические университеты стремиться к воспитанию утраченной гармоничности? Наука обретает точность на таком этапе своего развития, когда обнаружены законы, которым подчиняются изучаемые явления, допускающие строгую математическую формулировку. Именно поэтому в методологии языкознания и литературоведения должен закрепиться «сравнительно-статистический метод» исследования в различных творческих проявлениях. В одном из своих последних интервью профессор Ю. М. Лотман признал, что «*для нас гораздо актуальнее введение в учебные планы гуманитарных факультетов курсов новейшей лингвистики, семиотики, теории культуры, а также разработка специального курса математики для гуманитариев*»[14]. Коренные вопросы жизни общества, считал он, будут решаться в сфере синтетической науки о человеке, которая потребует сложного синтеза гуманитарного и математического знания.

Сосчитать абсолютно все слова «живого» русского языка никто не может, поэтому языковеды и пришли к выводу: *язык в количественном отношении неисчислим*. Однако любой язык обладает любопытным свойством, которое называется избыточностью языка. Имеется в виду тот факт, что не все элементы, из которых состоит текст или устная речь, являются необходимыми для восприятия этого текста или речи. Как поясняет математик и лингвист Ю. И. Левин в работе «Математика и лингвистика», избыточность языка вредна в одних отношениях и полезна — даже необходима — в других. С одной стороны, благодаря этому свойству языка нам, например, не слишком мешают опечатки или описки в книгах, а с другой стороны, благодаря этой избыточности приходится передавать, например, по линиям связи много лишнего, что приводит к их перегрузке. Количественная оценка избыточности языка оценивается с помощью математического понятия количества информации, приходящейся на букву текста, для определения которого нужны различные вероятностные и комбинаторные характеристики локальных лингвистических событий.

Для решения проблем, касающихся построения математических моделей языка, применения статистических методов в изучении языка, построения языков-посредников машинного перевода необходима нормализация системы математической подготовки специалистов-филологов и издание математической литературы для студентов-филологов[15]. Необходимо также понимание *прикладной лингвистики, как проведение широких экспериментов на современных электронно-вычислительных машинах с соответствующим лингвистическим и математическим анализом*. Границы между науками создаются независимо от их формального определения. Однако, если относить к лингвистике лишь то, чем большинство из лингвистов занималось на протяжении

---

[14] Лотман Ю. «Полагаю, будущее за творчеством…» // Alma mater. – 2000. – № 4. – С. 46–49.

[15] Еровенко В. А. Основы высшей математики для филологов: методические замечания и примеры: курс лекций. – Минск: БГУ, 2006. – 175 с.

многих лет и то, чем они могли бы заниматься в дальнейшем на основе уже имеющихся знаний, без освоения высшей математики, физики и вычислительной техники, то при таком узко утилитарном подходе описанные выше проблемы к лингвистике, конечно, не относятся. Поэтому полноценное университетское филологическое образование должно способствовать устранению двух нежелательных крайностей: узкого эмпиризма и оторванности от конкретных лингвистических задач, для понимания которых необходим понятийный аппарат современных методов исследования.

Математическому творчеству всегда сопутствует высокое эмоциональное напряжение и, как всякому творчеству, свойственно стремление к совершенству. Эти две черты роднят математику с поэзией, поэтому неудивительно, что математика может стать источником поэтического вдохновения. Свидетельством тому является финальное стихотворение загадочного цикла «Восьмистиший» Осипа Мандельштама «*И я выхожу из пространства…*». Оно поражает глубокими, возможно, не всегда осознанными связями математических образов и поэтического мышления Мандельштама. Не знал же он современную математику, в которой заметную роль играют «бесконечномерные линейные пространства» и «неархимедовы величины». Не об отказе ли от поверхностных представлений о реальности говорит Осип Мандельштам с помощью вовлечения математики в поэзию:

И я выхожу из пространства
В запущенный сад величин
И мнимое рву постоянство
И самосогласье причин.

И твой, бесконечность, учебник
Читаю один, без людей —
Безлиственный, дикий лечебник,
Задачник огромных корней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еровенко В. Математика для гуманитариев: диалог в культуре // Беларуская думка. – 2005. – № 9. – С. 98–103.

2. Гаспаров М. Л. Записи и выписки. – М.: НЛО, 2000. – 416 с.

3.Лиотар Ж.-Ф. Состояние постмодерна. – М.: ИЭС; СПб.: Алетейя, 1998.– 160с.

4. Фейнберг Е. Л. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. – Фрязино: «Век-2», 2004. – 288 с.

5. Холшевников В. Стиховедение и математика // Содружество наук и тайны творчества. – М.: Искусство, 1968. – С. 384-396.

6. Том Р. Топология и лингвистика // Успехи математических наук. – 1975. – Т. 30, Вып. 1. – С. 199-221.

7. Добрушин Р. Л. Математические методы в лингвистике // Математическое просвещение. – 1961. – Вып. 6. – С. 37-60.

8. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? – М.: МЦНМО, 2004. – 568 с.

9. Аверинцев С. Похвальное слово филологии // Юность. – 1969. – № 1. – С. 98-102.

10. Шикин Е. В., Шикина Г. Е. Гуманитариям о математике: Учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 272 с.

11. Баевский В. С. Лингвистические, математические, семиотические и компьютерные модели в истории и теории литературы. – М.: Языки современных культур, 2001. – 336 с.

12. Мачавариани М. В. О взаимоотношении математики и лингвистики // Вопросы языкознания. – 1963. – № 3. – С. 85-91.

13. Музиль Р. Малая проза. Т.2. – М.: Канон-пресс-Ц, 1999. – 464 с.

14. Лотман Ю. «Полагаю, будущее за творчеством…» // Alma mater. – 2000. – № 4. – С. 46-49.

15. Еровенко В. А. Основы высшей математики для филологов: методические замечания и примеры: курс лекций. – Минск: БГУ, 2006. – 175 с.

Веретенникова Л.М.
(*Курск*)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ «НОВОГО» РАЦИОНАЛИЗМА ГАСТОНА БАШЛЯРА

Резюме

Статья посвящена рационалистической философской традиции, представленной в неорационализме Г. Башляром через призму материалистической эпистемологии. Обуславливаемая в научной деятельности «математическим рационализмом», данная традиция оформляется Г. Башляром в рациональную конструкцию, устраняющую иррациональность из своих материалов конструирования. Показана методологическая значимость новых принципов понимания научных процессов, позволяющая вводить понятия, соответствующие новому уровню развития общества.

Новейшая революция в естествознании на рубеже XX века, которая привела, прежде всего, к крушению старых, механистических воззрений на природу, подтверждала и усиливала позиции диалектико-материалистических идей в науке. Крушение устаревшей картины мира и коренное изменение структуры естествознания неизбежно привело к выработке новых методологических подходов и нового стиля философского мышления в естествознании.

Возрастание роли научного знания в Западной Европе вызвало заметное оживление интереса к рационалистической философской традиции, которая на современном этапе в наиболее четкой форме представлена в неорационализме. Последний противостоит не только неопозитивизму и родственным ему учениям эмпиристского толка, но и иррационализму, реакционная идеологическая сущность которого стала очевидной в XX веке.

Различные идеалистические концепции представляли науку в качестве «чистой» духовной деятельности, не связанной с практической деятельностью общества. Наличие достаточного числа философских направлений и течений свидетельствовало о сложности выработки единого научно-философского мировоззрения. Так, неопозитивизм, определяя роль философии лишь как средство для логического анализа науки, ограничивал функцию философии при рассмотрении проблемы взаимосвязи философии и науки, принижали значение логических основ науки.

Подобная позиция неопозитивизма к середине XX века ослабела в результате усиливающейся критики со стороны представителей других направлений, в том числе, и со стороны неорационализма, наиболее ярким представителем которого являлся Гастон Башляр, французский философ и естествоиспытатель (1884 – 1962).

В своих крупнейших работах, посвященных проблемам философии, Башляр размышляет о судьбе науки, конструирует свое понимание философского мышления и его связь с наукой.

Рассматривая все известные философские подходы – от идеализма и неопозитивизма до материализма, и от иррационализма до рационализма – он подвергает их критическому анализу, в том числе, как видно из его философских идей, традиционный рационализм.

Г. Башляр считал, что ошибкой многих философов является стремление понять новое с помощью старого, старых схем и принципов. По его убеждению, ни одна из известных философских систем не может соответствовать новому уровню науки. Именно поэтому он убежден, что «наука не имеет такой философии, которой она заслуживает»[1].

В связи с этим, Башляр решил сконструировать совершенно новый философский метод, в который он включает все приемлемые, с его точки зрения, элементы известных теорий. В частности, как выдающийся специалист, по мнению многих исследователей его философского творчества, в области методологии и истории естествознания, он показывает, что химический синтез, кибернетические устройства, моделирующие интеллектуальную деятельность, молекулярная генетика, вскрывающая физико-химическую основу наследственности, - все это доказывает правоту материализма. Поэтому Башляр включает в свою теоретическую конструкцию и позитивное отношение к существованию материи как объективной реальности. Так, он пишет: «Только в органах берут начало первые материальные образы. Эти первые материальные образы являются активными, динамичными…»[2]

Несомненно, Башляр, таким образом, акцентирует внимание на материалистической основе своей эпистемологии. Башляровская позитивная оценка «активных», «динамичных» материальных образов, возникающих в результате контакта реальности с органами чувств, указывает на то, что Башляр рассматривает познавательный процесс от конкретного к абстрактному, когда сила человеческого мышления дает возможность глубже познать предмет. Следует иметь в виду, что Башляр «материальными образами» считает физиологическую основу процесса познания, так как мир отражается в ощущениях наших органов чувств.

---

[1] Bachelard G. Le materialisme rationnel. – Paris, 1963, p.20.

[2] Цит. по: P.Quillet. Bachelard. - Paris, 1967, p.117.

Однако при этом он нигилистически относится к таким понятиям материализма, как «материя», «материальная субстанция», которые, считает Башляр, не отражают многообразие, богатство окружающего мира и ограничивают познавательные возможности науки.

С другой стороны, как было отмечено, Башляр критически оценивает возможности традиционного рационализма. Он настойчиво и убедительно раскрывает его слабые стороны. Анализируя старый рационализм, он отмечает, что его недооценка многообразных возможностей разума приводит рационализм к разрыву с наукой.

Так проявляется своеобразная позиция Башляра: с одной стороны, он отвергает идеализм, в том числе классический идеализм Гегеля, а с другой - материализм в его вульгаризированной форме, который называет «массивный», «инертный», и рассматривает эти философские системы как две крайности, не обладающие той ***актуальностью,*** которая связывается с научной мыслью, способной дать глубокую теоретическую обработку экспериментальных данных. Поэтому он затруднялся определить свое место в известных системах. Когда его называли «идеалист», он отвечал: «дискурсивный идеализм», а если – «материалист», - то «рациональный материалист», или, по выражению Башляра, «просвещенный материализм».

В связи с этим, Г. Башляр и его последователи видели свою задачу в распространении идей неорационализма. Убедившись, что старые системы идеализма, материализма (при этом он обходит молчанием существование марксистской философии), эмпиризма и рационализма порождают созерцательную и спекулятивную науку, Г. Башляр выдвинул цель – сконструировать новую философскую систему, которая создавала бы возможность для развития современной науки и соответствовала ее новому уровню.

Для этого он провел анализ состояния современного философского мировоззрения по трем направлениям: историческом, эпистемологическом и аналитическом.

Историческое направление исследования было связано с определением типов рациональности, которые, по его мнению, соответствуют различным уровням человеческой истории – техническому, этическому, теоретическому.

Эпистемологическое направление – это вычленение новых типов объяснения, существующих в современных науках. Развивая учение об эпистемологии, Башляр отличает ее от немецкой и английской трактовки. Он считает, что эпистемология – теория специального, научного знания. Она неразрывно связана с принципами математической логики и принципами «научной рациональности», которые управляют нашей познавательной деятельностью. Именно такое состояние познавательных способностей разума Башляр называет «новым научным духом».

Аналитическое направление исследований Башляра показало, по его мнению, действие рационализма, направленное против иррационализма, разоблаченного как заблуждение. Только в этом случае, можно сформулировать цели рационального объяснения, перспективы развития неорационализма и его высшей формы – **сюррационализма**, который Башляр назвал «доктриной битвы», способствующий прогрессу науки. Только такая философия, философия «сегодняшнего дня» решительно говорит «нет» постулатам традиционного рационализма, консерватизму, догматизму в науке и философии.

В «Рациональном материализме» Башляр напоминает философам, что наука – настоящий Прометей нашего времени, «наука – страстный динамизм». При этом Г. Башляр не считает себя создателем завершенной философской системы, так как, по его мнению, учение развивается в борьбе против застывших догм и устаревших понятий. По его представлению, философия науки есть «дух науки», отражающий мир связей. Как отмечает известный французский исследователь Л. Сэв в книге «Современная французская философия», Башляр много сделал для восстановления плодотворного обмена между наукой и философией. Башляр пытается заменить философию, ограничивающую задачу науки, науки математизации реального, наукой, в которой воплотились бы «мечты о гуманности». Обосновывая значение теоретического знания в науке, Башляр, таким образом, доказывает значение самой науки и, прежде всего, научной философии.

В борьбе против иррационализма и мистицизма Башляр в своих философских конструкциях учитывает мощь человеческого разума, силу его познавательных способностей. Разум, считает Башляр, это важнейший элемент в творческом процессе познания природы. Поэтому как ученый он понимает, что познание внутренних связей и закономерностей природы осуществляется в результате рациональной обработки эмпирического знания.

В связи с этим, Башляр считает важным решить проблему соотношения разума и опыта. С этой целью он вводит новые понятия «прикладной рационализм» и «технический материализм». Если «прикладной материализм» выражает творческое развитие разума, рациональное осмысление естественных данных, то «технический материализм», по мнению Башляра, выражает техническое преобразование окружающей природы. Г. Башляр говорит, что «…"прикладной" рационализм, рационализм, который воспринял уроки, преподанные реальностью, чтобы превратить их в программу реализации, обретает…некое новое преимущество»[3]. Именно такой рационализм, «ищущий рационализм», отличает научная деятельность, направляемая «математическим рационализмом», невозможно ни исказить, ни извратить. По мнению Башляра, об этом свидетельствует состояние современной физической науки, которая представляет собой рациональную конструкцию: «…она устраняет иррациональность из своих материалов конструирования»[4]. Поэтому рациональная философия, считает Башляр, способная к развитию, изменению своих принципов, «единственно *открытая философия»*.

«Технический материализм» соответствует в своей сущности преобразованной действительности, то есть данной действительности, которая получила наиболее характерную человеческую печать, печать рационализма», - пишет Башляр[5].

По его мнению, движение научного мышления от «прикладного» рационализма к идеализму свидетельствует об отрыве разума от эмпирической основы его существования. В результате Башляр приходит к выводу, что идеализм вообще не способен понять научную мысль, так как любая идеалистическая система ведет к солипсизму.

С другой стороны, как рационалист, Башляр не может не осудить «чистый эмпиризм» с его недооценкой роли научных абстракций и теорий в познании и отрицанием активной роли мышления.

Выбирая из двух зол меньшее, он склоняется к тому, чтобы признать рациональные моменты в позитивизме: «…по сравнению с чистым эмпиризмом позитивизм менее проявляется как хранитель иерархии законов.»[6] Поэтому позитивизм, считает Башляр, является более «гибкой» научной системой.

Исследования научного сознания, его процессов и закономерностей, поиск эффективных путей познания – один из значительных вкладов Гастона Башляра в развитие французского неорационализма в современную эпоху.

Таким образом, Г. Башляр, пытаясь подняться над традиционными противоречиями мировоззренческих систем, создает новые принципы понимания научных процессов: смешивает представления о

---

[3] Г. Башляр. Новый рационализм. /Пер. А.Ф. Зотова – М., 1987. С. 163
[4] Г. Башляр. Новый рационализм. /Пер. А.Ф. Зотова – М., 1987. С.163
[5] G. Bachelard. Le rationalisme applique`. – Paris. 1962, p.8
[6] G.Bachelard/ Le rationalisme applique`. - Paris, 1962, p.6

материализме и идеализме, игнорирует сложившиеся понятия, вводит новые, без которых, полагает он, невозможно соответствовать новому уровню развития общества.

Литература

1. Г. Башляр. Новый рационализм. /Пер. А.Ф. Зотова – М., 1987.
2. Bachelard G. Le materialisme rationnel. – Paris, 1963.
3. P. Quillet. Bachelard. – Paris, 1967.
4. G. Bachelard. Le rationalisme applique`. – Paris. 1962.

КУЗНЕЦОВ А. В.
(Курск)

КОНСТРУКТИВНЫЙ И ФОРМАЛЬНО-ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ В ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКОМ СЛЕДСТВИИ ПРИНЦИПА ДВОЙСТВЕННОСТИ*

Резюме

Статья посвящена выявлению преимуществ конструктивной эпистемологии перед формальной в процессе познания мира как его последовательного осмысления в эвристической фазе.

В логике мышление субъекта линейно и последовательно, а в математике структура объекта не зависит от мышления. Представления не просто существуют в пространстве, а в пространственно-временном континууме. Это позволяет производить действия над образами как динамическими объектами. В результате синтез формализованных знаний может восприниматься нами как образ, картина мира, – не как просто результат, а процесс последовательного осмысления мира. При описании, используя понятийный аппарат, мы выделяем не второстепенные свойства объекта, но акцентируем основные его характеристики, поэтому понятие тяготеет к временной и функциональной организации, а представление, как вид психической деятельности – к про-

* Работа выполнена при поддержке БРФФИ-РГНФ. Проект № 05-03-90300.

странственной и структурной. Понимание (осмысление) предмета часто включает и представление о нем. Представления, будучи объектом мышления, тем не менее могут обойтись без слов, генетически они пришли к человеку из реального мира посредством органов чувств, поэтому образное мышление старше понятийного, которое связано с нашим внутренним миром, языком. Первоначальная двойственность между представлением и понятием в том, что представление выделяет предметы реальной действительности, а понятия устанавливают между ними функциональные связи. Весте с тем, не все функциональные связи, заданные описательными пределами в пространстве нашего языка (*о-предел-ениями*) представляются образно, например, в представлении треугольника вообще. Таким образом, понятия как функциональные элементы нуждаются в описании, а представления как структурные элементы требуют понимания – индивидуального продукта человеческой психики в процессе пространственного представления, моделирования и создания конструкций. В этой связи заимствование устоявшихся терминов, без должного конструктивного редуцирования, скажем из области физики в область культурологи приводит к поверхностному образному представлению, опирающемуся лишь на вторичные признаки (например, ряд авторов в культурологи используют термин «дивергенция» и т.п.), что приводит, несомненно, к обособлению символов в науке. То же касается и популяции иностранных слов в обыденной речи, за которыми без знания должной этимологии стоят бэконовские «идолы рынка», так дурно влияющие на наше мышление.

Конвенциональность картины мира формалиста рассчитана на адаптационный эффект к требованиям текущего момента, отражающий неспособность «за деревьями видеть лес». Стало быть, формально-феноменологический подход, с учетом всех оттенков смысла, и есть подход ненастоящий [формальный], взятый с поверхности или рассчитан на внешний эффект [феноменологический]. В противовес формально-феноменологическому, рационально-конструктивное мировоззрение представляется ясным и определенным, наполненным элементами противоположного свойства. Рационализм устраняет любые мистические мотивы, а конструктивность подчеркивает алгоритмический характер пространственно-механических моделей. Последние, с учетом конструктивных особенностей признаков осмысливаемых объектов, могут задаваться и арифметически, табличным способом. Таким образом, конструктивный и формально-феноменологический подходы выражают на качественном уровне принцип двойственности, экстраполируемый на огромное число физических явлений.

Иными словами, ученые всегда наряду с конструктивным подходом неизбежно используют формально-феноменологические процедуры описания, что отражает противоположности предметного противоречия в анализе каждой из сторон, а затем в синтезе – результате снятия логико-методологического противоречия.

Логико-методологические противоречия охватывают структурную противоположность относительно статичных материальных систем. Например, противоречие между притяжением и отталкиванием: ни один физический процесс не может быть понят и объяснен с современной точки зрения, если не приняты во внимание обе стороны противоречия, если и то и другое не представлены в определенном единстве. В учении об элементарных частицах обнаруживается роль взаимосвязи притяжения и отталкивания, строится их история вплоть до превращения друг в друга. Структура твердых тел потому и возможна, что силы притяжения и отталкивания постоянно взаимодействуют. Следующим примером является противоречие между корпускулярными и волновыми свойствами микрообъектов. Иным материальным телам оно не свойственно, не проявляется в основных закономерностях их движения. Имея дело с микрообъектами, мы просто «дополняем» то, что знаем об объекте, когда он находится в одних условиях тем, что нам известно о нем, когда он существует в других условиях. Вместе с тем мы понимаем, что данные свойства проявляются одновременно друг с другом в одних и тех же условиях, то есть один из аспектов, строго говоря, никогда не элиминируется. Таким образом, дифракционная картина, полученная в результате прохождения пучка электронов через дифракционную решетку, имеет зоны, в которых микрообъекты ложатся (концентрично расположенные кольца), а есть такие участки, где они никогда не появляются. Система колец, на которой только и могут появляться микрообъекты определяется законами волновой теории. Стало быть, оба взаимоисключающих аспекта существуют одновременно в одинаковых условиях и одном классе приборов. Ясность такой картинки имеет место лишь в случае слабого пучка электронов.

Таким образом, при познании двойственной природы электрона отражается не источник развития, а взаимоисключающие свойства, находящиеся в единстве и выражающие сущность явления. Кроме этого, противоречивость результата и исходного этапа связана с выявлением антиномии-проблемы, решение которой происходит не посредством формалистических манипуляций над входящими в неё предикатами, но и благодаря конструктивному исследованию физических состояний и процессов, что позволяет уточнить предикаты и приводит к замене формулировки проблемы формулировкой ответа на неё. Углубление мышления в сущность предмета ведёт к снятию антиномии-проблемы, формально-логического противоречия и формулировке нового положения, исключающего антиномичность. Таким образом, использование в данной установке принципа раздвоения единого [принципа двойственности] и познания противоречивых частей его полностью согласуется с законом исключения противоречий в формальной логике.

Таким образом, через логику субъекта становится доступна математика объекта. Конструктивная математика обращена на объект, формальная – на субъект. Конструктивисты не допускают расхождения между объектом и его моделью, а формалисты не допускают противоречий внутри формальной системы (кстати, не имеющей отношения к объективной реальности), которая оперирует только символами. Конструктивный математик конструирует модель, соответствующую реальности, а потому модель всегда поддается коррекции. Формальный аппарат логики претерпевает незначительные изменения поверхностного характера, а формально-феноменологические уравнения имеют весьма косвенное отношение к физической действительности, хотя и способны предсказать опытную ситуацию. Разница между формальным и конструктивным ощущается после того, как четко представляется разница между математическим и логическим. Форма эквивалентности, определяющая количественные отношения в математике, не предполагает приращения нового знания при переходе от левой части уравнения к новой. Вместе с тем, существование математического факта устанавливается при получении, соответствующей ему конструкции, например, в виде формулы. Но прежде реальность должна быть описана при помощи пространственно-механической модели, на основании образа которой проводятся все необходимые вычисления. Сама по себе классификация детерминированных сознанием таких форм не совместима с конструктивными моделями, то есть чисто формальное описание еще не есть наука. Однако при кодировании представлений, добытых индивидуальным сознанием, в понятия, исходная образная информация существенно искажается. Замена спекулятивных рассуждений логического характера при обосновании новых знаний математическими вычислениями конструктивного характера позволяют при этом заложить фундамент для возведения новых конструктивных моделей.

Несмотря на то, что дискретная математика обслуживает информационно-компьютерную область, а теория групп используется в кристаллографии, элементарной физике, все же логико-алгебраический подход не опирается на представления, а исследователи, соответственно, не имели перед глазами отчетливой модельной картины реальной действительности. Вместе с тем, физика и математика в физической теории полностью сливаются и несмотря на то, что конструктивная модель электрического тока, предшествующая появлению закона Ома, изменилась, – закон Ома остался тем же. Правда, скин-эффект (ток течет не по всему объему проводника, а лишь по его поверхности) указывает нам на тот случай, когда при больших частотах закон Ома не работает.

Начиная с Аристотеля, для которого продолжением грамматики, риторики, диалектики была логика, а вершиной последней стала метафизика, продолжаются все разговоры о категориях, дефинициях, классификациях. Формалисты-феноменологи, сочиняя все новые слова, раскладывая их по видам и родам, надеются связать причины и следствия, которые отсутствуют в природе (субъективные понятия). Вместе с тем, конструктивный ум ценит математику как предварительное знание, дающее ему моделирующие средства. Цель же формалиста – в строгом «обосновании» уже имеющегося материала, исключение «противоречий» между различными моделями конструктивного знания, «подведение общего знаменателя», того, что считает «основанием» математики или ее фундаментальными принципами.

Наглядность модели как представления физической системы не имеет отношения к семантике теории, к которой она относится. «Наглядность – это благоприятная психологическая случайность, а не научная необходимость»[1]. Действительно, моделирование нужно для того, чтобы лучше представить физическую систему. Познание мира есть процесс его последовательного осмысления, а е просто его описания как у формалистов-феноменологов. Психологически формалисты и конструктивисты представляют собой разные психологические типы, однако с точки зрения познания, полярность следует заменить импликацией – интеллектуальный потенциал конструктивиста включает в себя ограниченные возможности формалиста-феноменалиста. Это происходит оттого, что конструктивист большую часть усилий уделяет эвристической фазе, а формалист начинает свою деятельность

[1] Бунге М. Философия физики. – М.: Прогресс, 1975. – С. 180

с выбора подходящих формулировок и т.д., так как считает, что для понимания природного явления достаточно установления функциональной связи между измеряемыми величинами (исходное воздействие – отклик).

Литература

1. Бунге М. Философия физики. – М.: Прогресс, 1975.

МАНУЙЛОВ В. Т.
(КУРСК)

ИНТУИЦИОНИСТСКАЯ КОНСТРУКТИВНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ*

Резюме

В статье рассматривается понятие конструктивности математического знания, характерное для интуиционистского направления в обосновании математики. Анализируется интуиционистское понятие конструкции, выделяются принципы интуитивности и субъективности конструкции; дается краткое изложение абстрактной теории конструкций Г. Крайзеля. Приводится описание основных объектов интуиционистской математики и их свойств. Выделяются и описываются гносеологические основания конструктивности интуиционистской математики.

Интуиционистское направление в обосновании математики связано прежде всего с идеями Л. Э. Брауэра. В работах этого крупного математика, как и в интуиционистском направлении вообще, принято выделять мировоззренческо-методологическую компоненту и конструктивно-логическую.

Мировоззренческо-методологическая компонента интуиционизма исследована подробно в нашей литературе[1]. Общеизвестно, что Брауэр стоит в философском отношении на позициях субъективного идеализма и агностицизма (сам он называет свой субъективный идеализм «методологическим»)[2]. Одно время было принято считать, что конструктивно-логическая компонента интуиционизма полностью воспринята конструктивистским направлением в математике, так что самостоятельной интуиционистской математики попросту не суще-

---

* Работа выполнена при поддержке БРФФИ-РГНФ. Проект № 05-03-90300.

[1] Асмус В. Ф. Проблема интуиции в философии и математике. – М.: Изд-во соц.-эконом. литературы, 1963. – 312 с; Суханов К. М. Критический очерк гносеологии интуиционизма. – Челябинск: Южно-Уральское кн. изд-во, 1973. – 228 с.

[2] Heyting A. L.E. Brouwer // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 308–316.

ствует. Однако в последней трети прошлого века в связи с формализацией интуиционистских теорий[3] интерес к интуиционистской математике снова возрос[4], причем интуиционистская математика рассматривается как особое направление в основаниях (наряду с конструктивной и теоретико-множественной)[5]. Поэтому вопрос о гносеологических основаниях конструктивности интуиционистской математики может быть поставлен и с позиций материалистической методологии: как вопрос о тех идеализациях, которые накладываются на деятельность предполагаемого этим направлением идеализированного субъекта, и которые (при непонимании диалектики) являются гносеологическими корнями Брауэровского (или Вейлевского) идеализма.

В интуиционистском направлении имеют место все гносеологические основания конструктивности в рамках абстракции потенциальной осуществимости и бесконечности[6]. Имеются и специфические гносеологические основания конструктивности интуиционизма, которые естественным образом фиксируются в принципах обоснования конструктивного базиса интуиционистской теории и принципах расширения конструктивного базиса интуиционистской теории[7]. Принципы обоснования конструктивного базиса интуиционистской теории выявляются при анализе интуиционистского понятия конструкции[8].

Особенность интуиционистской математики заключается в том, что основное для интуиционизма понятие конструкции не уточняется: предполагается, что безо всяких разъяснений на каждой ступени развития математики имеется законное различие между конструктивным и неконструктивным математическим мышлением. Назовем это положение *принципом интуитивности конструкции*: математические конструкции интуитивны в том смысле, что они предшествуют всякой логической или философской рефлексии. Брауэр (в духе Канта) связывал интуитивность конструкции с интуицией времени («пра-интуиция»).

---

[3] Панов М. И. Методологические проблемы интуиционистской математики. – М.: Наука, 1984. – 224 с.; Dummett M. With assistance of Munio R. Elements of intuitionism. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – XII + 462 p.; Myhill J. The formalisation of intuitionism // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 324-341; Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a. : Springer, 1969. – 111 p.

[4] Драгалин А. Г. Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. – М.: Наука, 1979. – 256 с.

[5] Драгалин А. Г. Конструктивная модель интуиционистского анализа// Философия в современном мире. Философия и логика. – М.: Наука, 1974. – С.55.

[6] Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 10. – С. 104–121.

[7] Там же. – С. 113

[8] Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. – 111 p.

«Эта интуиция есть не что иное, как способность раздельного рассмотрения определенных понятий и выводов, встречающихся в обыденном мышлении»[9].

А. Гейтинг выделяет несколько ступеней интуитивной ясности. Высшую степень очевидности имеют утверждения типа 2+2=4; суждение 1002+2=1004 имеет более низкую степень очевидности, так как доказывается не подсчётом, а рассуждением-выводом из $\forall n((n+2)+2 = n+4)$; ряд понятий, понижающих степень очевидности:

«(1) понятие *порядкового типа* ω, как оно встречается в теории конструктивных ординалов;

(2) понятие *отрицания*, предполагающее гипотетические конструкции, которые потом оказываются невозможными;

(3) теория *квантификации*; интерпретация кванторов не является проблемой, но проблематично использование кванторных выражений в логических формулах;

(4) введение *бесконечно становящихся последовательностей* (*последовательности свободного выбора*, *произвольные функции натурального аргумента*);

(5) понятие *вида* (*species*), недостатки которого обусловлены неопределенностью понятия *свойства*»[10].

Принцип интуитивности математической конструкции тесно связан с принципом зависимости математических рассуждений об объектах от положения дел к моменту расширения теории[11].

В Брауэровском интуиционизме «пра-интуиция» времени имеет априорный характер (после создания специальной и общей теории относительности Эйнштейна Брауэр, в отличие от Канта, считает пространство апостериорной формой), что является одним из оснований Брауэровского «методологического» солипсизма. Однако такое истолкование априорности «пра-интуиции» времени не является необходимым; при диалектико-материалистическом понимании предмета математики *принцип интуитивности математической конструкции* истолковывается как признание обусловленности познавательного аппарата идеализированного субъекта математической деятельности историческими этапами эволюции природы и общества.

---

[9] Гейтинг А. Обзор исследований по основаниям математики. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. – С. 20; Гейтинг А. Тридцать лет спустя // Математическая логика и её применения. – М.: Мир, 1965. – С. 225–226.

[10] Гейтинг А. Тридцать лет спустя // Математическая логика и её применения. – М.: Мир, 1965. – С. 225–226.

[11] Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 10. – С. 113.

Согласно А.С. Трулстра[12] гносеологические основания конструктивности интуиционистского понятия конструкции фиксируются следующими принципами.

Принцип абстрактности конструкции: интуиционистские конструкции, в отличие от финитистских, могут происходить «посредством размышления (рефлексии) о свойствах конструкций, которые неявно заключены в понятии»[13].

Поскольку конструкции также *интуитивны*, интуиционистское рассуждение с необходимостью предполагает ссылку на некоторого идеализированного математика, занимающегося математическим конструированием, уже в самих математических рассуждениях. Брауэр вводит явно аргументы подобного рода в математических построениях теории «творящего субъекта» в 40-е годы, но, как показывают К. Дж. Поузи[14], М. Даммит[15], А.С. Трулстра[16], многие рассуждения в ранних работах Брауэра, особенно касающиеся последовательностей свободного выбора, не могут быть поняты без подобной аргументации. Принцип, согласно которому мысленные конструкции рассматриваются как существующие в уме идеального идеализированного математика, назовем *принципом субъективности конструкций*.

Отметим, что принцип субъективности конструкций у Брауэра имеет явно субъективно-идеалистическое истолкование. Брауэр, в духе позитивизма, отрицает какую-либо объективную значимость математической конструкции, кроме общезначимости мыслительных процессов у различных «я», причем существование этого другого мыслящего «я» не может быть обосновано: «предположение ума в другом человеке влечет неприемлемые следствия»[17]. Ум состоит в восприятии ощущений, так что для того, чтобы постигнуть его, субъект должен иметь в своем распоряжении новую способность, так сказать, ум второго порядка[18]. Гейтинг прямо характеризует позицию Брауэра как солипсизм, и отмечает поразительное сходство Брауэровской философии с философией позитивизма. Именно солипсистская и позитивистская позиция, в первую очередь, обусловливает отрицательное отношение

---

[12] Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. – 111 p.
[13] Там же.
[14] Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974. – Vol. 27, № 1-2. – P. 125-159.
[15] Dummett M. With assistance of Munio R. Elements of intuitionism. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – XII + 462 p.
[16] Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. – 111 p.
[17] Heyting A. L.E. Brouwer // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 310.
[18] Ibid. – P. 310.

Брауэра к возможности выражения умственных (ментальных) конструкций в языке и к методу формализации (хотя нельзя, конечно, отрицать и интуитивное предвидение Брауэром невыполнимости программы Гильберта). Одно время считалось, что крайний солипсизм и резкая антиформалистская
позиция Брауэра в течение многих лет сдерживали развитие исследований в области интуиционистской математики. Однако более поздние исследования по истории становления и развития интуиционизма, отраженные, в частности, в работах М.И. Панова[19], не так категорично оценивают философские позиции Брауэра, особенно с учетом изменений в этих позициях на разных стадиях развития интуиционизма. Так, А.С. Трулстра отмечает: «Брауэр явно не один раз изменял свои взгляды относительно того, что ранее признавалось правильным»[20].

К. Поппер[21] рассматривает резкое противопоставление Брауэром умственной конструкции и языковой деятельности как решение якобы имеющего место в кантовском обосновании математики противоречия. Противоречие, согласно Попперу, состоит в том, что, с одной стороны, математическое доказательство по Канту предполагает конструкцию понятия, то есть сопоставляет понятию единичный предмет в чистом неэмпирическом созерцании по правилу синтеза, заключенному в понятии; деятельность продуктивной и репродуктивной силы воображения в чистом созерцании сопровождает каждый шаг доказательства.

С другой стороны, несомненна и очевидна шагообразная, дискурсивная и логическая процедура Евклидовых выводов, что противоречит, по мнению Поппера, кантовскому утверждению об интуитивном характере математического доказательства. «Кант знал все это вероятно так же хорошо, как и другие. Но его позиция была навязана ему – 1) структурой «Критики», в которой трансцендентальная эстетика

---

[19] Панов М. И. Методологические проблемы интуиционистской математики. – М.: Наука, 1984. – 224 с; Панов М. И. Можно ли считать Л. Э. Я. Брауэра основателем конструктивистской философии математики? //Методологический анализ математических теорий. – М., 1987; Панов М. И. Об одном периоде в творчестве Л. Э. Я. Брауэра (несколько замечаний по поводу книги «Жизнь, искусство, мистицизм»)//Методологический анализ оснований математики/ Ф. Китчер, В. Я. Перминов, Б. И. Фёдоров и др. – М.: Наука, 1988. – С. 116-120; Панов М.И. Язык, мышление, логика в учении интуиционизма (некоторые аспекты методологического и историко-научного анализа) // Логика и язык. Сб. науч. трудов. – М.: Центр. Совет филос. (методол.) семинаров при Президиуме АН СССР, 1985. – С. 102–137.
[20] Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. – 111 p.
[21] Popper K. Epistemology without knowing subject // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congress for logic, methodology and philosophy of science / Ed. by von Rootselaar, B. – Amsterdam: North-Holl. publ. co., 1968. – P. 333-373.

предшествовала трансцендентальной логике, и 2) его острым различением (я бы сказал несостоятельно острым различением) между интуитивным и дискурсивным мышлением»[22]. Брауэр, считает Поппер, решил это противоречие в кантовской философии математики путем резкого противопоставления математики как таковой ее лингвистическому выражению и коммуникации.

Математика – внелингвистическая деятельность, в сущности, деятельность умственной конструкции на основе нашей чистой интуиции времени; посредством этой конструкции мы творим в нашей интуиции, в нашем уме объекты математики, которые после этого, – после их творения, – мы можем пытаться описать и передать другим. Следовательно, лингвистическое описание и дискурсивное доказательство со своей логикой приходят после математической деятельности.

Указанное Поппером противоречие в философии математики И. Канта вряд ли имеет место. Как показано в статье «Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта»[23], И. Кант вовсе не считает аналитическое (дискурсивное) доказательство излишним; аналитическое суждение «если верны постулаты евклидовой геометрии, то верно положение S» составляет необходимую часть любого геометрического рассуждения. Но дискурсивное доказательство не в состоянии обосновать действительно возможное (seinsmöglich) существование предметов, о которых идет речь в S; чтобы это сделать, надо обосновать возможность конструкций, о которых идет речь в постулатах. Интуитивный и дискурсивный аспекты доказательства у Канта не исключают друг друга, а предполагают; поэтому вряд ли верно возлагать на Канта ответственность за ментализм Брауэра.

Вряд ли уместен и аргумент Поппера на с.359 его работы[24], где Поппер опровергает кантовское предполагаемое острое различение между интуицией и дискурсивным мышлением ссылкой на то, что «интуиция есть в большой степени продукт нашего культурного развития и наших успехов в дискурсивном мышлении,… ибо после (само)тре-

---

[22] Ibid. – P. 356.

[23] Мануйлов В. Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый/Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001. – С. 29-62.

[24] Popper K. Epistemology without knowing subject // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congress for logic, methodology and philosophy of science / Ed. by von Rootselaar, B. – Amsterdam: North-Holl. publ. co., 1968. – P. 359.

нировки в дискурсивном мышлении наше интуитивное понимание становится отличным от того, каким оно было прежде»; вряд ли тренировка в дискурсивном мышлении способна сама по себе изменить нашу интуицию времени; это может произойти, да и то в границах сформированных в ходе биологической эволюции структур, лишь в результате практического, общественно-исторического развития (упражнения средневековых схоластов в логических диспутах вряд ли способствовали развитию их пространственного или временного воображения). Практическое, общественно-историческое взаимодействие человека и природы, результатом и участником которого является культура, отсутствует в Попперовской концепции 3-х миров. Поэтому Попперовское опровержение субъективистской эпистемологии оказывается в целом несостоятельным; гносеологический субъект Брауэра, замкнутый в себе самом, замыкается Поппером в мире объективированного в языке знания. Поппер пытается объяснить развитие знания взаимодействием второго (индивидуальное сознание) и третьего (мир объективированного знания) миров, оставляя для первого мира (вне сознания существующих предметов) роль возбудителя нашей деятельности и средства выражения третьего мира (язык).

При диалектико-материалистическом подходе признание субъективности знания не исключает его объективности, его объективной истинности. А. И. Ракитов[25], подчеркивая отличие эпистемологии диалектического материализма от эпистемологии Поппера, рассматривает свойство «быть знанием» как свойство, приписываемое вещам на основании их отношения к человеческой деятельности. Попытка Поппера построить «эпистемологию без знающего *субъекта*» по существу так же методологически несостоятельна, как и «товарный фетишизм»[26].

Поскольку в послебрауэровском интуиционизме широко применяются формальные методы, можно считать, что в настоящее время принцип субъективности конструкций потерял субъективно-идеалистический смысл и вполне может быть принят в диалектико-материалистической философии математики, где он трактуется как *принцип зависимости математической конструкции от развития математического знания*.

Интуиционистское понятие конструкции А.С. Трулстра разъясняет в двух замечаниях следующим образом. «*Первое*. Мы можем

---

[25] Ракитов А. И. Философские проблемы науки. Системный подход. – М.: Мысль, 1977. – С. 101-111.

[26] Там же. – С.106.

начать с очень простых конкретных конструкций, таких как натуральные числа, и затем постепенно надстраивать более сложные, но тем не менее «конкретные» или «наглядные» структуры. Финитизм рассматривает только такие структуры.

В интуиционизме мы, кроме того, хотим провести идею, что имеется интуитивное понятие «конструктивного» посредством рефлексии о свойствах «конструкций, которые имплицитно заключены в понятии». (То есть мы пытаемся открывать принципы посредством интроспекции). Финитистские конструкции строятся «снизу»; рефлексия об общем понятии представляет, так сказать, подход «извне», «сверху». Логика представляет простейший (и в своем роде скорее элементарный) пример подхода извне.

Подход «извне» ведет нас к рассмотрению конструкций, примененных к (произвольным) конструкциям, примененным к конструкциям …и т.д. На этом основании интуиционизм может быть назван «абстрактным» в противоположность финитизму, характеризующемуся как «конкретный»»[27].

Из приведенного отрывка ясно, что концептуальные основания интуиционизма не могут быть проще, чем понятийный базис классической математики.

«*Второе*. (Ментальные) конструкции … мыслятся как существующие в уме индивидуального (идеализированного) математика. Язык математики есть попытка (по необходимости почти всегда неадекватная) описать эти мысленные конструкции. Следовательно, говорить об интуиционистской математике – значит давать повод для возбуждения аналогичных мысленных конструкций у других людей. Сходство между мысленными процессами у различных человеческих индивидов делает такую коммуникацию возможной.

Этот математик, занимающийся конструктивной математикой, есть идеализированное создание; его идеи должны быть ясными и отчетливыми, а не туманными и спутанными, какими часто бывают наши идеи… Для интуициониста математика не должна заключаться в формальных системах, как для формалиста. Тем не менее, формализация есть очень важное орудие в нашем исследовании интуиционистской математики для проверки принципов, используемых в доказательстве теоремы, для проверки применения наших конструкций к другим конструкциям, и в качестве средства сокращения. … Но если мы хотим

[27] Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. –P.3-4

изучать интуиционизм, формальные системы не должны рассматриваться отдельно от их интерпретации»[28].

А. С. Трулстра рассматривает как реализацию указанных выше принципов общую теорию интуиционистских конструкций и понятий, развиваемую Г. Крайзелем[29]. В этой теории проводится различие между конструкциями и общими понятиями. «Конструкции суть объекты нашего математического исследования; доказательства считаются конструкциями. Понятия суть разрешимые свойства конструкции. Мы не можем отождествлять понятия с конструкциями; это привело бы нас непосредственно к парадоксам обозначения и соотнесения с самим собой (self-reference) [то есть к порочному кругу – *В.М.*]… Доказательства могут использовать понятия; в этом заключается непредикативный характер интуиционистского разъяснения, то есть область всех конструкций не является «данной» или «априорно ограниченной», не «существует» как сущность; и понятия суть свойства, область определения которых расширяется автоматически с каждым расширением области конструкций»[30].

Пусть $a, b, c, d, ..., a', b', c', \dots, a'', b'', c''...$ – переменные для конструкций; $x, y, z, ...$ – квантифицируемые переменные для конструкций;

$\alpha, \beta, \dots, \pi, \pi_A$ – переменные для понятий (разрешимых предикатов);

понятие α интерпретируется как функция в $\{0,1\}$, такая что

$\alpha c = 0$, если и только если c имеет свойство α.

Если a, b – конструкции, то $c \doteq < a, b>$ – пара конструкций – является конструкцией; обратно:

$c_1 \doteq c_2 \doteq c$, если c – не пара;

$c_1 \doteq a, c_2 \doteq b$, если $c \doteq < a, b>$.

Конструкция может состоять из схемы, применимой к другим конструкциям.

Трулстра считает, что интуиционистское понимание конструкции предполагает принятие двух важнейших идеализаций.

Первая идеализация фиксируется следующим утверждением:

«***a* применимо к *b***» ***есть понятие***.

Обозначив оператор применения конструкции к конструкции «…(+++)», принимаем следующие определения:

$a(b) \doteq a$, если a не применима к b;

$a(b) \doteq c$, если a, применённое к b, дает в результате c.

---

[28] Ibid. – 4-5.

[29] ibid. – P.6. – 10.

[30] Ibid. – P.5 – 6.

Вторая идеализация фиксируется следующим утверждением:

«с есть доказательство А» есть понятие для любого утверждения А;

или

«с есть доказательство $A(c_1,..., c_n)$» есть понятие для любого предиката $A(x_1,... x_n)$.

Пусть: $\pi_A c = 0$, если и только если c есть доказательство A;

$\pi_A(c, c_1,..., c_n) = 0$, если и только если c есть доказательство $A(c_1,..., c_n)$.

Логические операторы преобразуют функции значения в функции значения.

Конъюнкция: $\pi_{A\wedge B}(c) = 0$, если и только если $c = < c_1, c_2 >$ и

$\pi_A(c_1) = 0$,

$\pi_B(c_2) = 0$.

Дизъюнкция: $\pi_{A\vee B}(c) = 0$, если и только если

$\pi_A(c) = 0$ или $\pi_B(c) = 0$.

Пусть: «***с есть доказательство со свободной переменной d для $\alpha(d)=0$***» есть понятие для любого понятия d; то есть идеализированный субъект в состоянии узнать, является ли конструкция c универсально применимой схемой, такой, что c, примененное к d, доказывает $\alpha d = 0$. Здесь вводится понятие π:

$\pi(c, \lambda d.\ \alpha d = 0) = 0$, если и только если c есть доказательства со свободной переменной α для $\alpha d = 0$.

$\pi_{A\rightarrow B}(c) = 0$, если и только если $c = < c_1, c_2 >$ и

$\pi(c_1, \lambda d.\ (1 \div \pi_A d)\ \pi_B c_2 d) = 0$,

($\div$ обозначает обычное симметрическое («урезанное»: cut-off) вычитание).

$x \supset y$ (классическая импликация) используется для $x=0 \rightarrow y=0$.

Отрицание:

$\pi_{\neg A}(c) = 0$, если и только если:

$\pi\ (c, \lambda d\cdot(1 \dot{-} \pi_A d) = 0) = 0$.

Универсальная квантификация (квантор общности):

пусть $A(x_0,..., x_k)$ – предикат; тогда

$\pi_{\forall x_0 A}\ (c, c_1, ..., c_k) = 0$, если и только если $c = <d_1, d_2>$ и

$\pi\ (d_1(c_1, ..., c_k), \lambda d.\ \pi_A(d_2(d, c_1 ,..., c_k); d, c_1,..., c_k) = 0) = 0$.

Экзистенциальная квантификация (квантор существования):

$\pi_{\exists x_0 A}\ (c; c_1, ..., c_k) = 0$, если и только если $c = < d_1, d_2 >$ и

$\pi\ (d_1; d_2, c_1, ..., c_k) = 0$.

Теперь понятие логической истинности может быть введено для пропозиционального интуиционистского исчисления:

$F(P_1,\dots,P_k)$ интуиционистски истинно, если и только если

(1) $\forall\pi_{P_1}\dots\forall\pi_{P_k}\exists c\pi_F(c)=0$,

где: $P_1,\dots,P_k$ – пропозициональные переменные;

$F(P_1,\dots,P_k)$ – пропозициональная формула интуиционистского исчисления высказываний, содержащая вхождения пропозициональных переменных $P_1,\dots,P_k$.

Пусть $F(R_1,\dots,R_k)$ обозначает формулу логики предикатов *с.* предикатными переменными $R_1,\dots R_k$; R_i пусть предикат с числом аргументов ρ_i; пусть F содержит переменные $x_0,\dots x_n$; тогда F называется обоснованным (valid), если $\forall x_0,\dots,\forall x_n$ F является обоснованным (valid).

Условие (1) определяет истинность замкнутых формул исчисления предикатов, если $P_1,\dots,P_k$ берутся как предикатные переменные.

Правила вывода трактуется следующим образом. Если мы хотим показать, например, что правило

$$\underline{F, A \vdash H}$$

корректно, то мы должны показать, что для каждого b такого, что $\pi_{F\wedge A\ \to H}(b)=0$ мы можем найти такое c, что $\pi_{F'\wedge A'\ \to H'}(c)=0$.

Развиваемая Крайзелем общая абстрактная теория конструкций не является единственно возможным уточнением понятия конструкции и разрешимого свойства, предлагаются и другие теории, принимающие дополнительные идеализации. Отметим, что любая абстрактная теория конструкций должна содержать идеализации I, II, так как из принципа субъективности конструкций следует, что если идеализированный субъект не способен распознать, что *a* применимо к *b* (*c* есть доказательство A), то тогда *a* не применима к *b* (*c* не есть доказательство A).

В интуиционистской математике рассматриваются следующие виды объектов:

(1) конструктивные объекты, задаваемые алгорифмически;

(2) последовательности свободного выбора (или свободно становящиеся последовательности);

(3) виды – свойства, которыми могут обладать объекты исследования.

Конструктивные объекты интуиционистской математики – те же, что и в конструктивистской. Стандартные конструктивные объекты – натуральные числа, порождаемые пра-интуицией времени. Свободно становящаяся последовательность – функция, определенная на натуральном ряде, принимающая в качестве значений объекты из некоторого класса, и такая, что каждое ее значение эффективно становится доступным исследователю[31].

Свободно становящиеся последовательности – наиболее интересные объекты интуиционистской математики. Их введение в теорию интуиционизма преследует ряд целей.

Последовательности выбора, прежде всего, нужны для конструктивного представления несчетного континуума[32]. С этой целью вводятся так называемые индетерминированные или беззаконные (lowless) свободно становящиеся последовательности; в отличие от законоподобных (lowlike) (или заданных законом) свободно становящихся последовательностей, значения которых для каждого n заранее предопределено предписанием (алгорифмом), для беззаконных свободно становящихся последовательностей их будущие значения в некоторый момент времени не являются полностью определенными *Принцип неполной детерминации свободно становящихся последовательностей* – одно из специфических гносеологических оснований конструктивности интуиционистской математики.

Различают абсолютно беззаконные и относительно беззаконные свободно становящиеся последовательности.

Введение недетерминированности может совершаться разными способами. Трулстра определяет последовательность свободного выбора как последовательность упорядоченных пар $\{\langle \mathrm{R}_\alpha(n), x_\alpha(n)\rangle\}$, где $x_\alpha(n)$ – численное значение последовательности в точке n (n=1, 2, …), а $\mathrm{R}_\alpha(n)$ – правило разграничения настоящих и будущих значений. Последовательность $\{x_\alpha(n)\}_\mathrm{n}$ нумерических значений представляет экстенсиональный аспект свободно становящейся последовательности α, а последовательность правил – интенсиональный аспект. Вместо $\{\mathrm{R}_\alpha(n)\}_n$ можно рассматривать последовательность $\{\mathbb{A}_\alpha(n)\}_n$, где $\mathbb{A}_\alpha(n)$ – множество возможных значений α на шаге n, из которого избирается актуальное значение $x_\alpha(n)$[33]. Тогда вид законоподобных свободно становящихся последовательностей может быть выражен формулой:

$$\mathrm{D}(\alpha) \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\forall x)(\exists y)(\mathbb{A}_\alpha(x)\equiv\{y\})$$

где: $\stackrel{\mathrm{def}}{=}$ – «равно по определению»;

$\equiv$ – теоретико-множественное равенство.

---

[31] Драгалин А. Г. Интуиционизм // Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – Т.2. – С. 638-643.

[32] Troelstra A. S., D. van Dalen. Constructivism in Mathematics. – Vol. I, II. North Holland. Amsterdam, New York. Oxford. Tokyo: Elsevier science publishers B.V., 1988. – P.639–645.

[33] Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974. – Vol. 27, № 1-2. – P.141-142

Вид абсолютно беззаконных или случайных последовательностей определяется посредством:

$$\mathrm{L}(\alpha) \overset{\mathrm{def}}{\equiv} \forall x\, (\mathbb{A}_\alpha(x) \equiv \mathrm{N})$$

где: N – вид натуральных чисел.

Абсолютно беззаконные последовательности, не могут использоваться ни в какой теории, так как на них не может быть наложено никакое условие (скажем, условие Коши). Поэтому интуиционисты вводят понятие *относительно беззаконной последовательности*:

если a - некоторое условие, налагаемое на последовательности, тогда вид L_a свободно становящихся последовательностей, беззаконных относительно a, определяется условием

$$\mathrm{L}_a(\alpha) \overset{\mathrm{def}}{\equiv} \forall x\, (\mathbb{A}_\alpha(x) \equiv \mathrm{A}(a, \alpha, x)),$$

где: $\mathrm{A}(a, \alpha, n)$ - множество возможных a-продолжений некоторой последовательности, совпадающей с α вплоть до (n-1), а некоторое a-продолжение α на n есть значение для $x_\alpha(n)$, которое согласуется с требованиями, налагаемыми на α посредством a.

Идеализации, накладываемые на деятельность идеализированного математика в интуиционизме, явно формулируются в *теории творящего субъекта*[34]. В этой теории символ Σ_n - эпистемический оператор; выражение «Σ_nA» означает: на n-й ступени в своем исследовании творящий субъект имеет достаточное основание для утверждения высказывания A.

Основные аксиомы для творящего субъекта:

(1) $\Sigma_n\mathrm{A} \vee \neg\, \Sigma_n\mathrm{A}$: гарантирует возможность неограниченного продолжения последовательностей, а также их законоподобность;

(2) $\Sigma_n\mathrm{A} \to \mathrm{A}$: интуиционистское доказательство достаточно, чтобы гарантировать интуиционистскую истинность.

(3) $(\Sigma_n\mathrm{A} \wedge m > n) \to \Sigma_m\mathrm{A}$ (принцип сохранности).

(4) $\dfrac{\sum_n \exists x A(x)}{\exists x \sum_n A(x)}$ исключает неконструктивные доказательства.

(5) $\dfrac{\sum_n AA \to C}{\sum_n C}$ замкнутость ступени относительно выводов.

Определение эмпирических *последовательностей*: определяем отношение, которое детерминирует последовательность эмпирических событий или испытаний. Можно предположить, что для каждого такого отношения существует натуральное m такое, что каждое испытание имеет самое большое m различных возможных результатов; это выражается схемой:

$$(6a)\ (\forall x \geq 1)((\exists y_{x0})\ldots(\exists y_{xm})(\Pi(x, y_{x0}) \vee\ldots\vee \Pi(x, y_{xm})) \wedge$$
$$\wedge\, (\forall z)(\forall w)(z \neq w \to \neg(\Pi(x, z) \wedge \Pi(x, w)))$$

[34] Ibid. – P.143-150.

$\Pi\ (n,y)$ – символ для двуместного отношения на натуральных числах.

Для каждого высказывания A по схеме (6*a*) может быть получен пример *эмпирического предиката*. Каждый пример схемы выражает способность математика обратиться к сериям событий сознания и абстрагироваться от качественной определенности каждого элемента серии: процесс, названный Брауэром *абстракция* или *математическое движение*. Кванторы в (6*a*) указывают, что ряд продолжается, пока есть сознание или заинтересованность.

Результат решения обратиться к ряду событий – математический объект: последовательность:

(6*b*) $\sum_0((\forall x)\alpha\pi(x) = n \leftrightarrow \Pi(x,n))$,

где: Σ_0 обозначает определение;

$\leftrightarrow$ – знак эквиваленции: $A \leftrightarrow B \overset{\text{def}}{=} (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

(6*b*) фиксирует последовательность α_π такую, что $\alpha_\pi(n) = m$, если и только если $\Pi\ (n,m)$.

Если π удовлетворяет (6*a*), то последовательность α_π, определенная по (6*b*), – эмпирическая.

Схема (7) формулирует условие для предикатов, порождающих *недетерминированные* последовательности:

(7) $(\forall i)(\forall x > i)\neg(\sum_i \Pi(x, y_{x0}) \vee ... \vee \sum_i \Pi(x, y_{xm}))$.

Схема (8) формулирует условие для предикатов, порождающих *математическую последовательность* (абсолютно детерминированную):

(8) $(\forall x \geq 1)(\sum_0 \Pi(x, y_{x0}) \vee ... \vee \sum_0 \Pi(x, y_{xm}))$;

Σ_0 – отсылает к моменту определения последовательности.

(9) $A \rightarrow \neg\neg(\exists x)\Sigma x A$

аксиома *христианского милосердия*: из истины A следует, что абсурдно предполагать, что творящий субъект никогда не придет к знанию A (принцип *слабого конструктивизма*);

(10) $\neg(\exists x)\Sigma x A \rightarrow \neg A$: если творящий субъект никогда не докажет данное высказывание, то оно ложно *(сильный конструктивизм).*

Схема (9) устраняет возможность неразрешимых проблем. Пусть A – математическое высказывание (пока недоказанное); тогда решение проблемы, поставленной посредством A, должно быть найдено на ступени n, если $\Sigma n(A \vee \neg A)$. Проблема была бы неразрешима, если бы $\neg(\exists x)\Sigma x(A \vee \neg A)$. Но следующее рассуждение показывает, что для всякого A, $\neg\neg(\exists x)\Sigma x(A \vee \neg A)$ является теоремой всякой системы, содержащей (9):

если 1. $\neg(\exists x \Sigma x(A \vee \neg A))$ [предположение]

то

если 2. A [предположение]

то 3. $A \vee \neg A$ [$\vee$ - введение: 2.]

то 4. $\neg\neg(\exists x)\,\Sigma x(A \vee \neg A)$ [modus ponens: (9), 3.]

5. противоречие [1., 4.]

6. $\neg A$ [$\neg$ - введение: 2.-5.]

то 7. $A \vee \neg A$ [$\vee$ - введение: 6.]

8. $\neg\neg(\exists x)\,\Sigma x(A \vee \neg A)$ [modus ponens: (9), 7.]

9. противоречие [1., 8.]

следовательно, 10. $\neg\neg(\exists x)\,\Sigma x(A \vee \neg A)$ [$\neg$ - введение: 1.9.]

Аксиомы для творящего субъекта, таким образом, выражают те особенности математического познания, которые постоянно использовались Брауэром в математических доказательствах. При формализации интуиционистского анализа эти аксиомы входят в состав теории наряду с другими аксиомами, определениями и правилами.

Гносеологические основания конструктивности интуиционистского способа рассуждения могут быть представлены следующими принципами.

(1) Принцип эффективного истолкования смысла высказываний (эффективной семантики).

(2) Принцип эффективной истинности высказываний.

И хотя понятия конструкции и эффективного процесса в интуиционистской математике не уточняются, формализация логических правил, сохраняющих инвариант «эффективная логическая истинность», приводит к тому же исчислению предикатов, что и в конструктивном направлении.

Рассуждения о свободно становящихся последовательностях требуют методов, отличающих интуиционизм от других направлений в обосновании математики. Охарактеризуем один из них.

(3) Принцип бар-индукции (индукция по запиранию).

Рассмотрим нумерацию всех кортежей натуральных чисел:

(*a*) нумерация пар натуральных чисел: $x,y \in \mathrm{N}$, $\ll x,y \gg$ – номер упорядоченной пары $\langle x,y \rangle$:

$\ll x, y \gg\, = (\max^2(x, y) + y) + (\max(x,y) \dot{-} x)$;

(*b*) нумерация упорядоченных *n*-ок натуральных чисел:

$$\begin{cases} \nu_0 x_0 = x_0 \\ \nu_1(x_0, x_1) = «x_0, x» \\ \dots \\ \nu_n(x_0,\dots,x_n) = «x_0, \nu_{n-1}«x_1,\dots,x_n»» \end{cases}$$

здесь: ν_i – примитивно-рекурсивная функция ($1 \le i \le n$);

(c)

$$\begin{cases} \langle\ \ \rangle = 0 \\ \langle x \rangle = \hat{x} = S«0, x» \\ \dots \\ \langle x_0,\dots,x_n \rangle = S«n_1, \nu_n(x_0,\dots,x_n)» \end{cases}$$

здесь: S – операция «…+1».

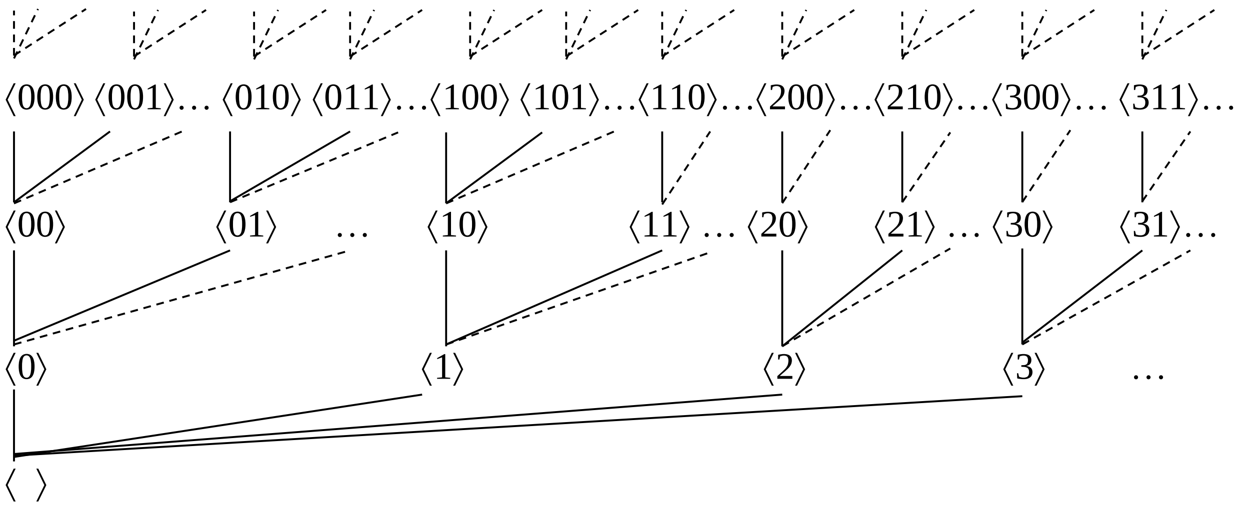
Введем естественное отношение порядка на кортежах:

$$x \geqslant y \overset{\text{def}}{=} \exists z\, (y * x = x)$$

(y есть подначало x), где $y*z$ есть операция объединения кортежей:

$x \rightleftharpoons \langle x_0, \dots, x_n \rangle$, $y \rightleftharpoons \langle y_0, \dots, y_m \rangle$ $\Rightarrow x*y \rightleftharpoons \langle x_0, \dots, x_n, y_0, \dots, y_m \rangle$.

Отношение $\geqslant$ – есть порядок на плоскости:



Натуральные числа (номера кортежей) задают бесконечное дерево кортежей. Эта конструкция называется в интуиционистской математике *универсальный поток*. *Поток* есть свободно становящаяся последовательность σ такая, что:

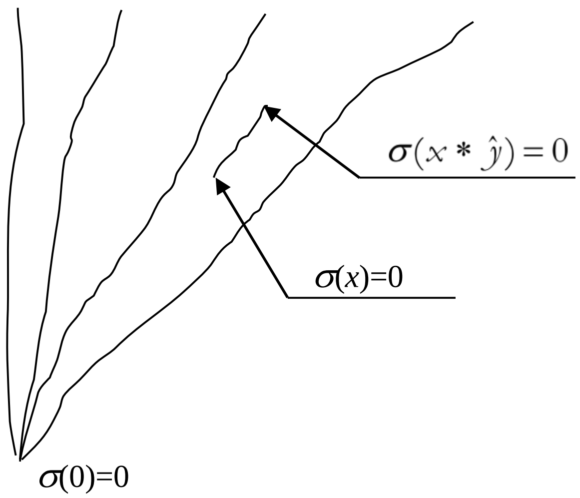
(1) $\sigma(0) = 0$

(2) $\sigma(x) = 0 \supset \exists y \sigma(x * \hat{y}) = 0$

(3) $\sigma(x) \neq 0 \supset \forall y \sigma(x * \hat{y}) \neq 0$;

если выполняются условия (1) – (3), то пишем: Spr(σ), то есть σ есть *поток*.

Поток есть поддерево кортежей. Поток задан эффективно; кортеж принадлежит потоку, если σ(n) = 0



Определим оператор на ССП: $\alpha \to \bar{\alpha}$

$$\begin{cases} \nu_0 x_0 = x_0 \\ \nu_1(x_0, x_1) = «x_0, x» \\ \ldots \\ \nu_n(x_0, \ldots, x_n) = «x_0, \nu_{n-1}«x_1, \ldots, x_n»» \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{\alpha}(0) = 0 \\ \bar{\alpha}(S_z) = \bar{\alpha}(x) * < \alpha x > \end{cases}$$

Z_n - функция, ставящая в соответствие некоторому n отрезок α до n:

$$Z_n = < \alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{(n-1)} >$$

Пусть Spr (σ), тогда:

$$\alpha \in \sigma \leftrightarrow \forall x(\sigma(\bar{\alpha}(x))) = 0$$

то есть: если $\alpha \in \sigma$, то α – путь в потоке.

Веер:

$$Fan(\sigma) \leftrightarrow Spr(\sigma) \wedge \forall x(\sigma(x) = 0 \supset \exists b \forall s(\sigma(x * \hat{s}) = 0 \supset s \leq b))$$

Ординал: синтаксическое выражение:

$k_1\omega^n + k_2\,\omega^{k-1} + \ldots + k_n\omega + k_{n+1}$.

Введем предикат ($f\,B_m$)

f— запирает m, где f - ССП, m - натуральное число.

Определим: $f\,St\,m$: f - стабильна с m:

$f\,St\,m \overset{\text{def}}{=} (\forall n_l)(\forall n_2)(n_2 \geqslant n_l \geqslant m \wedge f n_1 \neq 0 \supset f n_1 = f n_2$

теперь: $fB_m \overset{\text{def}}{=} (\forall g \in m)(\exists l)(f(\bar{g}(l)) \neq 0 \wedge fStm$

где: $g \in m$ – свободно становящаяся последовательность g начинается с m

$\bar{g}(l)$ - *обрезок* свободно становящейся последовательности g длины l.

По определению запирания вводится индуктивный *принцип бар-индукции*: A (f , m) ,

если: (a) $f_m \neq 0 \wedge ((\forall_n \geq m)(f_n = f_m)) \supset A(f,m)$

(b) $f_m = 0 \wedge ((\forall_k A(f_1 m * k)) \supset A(f,m)$

то: $\forall m(fB_m \supset A(f,m))$

Если истолковывать этот принцип классически, то он оказывается эквивалентным трансфинитной индукции.

Если истолковывать f и g как алгорифмически определенные последовательности, то *принцип бар-индукции* также будет выполняться. Однако в интуиционистской математике с помощью принципа бар-индукции доказывается теорема *о веерах*, конструктивистский аналог которой опровергается на примере. В формальной интуиционистской версии анализа, включающей кроме принципа бар-индукции также *принцип непрерывности* и интуиционистский *принцип выбора*[35] выводится формула, понимаемая как утверждение о том, что не все детерминированные математически свободно становящиеся последовательности являются общерекурсивными функциями.

Это обстоятельство говорит о том, что в интуиционистском применении бар-индукция исключает конструктивистское (алгорифмическое) понимание даже законоподобных свободно становящихся последовательностей. Как показывает Э. Ветте[36], диалогическое обоснование (в смысле Лоренценовских диалогов) бар-индукции предполагает с необходимостью допущение у оппонента способности лгать, что еще раз проводит принципиальное различие между предполагаемыми в интуиционистской математике способностями «идеализированного математика» и способностями «гносеологического субъекта», зафиксированными в «идеальной машине Тьюринга».

Литература

1. Асмус В. Ф. Проблема интуиции в философии и математике. – М.: Изд-во соц.-эконом. литературы, 1963. – 312 с.
2. Гейтинг А. Интуиционизм. – М.: Мир, 1965. – 200 с.
3. Гейтинг А. Обзор исследований по основаниям математики. Интуиционизм-теория доказательства. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. – 96 с.

[35] Гейтинг А. Интуиционизм. – М.: Мир, 1965. – 200 с.

[36] E. Wette. Definition eines (relativ vollständigen) formalen Systems konstruktiver Arithmetik // Foundations of Mathematics. Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel. Ed. By Jack J. Bulloff, Thomas C. Holyoke. S.W. Hahn. – Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1969. – P. 132–141.

4. Гейтинг А. Тридцать лет спустя // Математическая логика и её применения. – М.: Мир, 1965. – С. 225–226.
5. Драгалин А. Г. Интуиционизм // Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – Т.2. – С. 638-643.
6. Драгалин А. Г. Конструктивная модель интуиционистского анализа// Философия в современном мире. Философия и логика. – М.: Наука, 1974. – С.55-78.
7. Драгалин А. Г. Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
8. Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – М.: Гуманитарий, 2003. – № 10. – С. 104–121.
9. Панов М. И. Методологические проблемы интуиционистской математики. – М.: Наука, 1984. – 224 с
10. Панов М. И. Можно ли считать Л. Э. Я. Брауэра основателем конструктивистской философии математики? //Методологический анализ математических теорий. – М., 1987. – 291 с.
11. Панов М. И. Об одном периоде в творчестве Л. Э. Я. Брауэра (несколько замечаний по поводу книги «Жизнь, искусство, мистицизм»)//Методологический анализ оснований математики/ Ф. Китчер, В. Я. Перминов, Б. И. Фёдоров и др. – М.: Наука, 1988. – С. 116-120
12. Панов М.И. Язык, мышление, логика в учении интуиционизма (некоторые аспекты методологического и историко-научного анализа) // Логика и язык. Сб. науч. трудов. – М.: Центр. Совет филос. (методол.) семинаров при Президиуме АН СССР, 1985. – С. 102–137.
13. Суханов К. М. Критический очерк гносеологии интуиционизма. – Челябинск: Южно-Уральское кн. изд-во, 1973. – 228 с.
14. Ракитов А. И. Философские проблемы науки. Системный подход. – М.: Мысль, 1977. – С. 101-111
15. Dummett M. With assistance of Munio R. Elements of intuitionism. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – XII + 462 p
16. Heyting A. L.E. Brouwer // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – Pp. 308–316.
17. Myhill J. The formalisation of intuitionism // La philosophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – Pp. 324-341
18. Popper K. Epistemology without knowing subject // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congress for logic, methodology and philosophy of science / Ed. by von Rootselaar, B. – Amsterdam: North-Holl. publ. co., 1968. – Pp. 333-373.
19. Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974. – Vol. 27, № 1-2. – Pp. 125-159.

20. Troelstra A. S. Principles of intuitionism. – Berlin u. a.: Springer, 1969. – 111 p.
21. Troelstra A. S., D. van Dalen. Constructivism in Mathematics. – Vol. I, II. North Holland. Amsterdam, New York. Oxford. Tokyo: Elsevier science publishers B.V., 1988. – Pp.639–645.
22. Wette E. Definition eines (relativ vollständigen) formalen Systems konstruktiver Arithmetik // Foundations of Mathematics. Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel. Edited by Jack J. Bulloff, Thomas C. Holyoke, and S. W. Hahn. – Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1969. – Pp. 130–195.

.

Михайлова Н.В.
(Минск)

"УМЕРЕННЫЙ СКЕПТИЧЕСКИЙ ПЛАТОНИЗМ" В СИСТЕМНОЙ ТРИАДЕ ПРОГРАММ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ*

Резюме

Постгёделевская философия математики, несмотря на эффективность аксиоматически построенных теорий, породила серьезные сомнения в существовании непротиворечивых формальных описаний. Основные трудности обоснования математики связаны с методологическим анализом стратегий обоснования, поскольку наиболее известные классические программы обоснования ориентированы на различные задачи и цели математического исследования. В статье рассматривается новая методология обоснования математики, открывающая в рамках системной триадической структуры дополнительные возможности анализа природы математического мышления на основе хорошо известных философско-методологических программ формализма, интуиционизма и платонизма, что, в свою очередь, потребовало уточнить понятие "математического платонизма" с точки зрения современного развития математики.

Как формируются истинные утверждения при ответе на вопросы из области математики? Проблемой математической истины интересовались еще древнегреческие мыслители, которые в равной мере владели философским и математическим знанием своего времени.

В XX веке эта проблема стала особенно актуальной после рефлексивных результатов австрийского логика Курта Гёделя. Он показал, что достаточно широкая система аксиом и правил вывода, содержащая арифметические теоремы, например, "последнюю теорему Ферма", и свободная от противоречий, должна включать утверждения, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть в рамках формализма данной системы. Поэтому истинность таких утверждений не может быть выяснена с помощью методов, допускаемых этой формальной системой. Важнейшее условие, при котором была доказана теорема Гёделя о неполноте, состоит в непротиворечивости системы аксиом математической теории. Курт Гёдель показал также, что доказать непротиворечивость системы аксиом в рамках самой системы нельзя, т.е. утверждение о непротиворечивости само по себе является "неразрешимым".

В современной философии математики можно выделить три основных программы обоснования математики: *формализм интуиционизм, платонизм*. Известный философ математики В.Я. Перминов считает, что современная философия математики должна соединить в себе три

* Работа выполнена при поддержке БРФФИ. Проект № Г05Р-015

разнородных положения, которые он сформулировал в виде следующих тезисов: “тезис об идеальности и формальности математических структур, т.е. представление о математике как о совокупности чисто мыслительных конструкций, ограниченных только требованием непротиворечивости, тезис об априорности исходных математических представлений, заключенных в традиционных разделах математики, таких как арифметика и элементарная геометрия, и тезис о реальности исходных математических представлений как непосредственно связанных с универсальной онтологией, лежащей в основе человеческого мышления”[1]. В защиту интуиционизма и конструктивизма необходимо сказать, что математическое мышление неизменно подтверждает гипотезу о первичности интуитивной и конструктивной основы математического рассуждения относительно его формально-символического оформления.

В частности это означает, что математический априоризм необходим для обоснования и объяснения специфики математических истин. В современной философии и методологии науки осознается недостаточность бинарных структур, хотя понятия, сложившиеся в бинарной парадигме, не всегда легко укладываются в триадическую структуру. Триадой называют совокупность из трех элементов, каким-то образом связанных между собой. Среди различных типов триад для целей обоснования математики выделим системные триады. По определению математика и методолога науки Р.Г. Баранцева, *системные триады* характеризуются тем, что их единство “создается тремя элементами одного уровня, каждый из которых может служить мерой совмещения двух других”[2]. В таком контексте все три элемента системной триады потенциально равноправны. В качестве одной из формул системной триады можно рассмотреть следующую совокупность программ обоснования математики:

платонизм

/ \

формализм — ***интуиционизм***

В ней используются понятия, уже сложившиеся в диадной парадигме. Новое смысловое содержание определяется новой структурой для программы обоснования. Именно перекодировка понятий – формальность, априорность, реальность – составляет определенную трудность при смене парадигмы. Системный подход, по мнению философа

[1] Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001.–С.9

[2] Баранцев Р.Г. Синергетика в современном естествознании. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – С.26

науки Ю.В. Сачкова, дает новый взгляд на философско-методологическую проблему целостности. "Если ранее целостные представления об объектах исследования складывались исключительно на основе их внешних взаимодействий, на основе того, как они проявляют себя во внешних взаимодействиях, то системный подход дополняет изучение целостности анализом их внутренней дифференциации"[3]. Используя дополнительные внутренние связи и целостные свойства системы, получают определенное обоснование. Поэтому познание интересующих нас философско-методологических проблем через призму системного подхода может привести к более глубокому проникновению в сущность этих проблем.

Системный подход вытекает из понимания эволюции математических теорий и соответствующих математических структур, понимаемых как развивающиеся системы. Несмотря на все попытки, философия математики, возникшая в начале XX века, не смогла строго очертить границы логико-онтологического обоснования математики. В связи с этим вполне естественным может оказаться вопрос, какого философского мировоззрения придерживаются математики? Математическое мировоззрение, которого придерживается известный логик и математик Н.Н. Непейвода, можно охарактеризовать как *умеренный скептический платонизм*. В отличие от "математического платонизма", предполагающего, что математические понятия реально существуют в мире идей, он считает "данное воззрение профанацией платоновского взгляда и самопереоценкой человека и его научного мышления"[4]. Системы, возникающие в реальном мире, являются реализациями общих идей, недоступных человеку, но математика дает возможность некоторого приближения к ним. Этой трактовки платонизма мы будем придерживаться в дальнейших рассуждениях.

В философии математики интуиционистского направления Карл Поппер одним из главных достижений считает понимание того, что математика создана человеком. Это радикально антиплатонистская идея, если под платонизмом понимать учение, согласно которому математические объекты могут существовать, не будучи созданными нами и, следовательно, без доказательства своего существования. Добавим к этому, что именно Платон был первооткрывателем третьего мира и его влияния на нас. Третий мир Платона божественен, он был неизменяемым и истинным. Платон считал, что третий мир форм и

---

[3] Сачков Ю.В. Научный метод: вопросы и развитие. – М. Едиториал УРСС, 2003. – С.48.

[4] Непейвода Н.Н. Прикладная логика: Учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2000. – С.XXIII

идей обеспечит всех окончательными объяснениями. Заметим, что мир идей – мир Платона – в отличие от мира материальных вещей в пространстве и времени, образующих основу физики, вообще говоря, лишь немногое может объяснить в математике. Таким образом, существуют принципиальные различия между третьими мирами Поппера и Платона. Как указывает Поппер, его третий мир создан человеком и изменяется. Он содержит не только истинные, но также и ошибочные теории, а, кроме того, и открытые проблемы, предложения и опровержения.

Объективное существование объектов “третьего мира” Поппер связывает с фактом материализации продуктов человеческого интеллекта в виде книг, художественных произведений, компьютеров и др. Основной аргумент в пользу автономности “третьего мира” состоит в том, что теории, идеи и художественные направления порождают следствия, например, логические возможности числового ряда, которые их создатели не в состоянии были предсказать. Математические объекты, согласно Попперу, являются продуктами творческой деятельности математиков. В то же время они подчиняются также собственным закономерностям и поэтому могут анализироваться независимо от деятельности, результатом которой они являются. Такая трактовка третьего мира обуславливает его собственные непреднамеренные следствия, критический анализ которых приводит к новым открытиям. Вот что по этому поводу пишет сам Карл Поппер: “Натуральный ряд чисел, который мы конструируем, создает простые числа, которые мы открываем, а они в свою очередь создают проблемы, о которых мы и не мечтали. Вот именно так становится возможным математическое открытие”[5]. Эти рассуждения Поппера о независимости творческого продукта деятельности от самой деятельности позволяют понять убежденность математиков в том, что они исследуют независимую от их сознания реальность.

Поппер считал, что он исправил “ошибку Платона”, лишив открытый им мир божественного и трансцендентного характера. Но, по существу, мир форм и идей Платона в предлагаемой Поппером классификации следует назвать нулевым миром, пребывающим вне времени и пространства как активная потенциальность. Поэтому при более широкой трактовке критического рационализма Поппера, мы, по существу, приходим к концепции не трех, а четырех миров. Проблема дифференциации возможных миров все еще активно обсуждается, поскольку постгёделевская математика породила серьезные сомнения в

---

[5] Поппер К. Логика и рост научного знания: Избранные работы. – М.: Прогресс, 1983. – С.478

существовании непротиворечивых формальных описаний, выявив слабые стороны аксиоматического метода. Отсюда напрашивается также вывод о том, что существует некое глубокое различие между проблемой аксиоматизации отдельного раздела математики, стимулируемой внешними процессами развития науки, и проблемой формализации внутренних процессов мышления.

Творческая составляющая не входит в структуру теории явно, однако она часто используется для обоснования теоретических положений в качестве дополнительного аргумента. Математический аппарат теории и следующие из него утверждения можно рассматривать как независимые явления специфического "бесчеловечного" третьего мира – мира идей. Необходимость "человеческой" компоненты возникает при попытке заменить формальную интерпретацию математической модели чем-то столь же понимаемым, но не столь объясняемым и рационализируемым. Концепция Поппера не снимает хорошо известного в натурфилософии затруднения. Сформулируем его в виде нескольких глубоких вопросов. Почему беспонятийный мир идей действует согласно человеческим понятиям? Откуда Природа знает собственные законы, а если она их не знает, то почему известные нам законы выполняются со столь завидным постоянством? На эти вечные вопросы с помощью своей доктрины "социологического реализма" пытался ответить Рэндалл Коллинз. Свои рассуждения он начинает с расширенной, точнее социологической, трактовки cogito. Утверждать "я мыслю" – значит утверждать, что существуют пространство, время, язык, понятия и сообщество людей, способных их понимать.

Математические объекты реальны в том же смысле, в каком реально человеческое общение. С точки зрения проблемы онтологического статуса математических объектов, можно полемизировать и с платонизмом по поводу обоснования их реальности, поскольку культивируемый в течение долгого времени взгляд на математику как на царство платонистских идеалов, с точки зрения современной философии математики, принято считать ошибочным. Теории о том, что математика – это некое трансцендентное царство платонистских объектов и собрание априорных истин довольно привлекательны, поскольку способствуют пониманию математики, как достоверного, с высокой степенью неопровержимости и истинности научного знания. Даже канторовская концепция множеств явно восходила к учению Платона, хотя была объявлена, в свое время, по какой-то странной причуде материалистической. Однако "сомнительной стороной математического платонизма, – по мнению философа Н.С. Розова, – является его плохая совместимость с историей математики”[6]. Достоверность математики объясняют иногда, образно говоря, особым социальным характером “математических сетей”. Поскольку темы все более абстрактных разделов математики были внутренними моделями предыдущих периодов развития математики, то в процедурах использования символических обозначений воплощена собственная история математики.

Основное возражение в таком подходе состоит в том, что предмет познания практически сводится к средству познания. Природе ничего не нужно знать, в ней нет ни понятий, ни формул, ни чисел. В ней существуют неосознанные упорядоченности и реализуется далеко не все, что способна описать математика. Например, когда Курт Гёдель попытался перевести математические предложения в предложения арифметики, то есть “отобразить” их внутрь формальной системы, то вопросы, которые ранее приводили к парадоксам, превращались при таком отражении в неразрешимые предложения. Тем не менее, хотя открытия Гёделя в математической логике повлияли на изменение философской проблематики оснований математики в целом, они не затронули главных направлений развития математики, поскольку теоретико-множественные основания математики слишком всеобъемлющи, и носят довольно общий характер, чтобы оказывать влияние на конкретные задачи большей части математики. Заметим также, что математика, по сравнению с другими науками обладает некой “трансцендентальной уверенностью” в своей правильности.

Вплоть до XIX века под наукой понимали любую область теоретического знания и лишь спустя какое-то время это слово постепенно стало обозначать только те области знания, которые прямо или косвенно изучали физический мир. Сила математического знания в том, что чисто рациональными средствами современная математика подтвердила недостаточность рационализма. Речь идет о том, что не все истинные утверждения можно вывести из заранее определенного перечня аксиом. Среди различных теорий философии математики выделяется доктрина платонизма. Нормальный платонизм работающего математика стимулирует занятие проблемами любой сложности, поскольку никогда заранее неизвестно разрешима проблема или нет. Является ли собственная философия математики платонистской или нет, можно определить с помощью “теста Подниекса”[7]. В нем речь идет о знаменитой нерешенной проблеме Гольдбаха.

---

[6] Розов Н.С. Природа “упрямой реальности” в философии естествознания и математики // Философские науки. – 2001. – № 2. – С. 29.

[7] Подниекс К.М. Вокруг теоремы Гёделя. – Рига: Изд-во “Зинатне”, 1992. – С.11.

Напомним, что простое число – это то, которое не делится ни на какое другое, кроме 1 и на само себя. Такие числа редки. Подобно золотым самородкам, они скрываются в “породах” остальных чисел. Пока простые числа невелики, они достаточно часто встречаются у истоков “великой реки” множества всех чисел, но по мере того, как их величина растет, они быстро растворяются в этом “потоке”. Среди простых чисел попадаются пары таких, разность между которыми равна двум, например, (3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31), (41,43), … Их принято называть простыми близнецами. Немецкий математик Христиан Гольдбах более двух с половиной столетий назад предположил, что существует бесконечно много простых близнецов. Эта гипотеза до сих пор не доказана и не опровергнута. На чем основана уверенность в том, что гипотеза Гольдбаха “объективно” должна быть истинной или ложной? Как правило, на следующем рассуждении, допускающем существование двух возможностей: либо, продвигаясь вдоль натурального ряда чисел, мы доходим до последней пары простых близнецов, либо пары простых близнецов появляются все время. Это довольно типичное рассуждение математика-платониста, оперирующего с натуральными числами как с особым миром, похожим на мир земных вещей, и привыкшего думать, что хорошо сформулированное утверждение должно быть либо истинным, либо ложным.

Есть еще третья возможность, которую, на первый взгляд, трудно себе представить: количество простых близнецов не является ни конечным, ни бесконечным. Такая возможность не столь уж удивительна, если следовать современным представлениям о нечеткости или размытости больших совокупностей чисел, в том смысле, что система натуральных чисел содержит не только информацию о действительном мире, но и элементы нашей фантазии. Заметим, что с такой ситуацией, неожиданной для работающих математиков и важной для понимания современного развития математики, мы уже встречались, когда оказалось, что проблема континуума в принципе неразрешима. Платонистский подход предполагает, что несмотря на неразрешимость проблемы простых близнецов “для нас, людей”, их все же конечное или бесконечное множество в мире чисел или, точнее, в мире идей, не зависящего от аксиом, используемых в рассуждениях математиков. Но это уже не математический платонизм, а философский, беспредметный с точки зрения математики.

Мы опять возвращаемся к вопросу: что есть математика? Если нет ответа на этот вопрос, то тогда утверждение, что никакая фиксированная система аксиом не в состоянии представить богатство математики полностью, просто некорректна. Подлинного мира математики, не зависящего от аксиом, с помощью которых он строится и исследуется, в современной математике не существует. При постановке проблем и выдвижении гипотез Давид Гильберт руководствовался не только собственным опытом, основанном на математической и философской интуиции, но и коллективным опытом математического сообщества. Не умаляя гениальности самого Гильберта и мощи его интуиции, следует отметить, что успех его математических проблем отчасти объясняется особенностью исторического периода развития математики начала прошлого века, когда основные факторы развития математики имели внутреннее происхождение и их можно было предвидеть крупнейшим математикам того времени.

Вполне возможно, что период гладкого развития математического знания закончился. "Если это так и математика оказалась в точке бифуркации, – рассуждает по этому поводу историк математики С.С. Демидов, – то судить о том, какой она будет завтра, представляется деятельностью, обреченной на неуспех"[8]. Но если точка бифуркации пройдена или ее вовсе пока не было, то новые попытки обозрения проблем современной математики могут оказаться вполне удачными. Но в начале XXI века это под силу уже лишь коллективным усилиям ведущих математиков мирового математического сообщества. При решении методологических вопросов опасно давать волю платонистским привычкам. Процедура конструирования абстрактных понятий способна порождать и сомнительные математические конструкции. Это побудило Иммануила Канта исследовать вопрос о существовании критерия, который позволил бы исследователям из возможных рассудочных понятий выделить те, которые не приведут к появлению математически противоречивых объектов.

Согласно Канту, роль критерия может исполнять не логика, а чистое созерцание, то есть априорная интуиция. Он был уверен, что для математики этот критерий достаточен, как и критерий опыта для разума в эмпирическом применении. Для Канта – одного из первых философов, понявших ньютоновскую механику, пространство – это априорная форма внешнего чувственного созерцания, а время – априорная форма внутреннего чувственного созерцания. Принято считать, что он учил идеальности пространства и времени, и что это было фундаментальным аспектом его учения. "Как и большую часть учения

---

[8] Демидов С.С. "Проблемы" Д. Гильберта и математика XX века // Математика и практика. Математика и культура: Сборник статей по методологии, истории, философии математики. – М.: Редакция журнала "Самообразование" и МФ "Семигор", 2000. – С.24.

Канта, – пишет австрийский физик Эрвин Шредингер, – его нельзя ни подтвердить, ни опровергнуть, но интерес к предмету от этого не пропадает”[9]. Однако уже в XIX веке математическая практика, вопреки кантовскому критерию оценки математической достоверности, создала такие примеры и теории, которые не поддавались интуитивному контролю. В 1890 году итальянский математик Джузеппе Пеано доказал, что геометрические фигуры, вычерчиваемые движущейся точкой, то есть кривые, могут включать в себя целые участки плоскости.

Такое движение не постигается интуицией, его можно понять только с помощью логического анализа. Поэтому математические интуиции, как “совокупность разнообразных взаимодействующих установок”, не постоянны, они пополняются, развиваются и обогащаются новыми идеями вместе с абстрактными разделами, устраняющими из теории все несущественное. Более того, хотя интуиция и стоит за естественным различием между природой изучаемого объекта и духом, она не может возникнуть в продвинутых абстрактных разделах математики без глубокого знания изучаемых объектов. Даже понимание сути математических проблем зависит от того, какой именно смысл вкладывается в ту или иную гильбертовскую формулировку. Так, например, по-разному понимали смысл тринадцатой проблемы Гильберта, с одной стороны, академик А.Н. Колмогоров и В.И. Арнольд, а с другой, академик А.Г. Витушкин. Общее алгебраическое уравнение специальной подстановкой, которая записывается в радикалах, приводится к более простому виду.

В частности, общее алгебраическое уравнение 7-й степени приводится к виду $f^7+xf^3+yf^2+zf+1=0$, то есть решение общего уравнения 7-й степени является суперпозицией арифметических операций, радикалов и функции f, зависящей от трех переменных x, y и z. Гипотеза Гильберта под номером 13 в списке его проблем формулируется так: “уравнение седьмой степени неразрешимо с помощью каких-либо непрерывных функций, зависящих только от двух аргументов”. В результате совместной работы А.Н. Колмогорова и В.И. Арнольда было доказано, что гипотеза Гильберта ошибочна. Основополагающим результатом стала работа академика А.Н. Колмогорова, который в 1956 году доказал, что всякая непрерывная функция n переменных представляется в виде суперпозиций непрерывных функций от трех переменных. Будучи еще студентом В.И. Арнольд в 1957 году усовершенствовал кол-

---

[9] Шредингер Э. Разум и материя. – Ижевск: Научно-издательский центр “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. – С.71.

могоровскую конструкцию и усилил этот результат, снизив число переменных до двух. Безусловно, что этот цикл работ стал математической сенсацией. Спустя несколько лет было доказано, что в их конструкциях представляющие функции не могут быть гладкими даже в том случае, когда речь идет о представлении аналитических функций.

Это обстоятельство расширяет диапазон вопросов в этой проблеме Гильберта. Поэтому, считает академик А.Г. Витушкин, “можно рассчитывать на положительное решение проблемы, то есть, возможно, что решение уравнения 7-й степени не представимо суперпозицией функций от двух переменных, разумеется, в предположении гладкости или аналитичности этих функций”[10]. Важнейшей особенностью почти всех абстрактных множеств, встречающихся в математике, является их бесконечность. Это связано с характерной чертой математики – идеализацией рассматриваемых объектов. После открытия парадоксов канторовской теории бесконечных множеств у философов и у части математиков возникло убеждение, что и в математических теориях могут быть спрятаны противоречия, даже если они пока не обнаружены. Именно поэтому определенный период философии математики определялся исследованиями по основаниям математики с целью преодолеть парадоксы теории множеств и запретить виновные в этом способы рассуждений.

Проиллюстрируем сказанное на другом примере – истории становления современного математического понятия линии. Большинство математиков ограничивают сами себя жесткими рамками “мира понятий”, который, в сущности, они нашли “почти готовым”, когда принимались за свои ученые изыскания. Редко кто отваживался внести существенные изменения в устройство понятийного инструментария или методологических приемов математики даже под настойчивым давлением внутринаучных обстоятельств. А взявшись за это, он ощущает некоторый дискомфорт из-за недостатка благоговения к общепринятой традиции, в которую его пока еще сомнительное новшество привносит некоторый беспорядок. Несмотря на то, что большинству из нас интуитивно ясно, что следует называть линией или кривой, достаточно общее, строгое и полное определение этого понятия стало возможным только благодаря современной топологической терминологии.

История понятия кривой насчитывает более двух тысяч лет. Евклид в своих “Началах” определял линию как “длину без ширины” или

[10] Витушкин А.Г. Полвека – как один день // Успехи математических наук. – 2002. – Т. 57, Вып. 1. – С. 198.

“как границу поверхности”. С точки зрения современных канонов математики это определение нельзя считать ни строгим, ни корректным, поскольку понятие линии определяется через другие неопределенные понятия, как длина, ширина и граница. Справедливости ради надо заметить, что Евклид ограничивался изучением прямой и окружности, поэтому сформулированные определения ему не мешали, хотя и не очень-то и помогали. Распространено мнение, что первичные математические понятия являются совершенно очевидными, а менее очевидные высказывания доказуемы с помощью логических рассуждений. Но в действительности дело обстоит не так просто. Если математические истины убедительны, когда они выведены из постулатов с помощью строгой логики, то в чем гарантия истинности самих исходных постулатов?

Как говорили древние римляне, “кто засвидетельствует, что свидетели не лгут?”. Относительно строгое общее определение линии на плоскости предложил в первой половине XVII века французский математик и философ Рене Декарт. Он определял ее как “множество точек плоскости, координаты которых (x,y) удовлетворяют уравнению $f(x,y)=0$, где f – некоторая функция двух переменных”. К сожалению, определение Декарта включает в себя объекты, которые никак нельзя считать линиями. Например, если $f(x,y)=x[y]$, где $[y]$ – целая часть числа y, то уравнению $x[y]=0$ удовлетворяет множество точек на плоскости $\{(x,y): x\in\mathbf{R}, y\in[0,1)\}\cup\{(x,y): x=0, y\in\mathbf{R}\}$, которое даже средне образованные люди не решатся назвать линией. Тем не менее, это определение сыграло важную роль в геометрии при исследовании различных классов кривых, хотя его нельзя считать полным и окончательным.

По мере развития теоретической части анализа и появления “патологических” кривых все больше назревала необходимость выработать строгое общее определение кривой, поскольку опровергающие примеры не решали проблемы по существу. Вопреки всяким ожиданиям, эта задача оказалась нелегкой. В конце XIX века Камил Жордан предложил общее параметрическое определение плоской линии, согласно которому, “линией называется множество точек плоскости, координаты которых являются непрерывными на некотором сегменте $[a,b]$ функциями параметра t, то есть $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$, $t\in[a,b]$”. Это определение отражало представление о линии как о траектории движущейся точки и было хорошо приспособлено для нужд математического анализа, дифференциальной геометрии и математической физики. При этом каждая кривая Жордана являлась кривой Декарта. Достаточно было по непрерывным функциям φ и ψ задать функцию f следующим образом:

$$f(x,y) = \min\{(x-\varphi(t))^2+(y-\psi(t))^2\colon\ t\in[a,b]\}.$$

Но даже этот, на первый взгляд естественный, подход к определению линии обладает существенным недостатком. Оказалось, что непрерывными образами отрезка являются, например, квадрат, сфера, шар и другие многомерные фигуры. Впервые этот удивительный факт был установлен в 1980 году итальянским математиком Джузеппе Пеано. После того, как Джузеппе Пеано показал, что существуют линии Жордана, которые полностью заполняют квадрат, что никак не согласуется с нашим интуитивным представлением о линии, другой подход к определению понятия линии в терминах разрабатываемой им теории множеств выбрал немецкий математик Георг Кантор. Он определил плоскую линию как "континуум, не имеющий внутренних точек". Следует уточнить, что под математическим континуумом в топологии понимается компактное связное множество. Кривая Пеано с точки зрения определения Кантора линией не является, поскольку ее графиком является квадрат, который представляет собой континуум, но любая точка этого квадрата, которая не лежит на его стороне, является внутренней для него.

Можно сказать, что момент, когда математику "открывается" ошибка в работе, можно назвать решающим в исследовании. Для всякого математического труда, связанного с открытием, это, возможно, момент истинного творчества, обновляющего знание. Поэтому бояться ошибки в научном познании, по сути то же самое, как боязнь истины. Известны даже необходимые и достаточные условия, когда линия Кантора является линией Жордана. Однако, хотя определение Кантора наиболее полное и строгое для ограниченных плоских линий, оно мало пригодно для конкретных применений и на практике пользуются определениями Декарта или Жордана. С точки зрения философских проблем современной математики термин "кривая", вообще говоря, никогда не сможет полностью перейти из сферы интуитивного понимания в абстрактную сферу логического понимания. Это не произойдет потому, что математика и логика не ставят целью подавление нашей интуиции. В нашем понимании существуют две "кривые" – общеязыковая и математическая как дополнительные понятия, которые выполняют разные методические функции.

Рассмотренную ситуацию с эволюцией понятия линии можно рассматривать как проявление характерной для всей математики дихотомии ценности математических результатов: "строгое – интуитивное", “простое – сложное”, “полное – неполное”, “конкретное – абстрактное”, “практичное – непрактичное”. Немецкий математик Феликс Клейн по этому поводу сказал: “Всякий знает, что такое кривая, пока не выучится математике настолько, что вконец запутается в бесчисленных исключениях”[11]. Заметим, что определение Кантора непригодно для пространственных кривых, притом, что для плоской линии оно является наиболее полным и строгим. С интуитивной точки зрения, линия должна быть одномерным образованием. Возможно что, пытаясь выразить эту идею, Евклид определял ее как “длину без ширины”. Задача определения линии для пространственных кривых как “одномерного континуума” была окончательно решена в 20-х годах XX века русским математиком П.С. Урысоном в рамках созданной им теории размерности. В это определение входит непростое понятие размерности компакта, которое можно охарактеризовать, пользуясь только его топологией или метрикой соответствующего метрического пространства.

Другой путь определения кривой, использующий идею многообразия, состоял в том, чтобы его естественным обобщением было определение поверхности, трехмерного тела и так далее, но принятое сейчас определение многообразия доступно только математику достаточно высокой квалификации. К этому можно добавить, что когда математик вводит новые понятия или уточняет в духе новых стандартов строгости уже известные понятия, он в некотором роде изобретатель. В то же время, как уже отмечалось выше, математики в своих лучших достижениях больше похожи на открывателей. Самые простейшие математические понятия, например, понятия числа, линии, множества, привели к таким глубоким проблемам, что математики до сих пор смогли справиться лишь с небольшой их частью. Например, известное множество Мандельброта – это не плод человеческого воображения, а по существу, открытие, поскольку рассматриваемая формальная структура не является частью нашего мышления, а реальна сама по себе. Поэтому “открытие” теорем в работе математиков играет, судя по всему, более значительную роль, чем “изобретение” новых понятий.

В заключение можно сказать, что прогресс в решении проблемы обоснования математики тоже зависит не столько от изобретения новых методов логико-математического анализа, сколько от “открытия”

---

[11] Кужель А.В. Современное понятие линии // Математика сегодня’87: Научно-методический сборник. – Киев: Вища школа, 1987. – С.8.

новых возможностей внутреннего обоснования математики с помощью системной триады апробированных программ формализма, интуиционизма, платонизма и прояснения философско-методологических представлений о природе математического мышления.

Литература

1. Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – 320 с.

2. Баранцев Р.Г. Синергетика в современном естествознании. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 144 с.

3. Сачков Ю.В. Научный метод: вопросы и развитие. – М. Едиториал УРСС, 2003. – 160 с.

4. Непейвода Н.Н. Прикладная логика: Учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2000. – 521 с.

5. Поппер К. Логика и рост научного знания: Избранные работы. – М.: Прогресс, 1983. – 605 с.

6. Розов Н.С. Природа “упрямой реальности” в философии естествознания и математики // Философские науки. – 2001. – № 2. – С. 24–36.

7. Подниекс К.М. Вокруг теоремы Гёделя. – Рига: Изд-во “Зинатне”, 1992. – 192 с.

8. Демидов С.С. “Проблемы” Д. Гильберта и математика XX века // Математика и практика. Математика и культура: Сборник статей по методологии, истории, философии математики. – М.: Редакция журнала “Самообразование” и МФ “Семигор”, 2000. – С. 12–26.

9. Шредингер Э. Разум и материя. – Ижевск: Научно-издательский центр “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. – 96 с.

10. Витушкин А.Г. Полвека – как один день // Успехи математических наук. – 2002. – Т. 57, Вып. 1. – С. 191–206.

11. Кужель А.В. Современное понятие линии // Математика сегодня’87: Научно-методический сборник. – Киев: Вища школа, 1987. – С. 8–24.

ПОБЕРЕЖНЫЙ А. А.

(Курск)

РАДИКАЛЬНЫЙ КОНСТРУКТИВИЗМ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ СОВРЕМЕННОЙ ФИЛОСОФИИ

Резюме.

В конце XX – начале XXI века в мировой литературе по философии науки появилось большое число публикаций, посвященных радикальному конструктивизму. Оценка данного направления в научном сообществе весьма неоднозначна. В статье показаны основные направления критики радикального конструктивизма с различных философских позиций и наиболее значимые аргументы, используемые в этой критике.

Радикальный конструктивизм в настоящее время вызывает широкий интерес в самых различных кругах научного сообщества и встречает весьма неоднозначную оценку релевантности своей методологии, от безусловного признания до резкой критики. Однако большинство исследователей дают взвешенную оценку данному направлению, признавая его определенные положительные моменты и указывая на то, что не может считаться приемлемым и является в определенном смысле «расширенной» интерпретацией результатов научных исследований.

Критика радикального конструктивизма в работах представителей различных философских направлений связана, прежде всего, с допустимостью и обоснованностью перенесения естественнонаучных выводов на метатеоретический уровень теории познания. Так, немецкий исследователь Н. Грёбен, признавая легитимность и непротиворечивость радикально-конструктивистской модели аутопоэза как объектной теории, указывает на превышение «полномочий» объектно-теоретического уровня, на смешение объектного уровня и метатеоретического[1].

[1] Groeben N. Zur Kritik einer unnötigen, widersinnigen und destruktiven Radikalität. In: Fischer H. R. (Hrsg.): Die Wirklichkeit des Konstruktivismus: zur Auseinandersetzung um ein neues Paradigma. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme, Verl. und Verl.-Buchh., 1995.— S. 150.

Развернутая критика радикального конструктивизма дана в книге Ф. Унгера «Критика конструктивизма[2]». С позиций критического реализма ученый рассматривает основные положения конструктивизма по 21 пункту и в каждом случае предлагает свой контраргумент[3].

Еще один немецкий ученый, Р. Нюзе, детально анализирует радикальный конструктивизм с позиций «каузальной теории восприятия»[4]. В своих рассуждениях он исходит из того, что необходимо проводить различие между субъективным переживанием восприятия и воспринимаемым объектом. Первое можно назвать феноменальным миром, второе — действительным миром. Между этими мирами существует отношение отражения, но не в обыденном смысле, а в плане соответствия структур.

Восприятия являются субъективным аспектом состояний мозга, они идентичны с состояниями мозга. В мозге нет специального центра, который бы анализировал восприятия. Мозг есть центр и все, что в нем происходит, есть анализ и тем самым, восприятие. Активность в мозге и есть восприятие. «Нет восприятия восприятия. Вместо этого имеется субъективное переживание нейронных состояний, репрезентирующих свойства объектов, как восприятие объектов»[5]. Если восприятия идентичны состояниям мозга, которые репрезентируют реальность, то «доступ» к этим репрезентациям есть также «доступ» к вещам «снаружи». Это ответ на радикально-конструктивистский вопрос о «доступе» к реальности, в связи с тем, что мозг знает только собственные нейронные сигналы.

Тем не менее, остается содержательный теоретико-познавательный вопрос обоснования состоятельности суждений феноменального мира о мире действительном. Известно, что заключения от следствия к причине не могут быть «абсолютно надежными». Однако в «нормальных случаях», такие заключения, по мнению Нюзе, позволяют «правильно говорить о реальности». Именно на эти «нормальные случаи» и «ориентирован» эволюционный процесс.

Немецкий философ Герхард Фоллмер, один из основоположников эволюционной теории познания, в своих работах также критикует

---

[2] Unger, Fritz. Kritik des Konstruktivismus. Heidelberg: Verlag für systematische Vorschung,2003. – 2, 184 S.

[3] Ibid.— S. 167 - 169

[4] Nuse R. Und es funktioniert doch: Der Zugang des Gehirns zur Welt und die Kausaltheorie der Wahrnehmung. In: Fischer H. R. (Hrsg.): Die Wirklichkeit des Konstruktivismus: zur Auseinandersetzung um ein neues Paradigma. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme, Verl. und Verl.-Buchh., 1995.— S. 177-194

[5] Ibid.— S. 184

методологию радикального конструктивизма. В качестве наиболее сильного аргумента он рассматривает такой феномен, как крушение научных теорий. Изучение истории науки показывает, что теорий, потерпевших крушение, было гораздо больше, чем тех, которые были признаны успешными. На чем терпят крушение теории? Для реалиста объяснение является простым: теории терпят крушение, потому что они являются ложными, потому что мир не таков, как предполагала теория. Чтобы быть другим, мир должен не только существовать; он должен иметь специфическую структуру, которой можно соответствовать или не соответствовать. Антиреалисты (идеалисты, позитивисты, конвенционалисты, прагматисты и, особенно, радикальные конструктивисты), напротив, не имеют ответа на этот вопрос.

Возможно, антиреалист может крушение по-другому описать. Он может сказать, что среди множества признанных высказываний о наблюдениях выявились противоречия или, что прибор не соответствует ожиданиям. Эти формулировки, однако, ничего не объясняют; они говорят только, в каком аспекте теория потерпела крушение; они разъясняют уже признанный феномен крушения. Ответа на подлинный вопрос, объяснения крушения они не дают. Важно заметить, что для объяснения успеха имеются другие, нереалистические объяснения, для объяснения крушения – нет. Поэтому крушение теорий более сильный, возможно лучший аргумент в защиту реализма.

В отечественной философии исследованию радикального конструктивизма посвящены статьи А. В. Кезина «Радикальный конструктивизм: идеи, аргументы, критика»[6] и «Радикальный конструктивизм: познание в «пещере»[7]», в которых данное направление в современной философии исследователь называет «серьезной, сильной и современно звучащей философской концепцией», которая «вывела многие умы из «догматической дремоты», привлекла внимание к философским проблемам, возникающим при анализе живых систем, и заставила еще раз серьезно задуматься над фундаментальным философским вопросом о возможностях и границах познания» [8]. Данная концепция,

---

[6] А. В. Кезин. Радикальный конструктивизм: идеи, аргументы, критика. В сб. Философия науки и научно-технической цивилизации: юбилейный сборник //Общая ред. С.Л. Катречко, Н.В. Агафонова, А.В. Кезин, В.А. Яковлев; МГУ им. М.В. Ломоносова, каф. филос. и метод. науки. — М., 2005.— С. 104 - 126

[7] А. В. Кезин. Радикальный конструктивизм: познание в «пещере» / Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. №4. 2004.— С. 3-24

[8] А. В. Кезин. Радикальный конструктивизм: идеи, аргументы, критика. В сб. Философия науки и научно-технической цивилизации: юбилейный сборник //Общая ред. С.Л. Катречко, Н.В. Агафонова, А.В. Кезин, В.А. Яковлев; МГУ им. М.В. Ломоносова, каф. филос. и метод. науки. — М., 2005.— С. 124

по мнению А. В. Кезина, «в целом ряде областей познания является эффективной. Это, безусловно, относится к психиатрии (между прочим, П. Ватцлавик по своей основной профессии был семейным психотерапевтом). Такая методологическая позиция составляет основу ряда областей гуманитарно-научных и социологических исследования. Вполне вероятно, что она эффективна в области нейродисциплин. Она применима также и в физике.»[9] Вместе с тем, А. В. Кезин указывает на ограниченную применимость и неуниверсальность методологической позиции радикального конструктивизма. По его мнению, «…– придавать такой методологической позиции универсальное значение было бы философской ошибкой. Она не согласуется со здравым смыслом, «божественным» видением реальности, и, главное, не пригодна для современного научного сообщества в целом.»[10] В качестве одного из аргументов критики конструктивизма А.В. Кезин рассматривает эмпирически констатируемое явление, которое он называет «конвергенцией исследований». Речь идет о многих видах конвергенции:

- конвергенция измеряемых величин: показатели естественных величин, например, естественных констант все сильнее приближаются к одному определенному значению.
- конвергенция методов измерения: независимые методы измерения одинаковых физических величин приводят - в рамках точности измерения – к одинаковому результату.
- конвергенция теорий: в естественнонаучной области это, как правило, осуществляется в победе одной теории над своими конкурентками.

Как объяснить феномен конвергенции? Почему измеряемые величины, методы, теории конвергируют? У антиреалиста не находится ответа на эти вопросы, в то время как реалист имеет простой и убедительный ответ: исследования конвергируют потому, что имеются реальные структуры, которые мы можем установить и фактически устанавливаем.

В своей монографии «Дискурс радикального конструктивизма. Традиции скептицизма в современной философии и теории познания» С. А. Цоколов проводит широкомасштабное исследование данного направления, анализируя ключевые работы его основных представителей. Положительно оценивая радикальный конструктивизм как «методологическую базу для построения здания современной науки», как

[9] Там же. — С. 125
[10] Там же. — С. 125

«новый подход к проблемам гуманитарных и социальных наук»[11], исследователь указывает вместе с тем на противоречивость философских выводов его сторонников. Признавая, что радикальный конструктивизм «по праву может рассматриваться как полноценное направление в современной философии», Цоколов показывает, что «любые выводы эпистемологического характера имеют общефилософское значение на том основании, что какой бы ни была эпистемологическая концепция, прежде всего, она должна решить вопрос об онтологическом статусе знания»[12]. Несмотря на довольно частые напоминания Глазерсфельда и других конструктивистов о том, что радикальный конструктивизм – это «эпистемология без онтологии» и что «конструктивизм... ничего не говорит и говорить не должен о том, что может или не может существовать», уже в самих этих утверждениях четко просматривается отношение авторов к проблеме существования бытия. Авторы конструктивизма, по мнению С. Цоколова, «не только «забывают» о своем обещании не делать никаких заявлений онтологического, либо метафизического характера, но и напрямую обсуждают вопрос о том, до какой степени можно допустить существование онтологической реальности» (в качестве примера приводятся рассуждения П. Ватцлавика о «реальность первого порядка» и «реальности второго порядка», Г. Рота о противопоставлении так называемой реальной «реальности» и конструируемой «действительности», высказывания самого Глазерсфельда о «двух смыслах» понятия онтологии)[13].

В своем диссертационном исследовании «Разработка концепции имманентной целостности как основы междисциплинарной философии конструктивизма» во второй главе С. Цоколов дает философский анализ базовых положений конструктивизма. По его мнению, «Эпистемологический анализ одного из базовых принципов в конструктивизме о том, что конструирование действительности тождественно конструированию картины действительности, показывает, что данное утверждение верно лишь в случае, если брать во внимание исключительно гносеологический аспект понятия действительности по принципу: действительность – это все, что познается (конструируется); и все, что познается (конструируется) – это действительность. Однако философ не имеет права пренебрегать и онтологическим аспектом, ко-

---

[11] Цоколов С. Дискурс радикального конструктивизма. Традиции скептицизма в современной философии и теории познания, PHREN-Verlag, München, 2000.— С. 318
[12] Там же. — С. 7
[13] Там же. — С. 7

торый предполагает проблему существования вне зависимости от возможности какого бы то ни было познания того, что существует»[14]. Самое важное философское свойство онтологической реальности (в отличие от конструируемой эпистемологической реальности) – это то, что она является допущением. Поскольку ничего достоверного в традиционном смысле мы сказать (помыслить) об онтологической реальности не можем, то ее объективное существование в такого рода недоступности равнозначно ее несуществованию. Однако не следует из этого делать ошибочный вывод об абсолютном несуществовании какого-то мира. Более оправдано говорить о незнании того, существует он или нет. Особенностью данной формулировки следует признать то, что принципиально возможность существования некоей реальности допускается, однако эта допустимость совершенно бесполезна для человека в процессе конструирования им его эпистемологической реальности, называемой знанием. В широком смысле вопрос о принятии той или иной философской позиции (солипсизма, реализма, агностицизма и др.) является делом выбора. Конструктивизм представляет собой лишь одну из версий; его привлекательность как раз и состоит в признании возможности и равноправности других, в том числе альтернативных точек зрения.

Коль скоро знание о мире, т.е. эпистемологическая действительность, конструируется, то чем такая позиция отличается от классической позиции, характеризуемой как солипсизм? Конструктивисты отвергают любые обвинения в солипсизме самым категорическим образом. Однако заметим, что можно выделить, как минимум, три трактовки солипсизма, две из которых не являются солипсизмом как таковым, а представляют собой философские позиции, которые часто путают с «ортодоксальным» солипсизмом. Солипсизм в абсолютном смысле (абсолютный солипсизмом) подразумевает, что в действительности ничего не существует кроме рефлектирующего Эго; все то, что это Эго считает внешним миром суть плод его воображения. Такая точка зрения вполне обосновываема хотя бы тем, что у человека (познающего субъекта) нет внешней меры реальности, точек опоры за пределами его собственного когнитивного аппарата. (Точно так же, как у спящего человека не существует способа определить, спит он или бодрствует в своем сновидении). Относительный солипсизм признает

---

[14] Цоколов, С. Разработка концепции имманентной целостности как основы междисциплинарной философии конструктивизма//Автореф.на соиск. ученой степени кандидата философских наук., Москва, 2002

примат тождественности позиций возможности существования и несуществования чего-то помимо Эго, что соответствует агностицизму, однако в своем выборе склоняется к позиции несуществования внешней (онтологической) реальности. Допускается сугубо гипотетическое существование какой-то действительности вне сознания, однако знать об этом человек в принципе ничего не может. Существование объективной реальности становится делом веры, произвольного и ничем не детерминируемого и не мотивируемого выбора. Третья трактовка – имплицитно, но не обоснованно выводимая из агностицизма второй гласит о том, что воображаемый мир суть произвольная фантазия Эго, его порождающего. «Если мы отрицаем объективность познаваемого мира, то не ведет ли такая позиция к хаосу, полной произвольности знания, когда возможным становится все, что угодно?»[15] Однако заметим, что солипсизм подразумевает единственность существования знающего Я, но ничего не говорит о произвольности процесса конструирования им своего мира. Крайний солипсизм оказывается бесполезным в силу своей бессмысленности.

Несмотря на принципиальную «непобедимость» солипсизма, а также на невозможность доказать существование онтологической реальности, два важных обстоятельства не позволяют оставить в стороне высказывания онтологического характера. Первая предпосылка связана с определением «точки отсчёта» в отношении субъекта конструирования: если субъект конструирует познаваемый им мир, то кто или что конструирует самого познающего субъекта, каков его онтологический статус? Вторая – с попыткой объяснить непроизвольность конструируемой (эпистемологической) действительности: если субъект конструирует познаваемый им мир не произвольно, то что представляют собой те факторы, которые обусловливают эту непроизвольность? Допустимые в конструктивистском дискурсе высказывания относительно онтологической действительности резюмируются следующим образом: существование онтологической действительности теоретически не запрещено; первичные возбуждения сенсорных поверхностей вызваны взаимодействиями когнитивной (живой, аутопоэтической) системы с факторами онтологической действительности; онтологическая действительность обладает какой-то дифференцировкой; дифференцировка онтологической действительности относительно постоянна (воспроизводима при повторных взаимодействиях); онтологическая действительность не является фактором, определяющим или

[15] Maturana H., Varela F. Der Baum der Erkenntnis. Goldmann Verlag, 1987, ð.146.

реферирующим знание, познание, смыслообразование, ценности, информацию.

Философская позиция конструктивизма подразумевает его противопоставление традиционным направлениям в эпистемологии, рассматривающими познание в качестве процесса отражения некоей объективной действительности. Тем не менее, само по себе понятие отражения настолько неоднозначно, что позиция прямого противопоставления конструктивизма корреспондентности оказывается не эффективной. В классической интерпретации позиция корреспондентности подразумевает, что объективная реальность существует и является познаваемой. Процесс познания – это бесконечное приближение воссоздаваемой в сознании картины о мире к самому реальному миру. Те связи и структуры, которые существуют во внешней действительности трансформируются во внутреннее субъективное знание, которое, таким образом, является отражением этой внешней действительности, ее образом. Эволюция знания заключается в построении все более точной картины мира путем устранения из нее субъективных факторов познающего, с одной стороны, и благодаря усовершенствованию технического арсенала, с другой. В таком случае возникает вопрос: почему бы конструирование картины действительности из первичного сенсомоторного материала, возникающего в результате столкновения организма с какими-то внешними факторами не интерпретировать как процесс познания этих факторов, а значит, и реальности? В контексте междисциплинарного конструктивистского дискурса ответ на данный вопрос звучит следующим образом. Складывающаяся в результате этих взаимодействий картина реальности конструируется не по правилам существования внешнего мира, а по правилам функционирования (существования) живого организма (когнитивной системы). Учение об аутопоэзе говорит, что любой фактор среды может быть воспринят, оценен, «познан» не таковым, каков он есть, а исключительно по степени и направленности своего воздействия на живой организм. В контексте спекулятивной философии, говоря о знании как об отражении некоей реальности, часто забывают о том, что «отражение» в гносеологии существует исключительно в виде метафоры. При всем многообразии возможных отношений между знанием и действительностью любая конкретная схема их взаимодействия в общем смысле может быть охарактеризована как отражение одного в другом. Говорим ли мы о корреспондентной теории знания, о релятивизме, о знании как структурной адаптации в эволюционной эпистемологии, либо о знании как о пространстве возможных взаимодействий организма с его нишей, мы всегда говорим об отражении. Однако, прежде чем спорить о правомерности той или иной конкретной схемы, необходимо разработать единое классификационное учение, охватывающее различные аспекты феномена отражения, внутри которого частное метафорическое понимание знания как отражения или конструирования действительности обретет статус категории наряду с более примитивными его формами (отражением в зеркале).

Позиция конструктивизма, рассматриваемая в историческом контексте развития европейской философской традиции, оказывается чрезвычайно близкой эпистемологии И. Канта. Допуская существование какой-то онтологической реальности, и Кант, и конструктивисты признают невозможность доказательства ее существования, опираясь на силу разума. Существование Бытия за пределами сознания в отношении познающего субъекта всегда оказывается пребывающей в себе и для себя вещью. Так называемое познание – это не трансляция знания из окружающего Бытия в сознание познающего, а нечто обратное – структурирование опытной данности в системе координат, априорно существующих в сознании субъекта категорий. Отличие конструктивизма от учения о категориях Канта состоит в том, что кантианские категории являются врожденными и принадлежащими к некоей трансфеноменальной реальности. Современный же конструктивизм (начиная с работ Ж. Пиаже) настаивает на том, что любые категории мышления и базовые представления: а) конструируются в сознании ребенка в процессе его развития и б) являются воплощением более общих закономерностей организации живых (аутопоэтических) систем.

Тот факт, что мы мыслим в категориях объективности (и объектности), является особенностью нашего сознания, от которой мы вряд ли сможем избавиться, тем не менее, объективность от этого не перестает быть иллюзией, фантомом. Каковы особенности такого рода объективности? Ниже мы резюмируем позиции различных конструктивистов относительно фантома объективности: а) объективность – способ организации опыта; б) объективность – следствие кругообразной организации нервной системы; в) объективность – порождение наблюдателя; г) объективность – иерархия конструктивности.

По мнению одного из конструктивистски ориентированных философов – основателя общества «Kant-Studien» в Германии Ханса Файхингера[16], любое высказывание, любая мысль должны были бы предваряться словами «как если бы», т.е. «я не знаю, как на самом деле, но

---

[16] Vaihinger H. Die Philosophie des Als Ob. Scientia Verlag Aalen, 1986.

я поступаю так, как если бы это было так-то и так-то, как если бы это существовало в действительности». В философском обобщении концепция радикального конструктивизма, подразумевающая предварение каждого высказывания словами «как если бы» принадлежит к тому же типу идей-оболочек, что и идея Бога. Абсолютная тождественность для познающих способностей человека возможностей существования или несуществования высшей надсознательной реальности делает ее включение в объяснительные системы бесполезной. Какой смысл, к примеру, отвергать данные естественных наук, если можно утверждать, что таковыми их создал Бог? Идея Бога превращается в некую оболочку, заключающую в себя все остальное знание, совершенно ничего не проясняя и никак не взаимодействуя с тем, что происходит внутри этой оболочки. Точно так же в случае принципа «как если бы», конструктивисты отвергают факт отражения некоей действительности, однако все их концепции строятся таким образом, как будто бы они что-то отражают, что-то знают о некоей действительности.

Конструктивистская позиция оставляет возможность для предположения существования самых «невероятных» «высших» реальностей. Однако никогда такого рода реальности не станут факторами реферирования нашего знания. Подразделение бытия на низшие (вещество, материя, энергия) и высшие (дух, Бог) сущности теряет под собой всякую почву. Причем не столько потому, что «высшие» сущности непознаваемы, сколько ввиду непознаваемости мироздания «как оно есть» в принципе.

Среди многочисленных исследователей проблемы реализма до сих пор нет единства в отношении определения реалистской и антиреалистской позиций. Критический анализ взглядов Д. Папино[17] позволяет сформулировать принципиальный вопрос: "существует ли независимая от нас реальность?", в отношении которого, собственно, устанавливается принадлежность исследователя к реалистскому или антиреалистскому лагерю. Однако немало исследователей (Дж. Леплен), А. Файн, Н. Гудмен) высказывали сомнения по поводу возможности всегда четко провести линию между реализмом и антиреализмом даже во взглядах одного конкретного исследователя. Два предложенных рецепта решения проблемы – "стратификация" онтологии (т.е. выделение нескольких уровней реальности) и отказ от оппозиции "реализм-антиреализм" – являются, по сути, составляющими одного и того же самого подхода. Ведь у нас есть основания предположить (в первую

[17] Papineau D. Reality and Representation. – Oxford: Basil Blackwell, 1987. – 243 p.

очередь, на примере возможности использования нескольких языковых каркасов), что человек живет в пределах не только одной онтологии. Конечно, можно обоснованно говорить о том, что понятие онтологии содержит в себе все системы объектов, с которыми мы имеем дело, но, вместе с этим, есть основания допускать, что каждый человек использует по крайней мере несколько концептуальных каркасов и способен пользоваться несколькими референциальными системами. Вследствие этого один и тот же индивид непротиворечиво может придерживаться реалистской позиции в отношении наблюдаемых феноменов и антиреалистской – в отношении ненаблюдаемых.

Для религиозных мыслителей конструктивизм тем более неприемлем. Они видят в нем опасность для будущего человеческой цивилизации. «То, что этот гносеологический конструктивизм не может не обратиться против самого человека, тоже вполне очевидно. Ведь современному человеку кажется, что угрозы нет только в том случае, если он контролирует ту часть мира, в которой он сейчас находится. Поскольку же человеческая душа нетехнологична, ее очевидным образом нет. Религия тоже нетехнологична. Искушение овладения миром сменяется сегодня искушением овладения сознанием: психоанализ, гуризм, йога. Поэтому, с точки зрения христианина, впору задуматься не только об экологической ответственности человеческих действий во внешнем мире, но и об экологии нашей собственной души. Наша духовная природа должна быть ограждена от наших попыток овладеть ею - как и внешняя природа: нужна экология души, экология сознания.

Удивительно ли, что в мире конструируемости одной из центральных тем философских рефлексий стало осмысление нарастающего чувства бессмысленности человеческого бытия.[18]».

Таким образом, подавляющее большинство исследователей, признавая определенные положительные моменты философии радикального конструктивизма, подвергают критике его основные положения, указывая на недопустимость философских обобщений выводов, полученных в рамках методологии естественнонаучного знания.

Литература

1. А. В. Кезин. Радикальный конструктивизм: идеи, аргументы, критика. В сб. Философия науки и научно-технической цивилизации: юбилейный сборник //Общая ред. С.Л. Катречко, Н.В. Агафонова, А.В. Кезин, В.А. Яковлев; МГУ им. М.В. Ломоносова, каф. филос. и метод. науки. — М.,

[18] Кураев, А. О вере и знании. http: //www.kuraev.ru/vera.html

2005. – С. 104 – 126

2. А. В. Кезин. Радикальный конструктивизм: познание в «пещере»./ Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. №4. 2004. – С. 3-24
3. Кураев, А. О вере и знании. http: //www.kuraev.ru/vera.html
4. Цоколов С. Дискурс радикального конструктивизма. Традиции скептицизма в современной философии и теории познания, PHREN-Verlag, München, 2000. – С. 318
5. Цоколов, С. Разработка концепции имманентной целостности как основы междисциплинарной философии конструктивизма//Автореф.на соиск. ученой степени кандидата философских наук., Москва, 2002.
6. Groeben N. Zur Kritik einer unnötigen, widersinnigen und destruktiven Radikalität. In: Fischer H. R. (Hrsg.): Die Wirklichkeit des Konstruktivismus: zur Auseinandersetzung um ein neues Paradigma. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme, Verl. und Verl.-Buchh., 1995. – S.150
7. Unger, Fritz. Kritik des Konstruktivismus. Heidelberg: Verlag für systematische Forschung. – 2003. – 2, 184 S.
8. Maturana H., Varela F. Der Baum der Erkenntnis. Goldmann Verlag, 1987.— S.146.
9. Nuse R. Und es funktioniert doch: Der Zugang des Gehirns zur Welt und die Kausaltheorie der Wahrnehmung. In: Fischer H. R. (Hrsg.): Die Wirklichkeit des Konstruktivismus: zur Auseinandersetzung um ein neues Paradigma. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme, Verl. und Verl.-Buchh., 1995.– S. 177-194
10. Vaihinger H. Die Philosophie des Als Ob. Scientia Verlag Aalen, 1986.
11. Papineau D. Reality and Representation. – Oxford: Basil Blackwell, 1987. – 243 p.

Мороз В.В.
(Курск)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ ВЗАИМОСВЯЗИ ФИЛОСОФИИ И МАТЕМАТИКИ: ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ *

Резюме

Статья посвящена ответу на вопрос, как возможен философско-математический синтез. Автор выявляет основания для типологии взаимосвязей философии и математики и выделяет различные способы понимания философии и математики в истории мысли для определения характера взаимосвязи указанных феноменов в рамках конкретного типа. В статье выявляются и подвергаются философской рефлексии уровни взаимодействия философии и математики, выделяется и описывается конструктивный тип их взаимодействия – философско-математический синтез. На основе единства этимологического, логического и исторического подходов к раскрытию понятия «философско-математический синтез» проводится классификация его разновидностей, утверждается и обосновывается, что варианты всех разновидностей могут быть обнаружены в истории философии.

Философия и математика как формы самовыражения человеческого духа были рождены благодаря его усилиям, предпринятым в попытках выяснить возможности и пути познания истины. Появившись как две стороны единой свободной интеллектуальной деятельности, эти феномены духовной культуры предложили различные и во многом противоположные друг другу пути познания. Поэтому они очень быстро стали стремиться к обособлению, которое в основном удалось, но даже беглый взгляд как на историю математики, так и на историю

* Работа выполнена при поддержке БРФФИ-РГНФ. Проект № 05-03-90300.

философии позволяет заключить, что драма отношений этих двух творений человеческого духа разворачивается на протяжении тысячелетий с момента их возникновения и, похоже, далека до завершения.

Основанием для выявления типов взаимодействия философии и математики служит то обстоятельство, что математический и философский виды рациональности представляют собой необходимые компоненты процесса духовного освоения мира в западной и русской культуре, в которых реализуются его конструирующий и ценностный аспекты. Характер философско-математического взаимодействия в конкретной концепции определяется сочетанием способа понимания целей философии и трактовки сущности математики. В предложенной статье выявляются и описываются способы понимания философии и математики, выделяются и анализируются основные типы философско-математического взаимодействия, среди которых наиболее полно раскрывается конструктивный тип, обозначенный нами как «философско-математический синтез».

Общеизвестно, что термин «философия» был сконструирован древними греками с намерением выразить в одном слове свойственное человеческому духу стремление (любовь – «филия») к обладанию истины, то есть к тому, что они называли мудростью («софия»). Однако на вопрос, каково содержание этого термина и в чем специфика интеллектуальной деятельности, им обозначаемой, уже сами греки отвечали по-разному. Г.Г. Майоров в своей трилогии «София. Эпистема. Технема»[1] выделяет три «идеальных типа» понимания философии в античности: софийный (ориентированный на мудрость, от греч. σοφία – мудрость), эпистемический (ориентированный на науку, от греч. ἐπιστήμη – «точно установленное, достоверное знание»), технематический (ориентированный на мастерство, изобретательность, ловкость мышления – т.е. на его технику, от греч. τέχνήμα– «искусное произведение», «изобретение», «выдумка», «интрига», «ловкий трюк») и доказывает, что греки не только открыли философию, но и исчерпали все возможные способы ее понимания (выделенные типы являются идеальными, так как в чистом виде встречаются редко, однако все «смешанные» типы редуцируются к ним). Принимая предложенную Г.Г. Майоровым классификацию, кратко изложим ее.

Софийный тип, являющийся первоначальным и единственно аутентичный способом понимания философии, исходит от Пифагора,

---

[1] См.: Майоров Г.Г. София. Эпистема. Технема. (Размышления о способах понимания философии в ходе ее истории)//Майоров Г.Г. Философия как искание абсолюта. Опыты теоретические и исторические. – М., 2004. – С. 34-76.

который, как сообщает античная доксография, первый назвал себя философом, а свое учение философией[2]. Содержательно философия мыслилась Пифагором как высшее выражение самостоятельных усилий человека в достижении полноты истины, за пределами которых остается только область последней тайны бытия, постижимой уже не с помощью автономного разума, а особой божественной благодати путем религиозных мистерий.

Таким образом, философия была понята как непрерывное, всегда открытое и свободное трансцендирование мысли. Смысл любомудрия – не в обладании истиной, а в ее искании, в «бытии к истине»; сущность его, как и сущность любви – не результат, а сам процесс; оно есть постоянное вдохновение, самопожертвование, неудовлетворенность собой, перманентная рефлексивность. Философ движется к истине, относительно которой заведомо знает, что обладать ею никогда не будет (хотя именно желание обладать ею и составляет смысл его жизни), устраняя на пути к ней свою непрозрачность для ее света, тем самым все больше озаряясь и просвещаясь им. Поэтому философия в своем конкретном применении есть самокритика разума, а по своему методу она есть апофатика, завершающаяся в идеале созерцанием света истины.

Выдвинутая Пифагором идея философии была поддержана Сократом, чей гений развил и прославил ее настолько, что она стала с тех пор важнейшим элементом всей греческой культуры. Наиболее полное выражение софийного понимания философии и окончательного утверждения ее в мире связано с именем Платона. «Божественный философ», приняв от Сократа философию в устной форме, придал ей адекватное письменное, литературное выражение, тем самым сделав ее достоянием последующих поколений. Платон расширил границы применения сократовской диалектики с человеческого бытия до бытия вообще и впервые, привнеся в союз Блага и Истины идею Красоты, представил в полноте триединый софийный идеал, являющийся с тех пор трансцендентальным предметом философии.

Философия предполагает синтез способности к рациональному мышлению и художественной интуиции и понимается Платоном как особого рода художество – «художество мысли». Высоко оценив роль в познании рационального компонента и хорошо понимая его недоста-

---

[2] См.: Фрагменты ранних греческих философов. Изд. А. В. Лебедева. – М., 1989. – С. 147-148; Диоген Лаэртский О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. – М., 1998. – С. 309.

точность для выражения философского эроса, Платон посчитал необходимыми все доступные человеку средства и приемы, однако наиболее характерным для него явилось использование мифа, причем мифа искусственного, сочиненного самим философом с целью наведения мысли слушателя или читателя на искомую идею, где это невозможно сделать с помощью логических рассуждений, и потому символического. Выход ума на уровень последних оснований сущего сопровождается крушением законов привычной формальной логики и требует сверхлогической интуиции, которая может быть выражена только через символ и миф. Поэтому философия как стремление к полноте знания, согласно Платону, вряд ли может обойтись без элементов символической мифологии.

Среди наиболее ярких и достойных продолжателей этой линии в истории философии выделим Плотина, Прокла, Дионисия Ареопагита, Майстера Экхарта, Николая Кузанского, Джордано Бруно, Блеза Паскаля, Иммануила Канта (несмотря на не софийный, а скорее эпистемический способ изложения своей философии, им избранный), Фридриха Шеллинга, повлиявшего на творчество немецких романтиков (в частности, на Новалиса) и после которого, а в какой-то мере благодаря ему, софийная традиция находит продолжение в России, в частности, в христианском платонизме Владимира Соловьева и Павла Флоренского.

История эпистемических интерпретаций философии начинается с Аристотеля, хотя предпосылки для такого рода толкований сложились столетием раньше в учении элеатов. Основоположения философии Парменида предвосхищают едва ли не все кардинальные принципы эпистемической философии, то есть той, которая строится по модели строгой науки и понимает себя как науку. Из дошедших до нас частей текста поэмы «О природе» высвечиваются три закона формальной логики, испытанного орудия всех наук и универсального средства человеческой коммуникации, позднее более точно сформулированные Аристотелем: закон тождества, закон непротиворечия и закон исключенного третьего.

Аристотель, будучи самым одаренным из учеников Платона, после смерти учителя и выхода из Академии, под влиянием внешних обстоятельств и пробудившихся потребностей своей натуры целиком посвятил себя конкретно-научным исследованиям, собирая, систематизируя и обобщая все, что было известно в его эпоху во всех областях знания. Аристотель может по праву считаться первым в европейской истории энциклопедистом и создателем большинства античных наук кроме математических. Более того, он является отцом науки о «логосе», ставшей универсальным орудием всех других наук, включая и философию, которую Аристотель считал одной из теоретических наук, стоящей по иерархической вертикали после, т. е. выше физики (и математики) и отличающейся от нее только большей общностью и большей ценностью своего предмета.

Хотя термин «метафизика» появился случайно[3], он с поразительной точностью выражает аристотелевское понимание философии как упорядоченной, построенной по законам формальной логики, строгой науки о первых причинах и началах сущего. Традиция понимания философии как эпистемы была успешно продолжена, особенно в эпоху схоластики, как восточной (арабоязычной), так и западной (латиноязычной). Имена великих европейских мыслителей: Северина Боэция, Фомы Аквинского, Раймунда Луллия, Дунса Скота, а также Рене Декарта, Бенедикта Спинозы, Готфрида Лейбница, – олицетворяют собой эпистемическую линию в истории философии. Сочинения Иоганна Фихте и Георга В.Ф. Гегеля, ярчайших представителей немецкого классического идеализма, демонстрируют смешанный, «софийно–эпистемический» тип философствования.

Технематический тип философии начинает свою историю с софистов, утверждавших принципиальную относительность и иллюзорность истины и понимавших мудрость как умение убеждать других в правильности своих суждений. Очевидно, что при таком подходе именно техника мышления, а не истина, является целью философии. Конечно, само по себе искусство мыслить не только не противоречит ни софийному, ни эпистемическому пониманию философии, но и является ее необходимой предпосылкой. Но когда оно становится самоцелью, то философия вырождается в игру ума.

Будучи релятивистами, не признавая никаких абсолютов и ничего не принимая всерьез, знаменитые софисты (Протагор, Горгий, Калликл и т.д.) могли сегодня блестяще опровергать то, что вчера виртуозно доказали. Отсутствие глубокой веры в то, чему учишь рядом с обширной эрудицией, глубоким интересом к языку и другим средствам выражения мысли и превосходной техникой мышления – свойства, присущие любому заметному философу технематической ориентации.

---

[3] Как известно, Андроник Родосский, издатель архива Аристотеля, не зная, куда отнести сочинения Аристотеля о «первой философии», упаковал их в папку, обозначив ее надписью «после физики».

В эпоху античности к «технематикам» относятся Кратет и Гегесий, Сильпон и Эвбулид, позже – представители гностицизма (наиболее ярким здесь является Валентин), далее тяга к технематическому типу философии заметно снижается, однако в XX веке игровое понимание философии становится заметным, а в конце его – преобладающим. И если Фридрих Ницше, Эдмунд Гуссерль, Мартин Хайдеггер и другие видные представители постклассики олицетворяют смешанный тип философствования («софийно–технематический» или «эпистемно–технематический»), то их последователи, а также постструктуралисты, постфрейдисты, теоретики деструкции и языковых игр, а также выразители позитивистских взглядов (усматривающие ценность философии лишь в ее методологическом потенциале) явно тяготеют к технематическому пониманию философии, что свидетельствует о снижении пафоса философии как стремления к своему триединому идеалу Истины–Добра–Красоты.

Однако, несмотря на существенные различия в понимании философии в рамках софийного, эпистемического и технематического типов, для всех трех характерны отличительные черты философского мышления, а именно: стремление к прорисовке глобальных смысловых связей, рассмотрение любой вещи или конкретной ситуации в свете целого, использование языковых и понятийных средств для выражения идей, апелляция к разуму и стремление к обоснованию выдвигаемых положений,

Разнообразие трактовок сущности математики, обнаруживаемых в истории человеческой мысли, ярко демонстрирует, что ответить на вопрос, что же изучает математика, каков предмет ее исследований, весьма проблематично. Нельзя не согласиться с Освальдом Шпенглером, считавшим, что среди прочих человеческих творений математика занимает исключительное положение: «Она является наукой строгого стиля, так же, как и логика, но только более всеобъемлющей и с более богатым содержанием;… она является, наряду с пластикой и музыкой, настоящим искусством; наконец, она является метафизикой высшего порядка, как это доказывают Платон и в особенности Лейбниц»[4]. На наш взгляд, приведенная цитата в свернутом виде отражает основные способы понимания рассматриваемого феномена человеческой культуры: как науки, как «искусства» и как «метафизики», однако все три слова, примененные для описания математики, нуждаются в уточнениях.

---

[4] Шпенглер О. Закат Европы. – Мн., М., 2000. – С. 93.

Хотя измерение и счет были известны древним цивилизациям задолго до появления культуры Средиземноморья, математика как теоретическое знание возникла в VII-V вв. до н. э., явившись самостоятельной заслугой греческого гения. По всей вероятности, античные мудрецы (Фалес, Пифагор и др.), совершая свои путешествия на Восток, знакомились с геометрией и арифметикой Египта и Вавилонии, однако указанные области знания представляли собой обширный, но эмпирический материал, вбиравший в себя богатый вычислительно-измерительный опыт многих поколений. Подлинная математика (от греч. μάθημα– «знание», «наука») родилась именно благодаря усилиям эллинов.

Термин μάθημα, согласно античной доксографии, возникает в школе Пифагора и обозначает науку, т.е. знание, которому можно научить; условие такого знания – полная идентичность воспринимаемого и посылаемого, для достижения которой математика стремится точно и однозначно зафиксировать в языке смыслы и значения слов; так постепенно вырабатывается особая математическая символика.[5] Пифагорейцы явились первыми в истории европейской культуры выразителями «метафизической» трактовки математики, как знания, выводящего за пределы чувственно воспринимаемого к «самой сущности» вещей. Эта линия была продолжена Платоном и его последователями, образовав в истории человеческой мысли особую, пифагорейско-платоническую традицию понимания математики, к которой, как мы покажем далее, принадлежит абсолютное большинство мыслителей, предложивших свои варианты философско-математического синтеза.

Трактовка математики как науки в современном смысле слова (т.е. как сферы человеческой деятельности, функцией которой является выработка и теоретическая систематизация объективных знаний о действительности, а под действительностью, как правило, понимается мир явлений) придерживается подавляющее большинство ученых. Однако четкое обозначение предмета ее исследований вызывает трудности.

Среди многообразных попыток определить, чем занимается математика, выделим две наиболее распространенные точки зрения. Одна из них была высказана Ф. Энгельсом в известном произведении «Анти-Дюринг»: «чистая математика имеет своим предметом пространственные формы и количественные отношения действительного

---

[5] См. Вейсман А.Д. Греческо-русский словарь. – М., 1991, а также Майоров Г.Г. Роль софии–мудрости в истории происхождения философии//Майоров Г.Г. Философия как искание абсолюта. Опыты теоретические и исторические. – М., 2004. – С. 12.

мира»[6]. Это определение легло в основу статьи А.Н. Колмогорова «Математика», опубликованной в Математической энциклопедии[7], автор которой, как и большинство советских математиков, разделял точку зрения Ф. Энгельса. Ряд ученых полагает, что данное определение не учитывает развития математики в XX веке и его следует пополнить. Так, Б.В. Гнеденко считает, что в предмет математики важно добавить логические структуры, поскольку это позволит включить в нее такие современные дисциплины, как программирование[8].

Вторая точка зрения принадлежит Н. Бурбаки (общий псевдоним группы французских математиков), которая гласит, что «единственными математическими объектами становятся, собственно говоря, математические структуры»[9]. Определение весьма гибкое и предельно широкое, ибо оно, в сущности, утверждает, что математика изучает некоторые особые объекты (структуры) в их взаимных отношениях и связях. Если понимать эти объекты как полученные в результате применения (часто многократного) операции абстракции к предметам действительности, то обе точки зрения оказываются вполне совместимыми, ибо они вскрывают разные стороны рассматриваемого феномена: первая определяет математику через внешние для нее факторы, а вторая сосредотачивает внимание на ее внутреннем аспекте. Однако Н. Бурбаки считают, что хотя тесная связь между математическими структурами и материальными явлениями существует, «нам совершенно неизвестны глубокие причины этого»[10], тем самым давая понять, что трактовка математических объектов как абстракций от реального мира – слишком упрощенное и малосодержательное объяснение.

Если Н. Бурбаки, утверждая самодостаточность своей науки[11], вообще отказываются от попыток разобраться в вопросе отношения математики к действительности, то ряд крупных математиков настаивают на ее автономном от внешнего мира происхождении. К ним относятся представители основных направлении в основаниях математики – логицизма, интуиционизма и формализма. Но если логицисты

---

[6] Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения. – 2-е изд. – М., 1954. – Т. 20. – С. 37.

[7] См.: Математическая энциклопедия. – М., 1982. – С. 560-564.

[8] Гнеденко Б.В. Введение в специальность математика. – М, 1991. – С. 24.

[9] Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М., 1963. – С. 251.

[10] Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М., 1963. – С. 258.

[11] О чем свидетельствует высказывание Дьедонне Ж., организатора группы французских математиков (см. его статью «Современное развитие математики» в сб. переводов «Математика», 1966, т. 10, № 3, с. 3-11): «Я не собираюсь утверждать, что тесный контакт с иными областями, такими, как теоретическая физика, не выгодна для обеих сторон, но математика – наука – самодостаточная».

видят в математике науку, исследующую, как и логика, законы чистого разума, а интуиционисты рассматривают ее как интроспективную творческую (конструктивную) деятельность мыслящего субъекта, то формалистский взгляд на природу математики по сути лишает ее собственного предмета. Как писал Д. Гильберт, основатель формалистского направления, «математика есть наука, в которой отсутствует гипотеза. Для ее обоснования я не нуждаюсь ни, как Кронекер, в господе боге, ни, как Пуанкаре (который считал, что доказать непротиворечивость системы, использующей математическую индукцию, невозможно), в предположении об особой, построенной на принципе полной индукции, способности нашего разума, ни, как Брауэр, в первоначальной интуиции, наконец, ни, как Рассел и Уайтхед, в аксиоме бесконечности, редукции или полноты, которые являются подлинными гипотезами содержательного характера и, сверх того, вовсе неправдоподобными».[12]

Формалистское понимание математики, а также трудности, связанные с определением ее предмета, породили точку зрения, согласно которой математика не является наукой в строгом смысле слова, а представляет собой методологический инструментарий, набор «технологий», язык, используемый естествознанием и другими областями культуры в своих целях. Такая «технематическая» трактовка встречается, как правило, среди физиков и инженеров, склонных рассматривать математику как аппарат для решения собственных задач. Их точка зрения не лишена оснований, ибо с тех пор, как естествознание начало пользоваться языком математики, оно значительно продвинулось в изучении своего предмета.

По-видимому, впервые четко и ярко о математике как языке науки сказал великий мыслитель Галилео Галилей[13], и, несомненно, с тех пор естествознание добилось огромных успехов. Одновременно язык математики стал более гибким, более приспособленным к требованиям практики. Французский физик-теоретик Луи де Бройль прекрасно сказал: «… где можно применить математический подход к проблемам, наука вынуждена пользоваться особым языком, символическим языком, своего рода стенографией абстрактной мысли, формулы которой, когда они правильно записаны, по-видимому, не оставляют места ни

---

[12] Гильберт. Основания геометрии. – М.-Л., 1948 – С. 383.
[13] См.: Галилей Г. Пробирных дел мастер. – М., 1987. – С. 41.

для какой неопределенности, ни для какого неточного истолкования».[14] Место математики в современной теоретической физике достаточно четко охарактеризовал Вернер Гейзенберг: «Первичным языком, который вырабатывают в процессе научного усвоения фактов, является в теоретической физике обычно язык математики, а именно математическая схема, позволяющая физикам предсказывать результаты будущих экспериментов»[15]. Однако стоит отметить, что воспринимая математику в «технематическом» контексте, мыслители, как правило, признают и ее статус автономной, самостоятельной науки. Лучшее тому подтверждение содержится в высказывании выдающего датского физика Нильса Бора, который считал, что «… математика является значительно бóльшим, чем наука, поскольку она является языком науки».[16]

Мысли о том, что математик не столько изучает внешний мир, сколько творит свой собственный, уподобляют его деятельность скорее художественной нежели научной, плоды которой несут в себе больше эстетическую, а не познавательную ценность. Так, Г.Х. Харди в своей знаменитой «Апологии математики» писал: «Считаю своим долгом заявить с самого начала, что под математикой я понимаю настоящую математику, математику Ферма и Эйлера, Гаусса и Абеля, а не то, что выдают за математику в инженерной лаборатории. Я имею в виду не только «чистую» математику (хотя именно она интересует меня в первую очередь) – Максвелла и Эйнштейна, Эддингтона и Дирака я также причисляю к «чистым» математикам… В понятии чистой математики я включаю всю совокупность математических знаний, обладающую непреходящей эстетической ценностью, какой обладает, например, греческая математика, которая вечна потому, что лучшая ее часть подобна лучшим произведениям литературы, и через тысячи лет продолжает приносить тысячам людей эмоциональное удовлетворение».[17] Действительно, разворачивание математических конструкций способно вызвать особое чувство красоты, которое без сомнения служит одним из важнейших стимулов как к профессиональным, так и к любительским занятиям в этой области.

Выделение трех способов понимания математики весьма условно, и предложенный выше анализ показывает, что внимание к одному из

[14] Луи де Бройль. По тропам науки. – М., 1962. – С. 326.
[15] В. Гейзенберг. Физика и философия. – М., 1963. – С. 140-141.
[16] Цит. по: Гнеденко Б. В. Введение в специальность математика. – М.,1991. – С. 31.
[17] Цит. по: Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М., 1984. – С. 343.

аспектов математики: «метафизическому», «эстетическому» или «познавательному», как правило, не отрицает присутствия в ней двух других. Однако доминирование того или иного понимания существенно влияет на трактовку взаимосвязи математики и философии.

Стремлению философского мышления к выявлению и прорисовке глобальных смысловых связей соответствует крайняя отвлеченность математической мысли. Символы математики содержат в свернутом виде, в потенции, неисчерпаемое многообразие интерпретаций. В этом, возможно, одна из причин поразительной применимости математических методов к описанию разнообразнейших феноменов, изучаемых как естественными, так и гуманитарными науками. Диалектике как философскому методу, воплощающему «антиномико-синтетическое» конструирование смысловой сферы соответствует конструктивность как основное свойство математической мысли, однако диалектическое и математическое конструирование существенно различны.

Как философия, так и математика являются понятийными и языковыми способами мышления, однако если философия живет в стихии естественного языка, то математика для своих целей создает специальный, искусственный язык. Стремлению философии к обоснованию своих построений соответствует использование в математике доказательства как необходимой и важнейшей процедуры проверки истинности суждений, но философская аргументация и математическое доказательство имеют принципиально различный характер.

Характерные черты математики: содержательная емкость математических символов, конструктивный характер математической деятельности, наглядность и образность математических построений, интуитивная очевидность и доказательность математических суждений, – выражают одновременно ее сходство и различие с философией, что обусловливает их взаимодействие.

В многообразии взаимосвязей философии и математики достаточно отчетливо выделяются два типа их взаимодействия: первый имеет давно укоренившееся в науке наименование – «философия математики», второй обозначим как «философия и математика».

Первый тип характеризуется тем, что математика здесь является предметом философский размышлений, объектом философско-методологической рефлексии. Задавая вопрос, что такое математика, философ становится по отношению к ней в позицию стороннего наблюдателя и исследователя, вычленяя математику и ее связи из научного и более широкого культурного контекста, и осмысливает с теоретико-мировоззренческой точки зрения сущность математических объектов, их статус и отношение к объектам естествознания и к чувственно воспринимаемому миру, природу математического доказательства, соотношение математики и логики и т.д.

В настоящее время принято условно выделять два направления философии математики – фундаменталистское, занятое в первую очередь выявлением природы математического знания, и нефундаменталистское, анализирующее развитие математики в социокультурном контексте.[18] На наш взгляд, оба направления по сути не противостоят друг другу, а являются взаимодополнительными: фундаменталистские концепции сосредотачиваются на поисках инвариантов в структуре математического знания, социокультурные версии исследуют математику как развивающийся феномен, – и только в единстве этих двух подходов возможно осуществить построение целостного образа математики. К тому же реальная практика подтверждает условность деления философии математики: многие исследования принадлежат одновременно фундаменталистскому и социокультурному направлению.[19]

Второй тип философско-математического взаимодействия – «философия и математика» – характеризуется «равно-уровневым» участием философии и математики в построении целостной картины действительности. Как показывает история, в рамках такого типа взаимодействия взаимоотношения философии и математики испытывают резкие колебания: от полного слияния двух указанных феноменов (пифагорейский вариант космоса, «теологические трактаты» С. Боэция, «Этика» Б. Спинозы, «метафизический дифференциал» Г. Лейбница и т.д.) до их абсолютного противопоставления (взгляды Б. Паскаля, И. Канта и др.).

Указанное обстоятельство позволяет выделить в рамках «философии и математики» две наиболее распространенные точки зрения: первую, содержащую концепции, утверждающие как принципиальную неприменимость математических результатов и методов для решения философских вопросов, так и непригодность философского подхода в рамках математики, назовем «разведением функций философии и математики»; вторую, включающую варианты «положительного» взаимодействия философии и математики, определим как «философско-математический синтез».

---

[18] См. Барабашев А.Г. Будущее математики: Методологические аспекты прогнозирования. – М, 1991. – С. 76-96.

[19] См., например статью Ф. Китчера «Математический натурализм» в сб. Методологический анализ оснований математики. М., 1988. – С. 5-32.

В истории философской мысли противопоставление философии и математики наиболее четко обнаруживается во взглядах Б. Паскаля, концепциях И. Канта и Г. Гегеля, в учениях Л. Фейербаха и А. Бергсона. Несмотря на различие оснований «разведения функций философии и математики» в концепциях названных мыслителей, их роднит, на наш взгляд, следующее обстоятельство. Все философы – Б. Паскаль, И. Кант, Г. Гегель, Л. Фейербах, А. Бергсон, – относятся к софийному типу, а математику понимают как науку, имеющую свои специфические предмет и метод. Отсюда, четкое разграничение областей философии и математики, подчеркивание принципиального их различия в целях и методах исследования.

Таким образом, разнообразие взаимосвязей философии и математики можно классифицировать по двум уровням: 1) «философия математики» и 2) «философия и математика». Точка зрения, разводящая функции философии и математики, описывающая взаимодействие указанных феноменов на втором уровне, складывается на основе софийной трактовки философии и понимания математики как науки в общепринятом смысле слова, что обусловливает вывод о неприменимости математических средств и методов к рассмотрению философских вопросов. При «разведении функций философии и математики» указанные феномены рассматриваются как абсолютно автономные области духовной культуры, результаты и методы которых имеют самодовлеющее значение и не могут быть применены вне своей области.

Термин «синтез» в описании особого типа философско-математического взаимодействия представляется нам вполне правомерным и отражающим основные особенности взаимосвязи философии и математики в описываемых ниже случаях. Однако употребление словосочетания «философско-математический синтез» в контексте нашего исследования нуждается в некоторых предварительных замечаниях и уточнениях.

Правомерность применения термина «синтез» в излагаемом контексте обусловлено следующими этимологическими и методологическими обстоятельствами. Слово «синтез» восходит к древнегреческому σΰνθεσις, означающему «складывание вместе», «соединение», «связывание», «составление» (близким по структуре и смыслу и в тоже время вносящим одно очень важное добавление является прилагательное συνθετικός – «связывающий», «приводящий в связь, в стройное единство»).[20] Таким образом, синтез, в самом общем случае, – это соединение различных элементов в единое целое (систему), которое осуществляется как в практической деятельности, так и в процессе познания. В этом значении синтез противоположен анализу (разложению предмета на его составляющие) и в то же время неразрывно с ним связан.

В философии и различных науках термин «синтез» применяется в некоторых специальных значениях. Выделим из них те, которые являются важными в контексте предлагаемой работы: 1) синтез в качестве способа рассуждения понимается как последовательное получение того, что должно быть доказано, из ранее доказанных утверждений (в противоположность анализу как процессу рассуждения от доказываемого к уже доказанному; такое понимание анализа и синтеза восходит к античности (Платон, Евклид, Папп Александрийский); 2) синтез как мыслительная операция производится от предметного соединения частей объектов в целое и исторически формируется в человеческой деятельности; 3) синтез как познавательная операция имеет множество различных форм; данные исследования того и иного объекта синтезируются при их теоретическом обобщении разнообразными способами (в форме взаимосвязи теорий, относящихся к одной предметной области; как объединение противоположных и даже конкурирующих теорий по принципу дополнительности в процессе диалога теорий; в форме построения дедуктивных теорий).[21]

Исходя из выше изложенного, мы интерпретируем «философско-математический синтез» как особый тип философско-математического взаимодействия, в котором философия и математика, соединяясь тем или иным образом в процессе рассуждения, участвуют в построении целостной картины действительности, способствуя тем самым более глубокому проникновению вглубь явлений, расширению границ мировосприятия и выработке цельного мировоззрения. При таком типе философско-математического взаимодействия результирующее знание есть система, включающая с необходимостью философские и математические компоненты.

В исторической ретроспективе философско-математический синтез принимает различные формы: (а) форму синкретического соединения, слияния математических элементов и философских категорий в построении пифагорейского образа мира (здесь математические и фи-

---

[20] См. Вейсман А.Д. Греческо-русский словарь. – М., 1991. – С. 1203.

[21] См. Философский энциклопедический словарь. – 2-е издание. – М., 1989. – С. 583-584.

лософские понятия относятся к единой предметной области – музыкально-числовой структуре космоса); (б) форму диалектического взаимодействия философии и математики на пути восхождения души в мир идей в учении Платона; (в) форму особого способа рассуждения, в котором математические элементы (понятия, образы, модели) участвуют в раскрытии вопросов философского (теологического) характера, способствуя прояснению этих вопросов и их творческому усвоению в «ученом незнании» Николая Кузанского; (г) как соединение философии и математики в единое целое с целью построения всеобъемлющей дедуктивной системы мироздания в концепциях классического рационализма («Универсальная математика» Р. Декарта, «Этика» Б. Спинозы, «Универсальная характеристика» Г. Лейбница); (д) как антиномическое соединение двух противоположностей (философии и математики), отражающих гносеологические и аксиологические аспекты человеческой деятельности, при формировании эстетического идеала в учении И. Канта.

В русской философии философско-математический синтез, представленный в трудах деятелей Московской философско-математической школы (главным образом, у Н.В. Бугаева) и наиболее полно реализованный в творчестве П.А. Флоренского, выражается в разных формах: (1) как особый способ рассуждения, в котором элементы математического знания (понятия, теоремы, модели) участвуют в раскрытии вопросов философского характера, тем самым способствуя прояснению этих вопросов и провоцируя рождение новых идей; (2) как диалог различных элементов познавательной деятельности, в котором философия и математика, не теряя своей индивидуальности и автономности, оказываются тесно связанными друг с другом, взаимно предполагая друг друга, что способствует углублению каждой из этих областей знания и вместе с тем выработке более адекватной картины действительности; (3) как синтез противоположностей, ведущий к формированию цельного мировоззрения.

Отметим, что взаимодействие философии и математики в формах философско-математического синтеза определяется способами понимания этих двух феноменов духовной культуры. Пифагор, Платон, Н. Кузанский и П.А. Флоренский являются яркими выразителями софийной линии в истории философии и склонны понимать математику не столько как науку, а как своего рода философию (Пифагор), необходимую ступень в философии (Платон), как некую ментальную область, отражающую замысел Творца при построении мироздания (Н. Кузанский), как первую и необходимую предпосылку мировоззрения (П. А.

Флоренский), т.е. все указанные философы тяготеют к истолкованию математики в «метафизическом» ключе.

Для представителей классического рационализма характерна эпистемическая трактовка философии и видение математики как точной и наиболее разработанной науки, метод которой универсален и приложим к любым областям познания. Такое понимание естественным образом порождает «рационалистический» вариант философско-математического синтеза, обозначенный нами выше.

Взгляды И. Канта способствовали «разведению функций философии и математики». Однако противопоставление математики и философии в данном случае утверждается в противовес «математическому универсализму» Нового времени, и последующие попытки Канта соединить «мир природы» и «мир свободы» в эстетическом идеале выражают синтез иного, отличного представленного в классическом рационализме, вида и уровня.

Отнесение музыкально-числовой концепции космоса пифагорейцев к форме философско-математического синтеза возможно с некоторыми оговорками. Синтез элементов всегда предваряется их выделением и отличением друг от друга, т.е. своего рода анализом нерасчленимого целого с целью соединения его частей на новом, более высоком уровне. Четкого разделения философских и математических категорий в рамках пифагорейского учения нет. Математика, с одной стороны, покорялась иерархическому строю пифагорейского мироздания и в совокупности своих частей воспроизводила космологическую структуру, и, с другой стороны, служила катарсису как высшей этической цели, достигаемой для тела – через вегетарианство, для души – через постижение музыкально-числовой структуры мироздания, выражающееся в способности слышать гармоническое звучание космических сфер. Итак, в учение Пифагора математическое до неразличимости сливается с этическим, космическим и музыкальным. Однако реконструированный вариант раннего пифагореизма, принадлежащий Филолаю, представляет собой достаточно стройную целостную систему, которая, несмотря на синкретичность многих положений, можно вполне рассматривать как одну из версий философско-математического синтеза.

Диалектическое взаимодействие философии и математики в учении Платона основывается на его идее, что специфика математического мышления связана с постоянной опорой на образы; подлинное же умозрение (философское) отличается от математики тем, что является «безóбразным». Однако характерно, что четкое отличение математического метода познания от философского метода – диалектики – сочетается у Платона с утверждением о необходимости занятий математикой для философа: математика видится как необходимая ступень на пути преодоления привычек обыденного мышления. Тем не менее, математика не способна дать в руки занимающимся ею собственного философского метода, изучение ее – лишь промежуточное звено. От подхода математических наук необходимо перейти к подлинному философскому методу – диалектике, которая ведет душу к созерцанию идей. Однако в одном из поздних диалогов «Послезаконие» Платон объявляет высшей «сущностной» мудростью науку о числе. Философия Платона, достигшая своего предельного развития, заканчивалась учением о вечных и божественных идеях как о числах. Итак, путь восхождения к мудрости, итогом которого является созерцание истинного бытия, т.е. мира идей, можно представить трехступенчатой схемой: математика $\rightarrow$ философия $\rightarrow$ математика «высшего порядка». Налицо классический диалектический прием: отрицание отрицания.

Философско-математический синтез Николая Кузанского основан на его мысли: «Ни один из великих умов древности не изучал трудных вещей при помощи какого-либо сходства кроме сходства математического»[22] и реализуется во введении в рассуждение философско-теологического характера дополнительного математического плана, параллельного плану метафизическому. Используемые при этом математические конструкции служат специфической моделью, позволяющей «схватить» в созерцании принципиально не созерцаемый предмет рассуждения (например, бесконечный мир) в виде математического образа. «Поистине видимое есть образ невидимого», – утверждает Кузанский и, рассматривая вслед за Платоном математические объекты как онтологические сущности, занимающие промежуточное положение между чувственно воспринимаемым и умопостигаемым и потому обладающие специфической «наглядностью», видит в них богатейший познавательный потенциал в раскрытии вопросов о бесконечности Творца и Вселенной, об ученом незнании как высшей форме теоретического разума и т.д.

Философско-математический синтез в концепциях классического рационализма базируется на убеждении, что истинное знание не может быть достигнуто иначе, чем ясным и отчетливым усмотрением умом

[22] Кузанский Н. Об ученом незнании//Избранные философские произведения. – М., 1937. – С. 23.

предмета исследования или его дедуктивным выведением из очевидных истин. Такими ясными и очевидными истинами Р. Декарт считал аксиомы геометрии и арифметики, а математическое доказательство – самым надежным средством получения правильных знаний. Человеческий разум непосредственно, силой интуиции, дарованной Богом, воспринимает основные, ясные и очевидные истины, а вывод следствий составляет сущность философского знания. «Этика» Спинозы представляет собой классический образец «рационалистической» версии философско-математического синтеза. Идеи Декарта находят свое продолжение в «Characteristica universalis» Г. Лейбница, посредством которой можно систематизировать все необходимые истины, доказывать их и открывать новые. Кроме того, труды Лейбница демонстрируют вариант философско-математического синтеза как особого способа рассуждения, в котором элементы математического знания служат «наглядными» схемами для метафизических построений.

Отправным пунктом построения варианта философско-математического синтеза, предложенного И. Кантом, является следующее утверждение: «Хотя между областью понятия природы в качестве чувственного и областью понятия свободы в качестве сверхчувственного лежит необозримая пропасть, ... понятие свободы должно сделать действительной в чувственном мире заданную его законами цель, и, следовательно, природу должно быть возможно мыслить таким образом, чтобы закономерность ее формы соответствовала по крайней мере возможности целей, заданных ей законами свободы. Следовательно, должно быть все-таки основание для единства сверхчувственного, лежащего в основе природы, с тем, что практически содержит в себе понятие свободы, даже если такое понятие не достигает ни теоретически, ни практически познания этого единства, а значит, не имеет своей области, оно все-таки делает возможным переход от мышления по принципам природы к мышлению по принципам свободы».[23] Между природой и свободой Кант находит промежуточное звено – своеобразный «третий мир» – мир эстетического, рассмотрению которого посвящена «Критика способности суждения». Синтез противоположностей основывается на идее целесообразного и реализуется в эстетическом идеале. Вариант Канта демонстрирует антиномико-синтетическое, т.е. диалектическое взаимодействие философии и математики, хотя и отличное от платоновского.

[23] Кант И. Критика способности суждения. – М., 1994. – С. 46.

Таким образом, на основе единства этимологического, логического и исторического подходов к раскрытию понятия «философско-математический синтез», можно сделать вывод, что это понятие описывает особый тип взаимодействия философии и математики, который может принимать различные формы. Предложенная выше классификация разновидностей философско-математического синтеза отражает сложившееся в истории философии разнообразие вариантов «положительного» взаимодействия философии и математики.

Литература

1. Бройль Луи де. По тропам науки. Перевод с франц. канд. Физ.-мат. Наук С.Ф. Шушурина. Послеслов и общ. ред. д-ра филос. наук И.В. Кузнецова. – М.: Изд. иностр. лит, 1962. – 408 с.
2. Бурбаки Н. Очерки по истории математики/ Пер. с франц. И.Г. Башмаковой. Под. ред К.А. Рыбникова. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 292 с.
3. Вейсман А.Д. Греческо-русский словарь: репринт V-го издания 1899 г. – М.: Греко-латинский кабинет Ю.А. Шичалина, 1991. – 1370 с.
4. Галилей Г. Пробирных дел мастер /Пер. Ю.А. Данилова. – М.: Наука, 1987. – 270 с.
5. Гейзенберг В. Физика и философия. Пер. с нем. И.А. Акчурина и Э.П. Андреева. Общая ред. и послеслов. Акад. М.Э. Омельяновского. – М.: Изд. иностр. лит, 1963. – 293 с.
6. Гильберт Д. Основания геометрии. Пер. с 7-го нем. из. Под ред. и со вст. статьей П.К. Рашевского. – М.–Л.: Гостехиздат, Образцовая тип. в Мск., 1948. – 492 с.
7. Гнеденко Б.В. Введение в специальность «математика». – М.: Наука, 1991. – 235 с.
8. Дьедонне Ж. Современное развитие математики//Математика. Периодический сборник переводов иностранных статей. Отв. Ред. А.О. Гельфонд. – М.: Изд-во «Мир», 1966. – Т. 10. – № 3. – С. 3-11.
9. Кант И. Критика способности суждения/Вступ. статья и коммент. А.В. Гулыги. – М.: Искусство, 1994. – 368 с.
10. Китчер Ф. Математический натурализм//Методологический анализ оснований математики. Методологический анализ оснований математики/Ф. Китчер, В.Я. Перминов, Б. И. Фёдоров и др. – М.: Наука, 1988. – с. 5-32.
11. Клайн М. Математика. Утрата определенности/Пер. с англ. Ю.Я. Данилова; Под. ред. д-ра физ-мат наук, проф. И.М. Яглома. – М.: Мир, 1984. – 446 с.
12. Николай Кузанский. Об ученом незнании//Николай Кузанский. Сочинения: в 2-х т./Сост. В.В. Бибихин; Общ. ред. В.В. Соколова и З.А. Тажуризиной;

Вступ. статья З.А. Тажуризиной, пер. З.А. Тажуризиной и др. – Т.1. – М.: Мысль, 1979. – С. 47-184.
13. Майоров Г.Г. Философия как искание Абсолюта. Опыты теоретические и исторические. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 416 с.
14. Фрагменты ранних греческих философов. (От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики). [Перевод АН СССР, Ин-т философии]. Изд. А. В. Лебедева. – М.: Наука, 1989. – 575 с.
15. Шпенглер О. Закат Европы. – Минск: Харвест; М.: АСТ, 2000. – 1376 с.

Алябьев Д.И.
(Курск)

ОБ ОНТОЛОГИЧЕСКИХ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ В ПРОГРАММЕ ФОРМАЛИЗМА

Резюме

Статья Д. И. Алябьева «Об онтологических и гносеологических аспектах оснований математики в программе формализма» посвящена формалистской программе обоснования математики как одного из наиболее влиятельных вариантов конструктивизма в философии математики. В статье анализируется метод формализации, ориентированный на утверждение значимости символов и символизации в структуре отражательных и познавательных процессов.

Формалистская программа обоснования математики, связанная, прежде всего, с именами Д. Гильберта и К. Гёделя, представляет собой один из наиболее влиятельных вариантов конструктивизма в философии математики. Как известно, кризис в развитии математики конца XIX – начале XX века, связанный с обнаружившейся противоречивостью теории множеств, обусловил необходимость разработки и переосмысления ряда вопросов, относящихся к фундаменту этой науки. Подходы к преодолению данного кризиса привели к образованию в основаниях математики трёх взаимосвязанных направлений – логицизма, интуиционизма и формализма.

Основатель концепции формализма немецкий математик Давид Гильберт опирается на идею Лейбница о построении универсального языка для всей математики и формализации математических доказательств на базе такого языка. Путь, намеченный Гильбертом для преодоления трудностей, возникших в основаниях математики, был ориентирован на использование аксиоматического метода, рассмотрение формальных моделей содержательной математики и исследование вопросов непротиворечивости таких моделей надёжными финитными средствами. Гильберт пытался избежать парадоксов в математике, не осуществляя при этом принципиальной перестройки науки в целом.

Гильберт предлагал представлять рассматриваемую теорию в виде формальной аксиоматической системы, в которой будут выводимы все те и только те утверждения, которые являются теоремами данной теории. Тогда для доказательства непротиворечивости нужно установить невыводимость в рассматриваемой теории соответствующих утверждений. Таким образом, математическая теория, непротиворечивость которой необходимо доказать, становится предметом изучения некоторой математической науки, которую Гильберт называл метаматематикой или теорией доказательств.

Гильберт считал, что парадоксы теории множеств вызваны не законом исключённого третьего. По его мнению, парадоксы происходят потому, что математики пользуются недопустимыми и бессмысленными способами образованиями понятий, которые исключались в его теории. Он предлагал различать «действительные» и «идеальные» предложения классической математики, первые из которых имеют содержательный смысл, а вторые не обязаны иметь содержательный смысл[1].

Предложенный Гильбертом и развитый его последователями метод формализации оказался полезным не только в исследовании логических проблем оснований математики. Аксиоматический метод оказал большое влияние на развитие многих разделов математического знания, особенно значительным было проникновение этого метода в алгебру. Термин «аксиоматический» употребляется иногда в широком, а иногда в более узком смысле слова. При самом широком понимании этого термина построение какой-либо теории называется аксиоматическим, если основные понятия и основные гипотезы теории принимаются как основа, а дальнейшее ее содержание логически выводится из них с помощью правил вывода. Аксиоматически именно в этом смысле слова были построены геометрия Евклида, механика Ньютона, термодинамика Клаузиуса. Таким образом, данный метод не следует ассоциировать только с математикой, границы его применения гораздо шире.

Аксиоматику в усиленной форме, возникающую в результате отвлечения от конкретного предметного содержания, кратко можно называть формальной аксиоматикой. Характерной особенностью формальной аксиоматики, в отличие от содержательной, является необходимость установления ее непротиворечивости. Между тем, содержательная аксиоматика вводит свои основные понятия со ссылкой на имеющийся у нас опыт, а свои основные положения либо считает очевидными фактами, в которых можно непосредственно убедиться, либо формулирует их как итог определенного опыта и, тем самым, выражает общую уверенность в том, что удалось напасть на след законов природы, а заодно и намерение подкрепить эту уверенность успехом развиваемой теории.

---

[1] Подробнее см: Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с. – Стр. 13 – 14.

Формальная аксиоматика, разумеется, также нуждается в признании очевидности за вещами определенного рода — это необходимо как для осуществления дедукции, так и для установления непротиворечивости самой аксиоматики, но с тем существенным различием, что этот род очевидности не основывается на каком-либо особом гносеологическом отношении к рассматриваемой конкретной области науки, а остается одним и тем же в случае любой аксиоматики: здесь имеется в виду столь элементарный способ познания, что он вообще является предварительным условием любого точного теоретического исследования. Этот род очевидности необходимо, на наш взгляд, подвергнуть более пристальному рассмотрению.

Чтобы правильно оценить соотношение между познавательным значением содержательной и формальной аксиоматик, необходимо в первую очередь принять во внимание одно соображение. Формальная аксиоматика по необходимости нуждается в содержательной как в своем дополнении, поскольку именно последняя поначалу руководит нами в процессе выбора соответствующих формализмов, а затем, когда формальная теория уже имеется в нашем распоряжении, она подсказывает нам, как эта теория должна быть применена к рассматриваемой области действительности[2]. Эта процедура может быть воплощена в жизнь лишь тогда, когда постулаты рассматриваются как выражение каких-либо известных из действительности фактов, либо когда их считают непосредственно очевидными. Возникающий здесь вопрос о границах применимости геометрических аксиом является, как известно, чрезвычайно деликатным и спорным. Существенное преимущество формальной аксиоматики как раз в том и состоит, что она делает построение геометрии не зависящим от решения этого вопроса.

Характерной особенностью формалистической точки зрения является то, что рассуждения здесь рассматриваются как мысленные эксперименты над предметами, которые предполагаются конкретно заданными. Так, в арифметике речь идет о числах, которые мыслятся как заданные, в алгебре речь идет о заданных буквенных выражениях с заданными числовыми коэффициентами[3].

---

[2] Подробнее см: Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с.— Стр. 23-27.

[3] Подробнее см: Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с.— Стр. 45-48.

Из вышесказанного можно заключить, что, по Гильберту, вначале происходит открытие основного набора аксиом и утверждений, получаемых путём обобщения опытных данных или общепринятых истин, а затем на их основе происходит изобретение новых теорем и законов.

Если рассмотреть существующие математические теории более тщательно, то во всех случаях увидим, что в основании их понятийной структуры лежат несколько предположений о данной области знания, которые достаточны для построения из них полной структуры знания этой области в соответствии с логическими принципами.

Рассматриваемые с обозначенных позиций, такие положения могут быть интерпретированы как аксиомы отдельных областей знания. Это означает, что успешное развитие отдельных отраслей науки основывается на значительном возрастании полноты понятийной структуры. Эти исходные позиции выделения положений и методов как аксиом доминируют в чистой математике, и именно благодаря ним столь мощно развились геометрия, арифметика, теория функций и анализ в целом.

По мнению Гильберта, обращение к более глубокому пласту аксиом ведёт к более глубокому проникновению в сущность научного мышления, яснее осознаётся единство нашего знания. В проявлениях аксиоматического метода математика призвана играть лидирующую роль в науке.

Рассматривая ту или иную теорию более подробно, можно обнаружить, что в основании каркаса лежит небольшое число утверждений из данной области науки, которых достаточно, чтобы из них с помощью логических законов построить весь каркас. Такие основополагающие теоремы с определенной точки зрения можно рассматривать как аксиомы данной отдельной области знания: последующее развитие этой области знания сводится исключительно к логическим построениям на базе уже имеющегося каркаса понятий. Но в отдельных областях знания возникла потребность в обосновании самих упомянутых выше теорем, принятых в качестве аксиом и положенных в основу.

Современный уровень развития науки и техники характеризуется всё более широким применением искусственных языков, к которым в первую очередь относятся формализованные языки символической логики и математики, системы знаков, употребляемые в других науках. Успехи науки сопровождаются глубокими изменениями в приёмах и методах научного познания, среди которых важное место принадлежит методу формализации. В связи с этим, особую актуальность приобретает анализ, освоение и реализация онто-гносеологического наследия программ обоснования математики и, в том числе, формализма, ориентированного на утверждение значимости символов и символизации в структуре отражательных и познавательных процессов.

Литература

1. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – Т. 1. – 560 с.

АВТОРСКАЯ СПРАВКА

Еровенко Валерий Александрович

доктор физико-математических наук, профессор,

заведующий кафедрой общей математики и информатики Белорусского государственного университета.

E-mail: erovenko@bsu.by

Кузнецов Андрей Владимирович

кандидат философских наук, доцент кафедры гуманитарных дисциплин Регионального открытого социального института, член Российского философского общества (РФО).

E-mail: kuzandr@mail.ru

Мануйлов Виктор Тихонович

кандидат философских наук, доцент кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).

E-mail: manvict@yandex.ru

Мороз Виктория Васильевна

доктор философских наук, доцент кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).

E-mail: vicmoroz@mail.ru

Михайлова Наталья Викторовна

кандидат философских наук, доцент кафедры математики Минского государственного высшего радиотехнического колледжа

E-mail: erovenko@bsu.by

Побережный Александр Алексеевич

аспирант кафедры философии Курского государственного университета (КГУ), член Российского философского общества (РФО).

E-mail: alexvtor@yandex.ru

Веретенникова Лолита Мирсаидовна

кандидат философских наук, доцент кафедры философии Курского государственного университета

E-mail: manvict@yandex.ru

Алябьев Дмитрий Иванович

аспирант кафедры философии Курского государственного университета

ABSTRACTS

L.M. Veretennikova
(Kursk)

The Constructivity of Gaston Bashlyar's "New" Rationalism

The article is devoted to rationalistic philosophical tradition represented in neo-rationalism by G. Bashlyar in the light of materialistic epistemology. This tradition that depends on materialistic rationalism in scientific activity is formed by G. Bashlyar into rational construction, eliminating irrationality from its material of constructing. The author shows the methodological value of new principles of understanding of scientific processes with the mixing of imaginations about materialism and idealism, permitting to introduce the concepts corresponding to new level of society's development.

V.A. Yerovenko
(Minsk)

"To Calculate the Harmony with Algebra": from Confrontation of Two Cultures to Dialogue

The problem of mathematical and humanitarian knowledge with the point of "two cultures" is discussed in the article. The methodological value of mathematics is shown in the creation of reliable basis for the penetration to essence of facts and things. In the article the mathematical education is considered in the context of the community of intellectual tasks of humanitarian and mathematical cognition.

A. V. Kusnetsov
(Kursk)

The Constructive and Formalistic-phenomenological Methods of Approach in the Epistemological Sequence of Principals of Duality

The article is devoted to the problem of the revealing of the dignity of the constructive epistemology before the formal one in the process of the cognition of the world as its successive understanding in heuristic phase.

V.T. Manuylov

(Kursk)

Intuitionistical Constructivity of Mathematical Knowledge

The concept of constructivity of mathematical knowledge, characteristic for intuitionistical direction in the substantiation of mathematics is considered in the article. The intuitionistical concept of construction is analyzed, the principles of intuitivity and subjectivity of construction are distinguished, the summary of G. Kreisel's abstract theory of constructions is given. The description of main objects of intuitionistical mathematics and their characteristics is shown. Epistemolgical foundations of constructivity of intuitionistical mathematics are distinguished and described.

N.V. Mikhailova

(Minsk)

"Moderate Skeptical Platonism" in System Triad of Programs of Substantiation of Mathematics

Post-Gödel's philosophy of mathematics raises serious doubts in the existence of non-contradictory formal descriptions in spite of effect axiomatically building theories. The main difficulties of substantiation of mathematics are connected with methodological analyses of strategies of substantiation since the most known classical programs of substantiation are oriented on different tasks and aims of mathematical research. The author considers new methodology of substantiation of mathematics that opens supplementary possibilities of analysis of the nature of mathematical thinking within system triadic structure on the base of well-known philosophic-methodological programs of formalism, intuitionism and platonism. It demands, in its turn, to accurate the concept of "mathematical platonism" with the point of view of modern development of mathematics.

V.V. Moroz

(Kursk)

The Constructivity of Interdependence of Philosophy and Mathematics: Philosophic-Mathematical Synthesis

This article is devoted to the answer to the question how philosophical synthesis is possible. The author reveals the foundations for the typology of

interdependences of philosophy and mathematics and marks different modes of understanding of philosophy and mathematics in the history of the thinking over the determination of character of their interdependence within concrete type. The author picks out and comprehends the levels of the philosophic-mathematical interaction, marks and describes the constructive type of their interaction – philosophic-mathematical synthesis. On the base of the unity of etymological, logical and historical approaches to the reveal of the concept "philosophic-mathematical synthesis" the author carries out the classification of its varieties, affirms and substantiates that the examples of each variety can be discovered in the history of philosophy.

A.A. Poberezhnyi
(Kursk)

Radical Constructivism with the Point of View of Representatives of Different Directions in Modern Philosophy

From the end of the 20th to the beginning of the 21st centuries a lot of publications devoted to the radical constructivism appears in the modern literature on philosophy of science. The value of this direction in scientific association is rather different. In the article the principle directions of criticism of radical constructivism with different philosophical positions and the most value arguments used in this criticism are shown.

Alyabyev D. I.
(Kursk)

About Ontological and Epistemological Aspects of Foundations of Mathematics in the Program of Formalism

The article is devoted to the formalistic program of substantiation of mathematics as one of the more influential variants of constructivism in the philosophy of mathematics. In the article the method of formalization orienting the statement of value of symbols and symbolizations in the structure of reflective and cognitive processes is analyzed.

Для заметок

ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОСТИ НАУЧНОГО И ФИЛОСОФСКОГО ЗНАНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ВЫПУСК ШЕСТОЙ

Редактор Н. Д. Собина

Компьютерная верстка А. В. Кузнецов, В.Т. Мануйлов, В. В. Мороз

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать 9.12.2006 г.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Объем 7,9 усл. печ. л.

Тираж 500 экз. Заказ №

Издательство Курского государственного университета

305000, г. Курск, ул. Радищева, 33

Отпечатано ПБОЮЛ Киселева О.В.
ОГРН 304463202600213