На правах рукописи

Побережный Иван Александрович

ТРАКТОВКА ЭВРИСТИЧЕСКОЙ РОЛИ АНОМАЛЬНЫХ ЭТАПОВ РАЗВИТИЯ НАУКИ В НАПРАВЛЕНИЯХ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ XX ВЕКА

5.7.2. – история философии

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата философских наук

Курск 2021

Работа выполнена на кафедре философии
ФГБОУ ВО «Курский государственный университет»

Научный руководитель: **Арепьев Евгений Иванович,**
доктор философских наук, профессор, заведующий кафедрой философии ФГБОУ ВО «Курский государственный университет»

Официальные оппоненты: **Войцехович Вячеслав Эмерикович,**
доктор философских наук, профессор, профессор кафедры философии и теории культуры ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Яшин Борис Леонидович,
доктор философских наук, профессор, профессор кафедры философии института социально-гуманитарного образования ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Защита состоится 20 января 2022 г. в 15.00 ч на заседании совета по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук 24.2.322.01 по философским наукам при ФГБОУ ВО «Курский государственный университет» (РФ, 305000, Курская область, г. Курск, ул. Радищева, д. 29, ауд. 816).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Курский государственный университет» (РФ, 305000, Курская область, г. Курск, ул. Радищева, д. 29).

Автореферат разослан ____ _________________ 20___г.

Автореферат и диссертация размещены на официальном сайте Курского государственного университета: http://www.kursksu.ru.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат философских наук Дьяченко Ольга Николаевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность диссертационного исследования. В философско-методологическом наследии XX века проблема развития математики становится ключевой проблемой и, наряду с проблемой обоснования математического знания, вызывает большое количество дискуссий, порождает возникновение двух полемизирующих и дополняющих друг друга направлений – фундаменталистской и социокультурной философии математики. Эти течения продолжают развиваться и в философии науки XXI века. В основаниях математики выделяют также теоретический и практический подходы. Первый рассматривает внутренние факторы развития науки, механизмы, посредством которых формируется целостная система оснований. Второй связан с методологическим обеспечением исследований, процесса развития математики, анализом таких вопросов, как единство математики, истинность математических рассуждений, надежность и формально-логическая строгость математических теорий. В каждом из подходов важным оказывается осмысление аномальных этапов эволюции, периодов научных кризисов, в которые закладываются основы последующего развития, определяются перспективы и возможности науки.

Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью выявления механизмов и закономерностей развития существующих и формирования новых теорий, принципов формирования новых направлений математики в ее аномальные периоды, необходимостью выявления эвристической роли данных этапов.

Объектом диссертационного исследования выступает творческое наследие западной и отечественной философии математики XX века, затрагивающее проблемы развития науки и динамики научного познания.

Предметом исследования выступает эвристическая значимость аномальных этапов развития математики, представленных в направлениях философии науки прошлого столетия.

Степень разработанности проблемы. Исследование особенностей философских оснований математики, философии науки XX века, проблем динамики научного, в частности, математического знания, наряду с пониманием обозначившихся тенденций в развитии современной философии математики, показывает повышение интереса научного сообщества к данной проблеме.

Можно выделить несколько групп исследований:

Работы ученых-математиков, философов и логиков, в которых рассматриваются философские аспекты науки, таких, как П. Бернайс, Н. Бурбаки[1], Г. Вейль, Л. Витгенштейн, А. Гейтинг, К. Гёдель, Д. Гильберт, Э. Гуссерль, Р. Дедекинд, Г. Кантор, Р. Карнап, У. Куайн, А.Н. Колмогоров, Р. Курант, Г. Лейбниц, А.Ф. Лосев, А. Пуанкаре, Б. Рассел, Г. Фреге и др.

[1] Псевдоним, под которым публиковалась группа математиков, преимущественно французских (А. Вейль, Ж. Дьёдонне, А. Картан, К. Шевалле и др.), выступая с попыткой дать систематическое изложение современной им математики на основе аксиоматического метода.

Исследования вопросов философии и методологии науки, содержащиеся в трудах таких отечественных авторов, как В.И. Аршинов, В.Ф. Асмус, В.Г. Буданов, В.Л. Васюков, П.П. Гайденко, В.С. Готт, В.И. Жог, В.Н. Князев, А.Н. Кочергин, А.Ф. Лосев, Л.А. Микешина, В.М. Розин, В.В. Степин, зарубежных авторов, таких как Б. Барнс, Л. де Бройль, Х.-Г. Гадамер, Г. Динглер, М. Дэвитт, Т. Кун, И. Лакатос, К. Мейясу, К. Поппер, А. Пуанкаре, Г. Рейхенбах, Я. Хинтикка и др.

Работы по философии математики таких отечественных авторов, как С.М. Антаков, Е.И. Арепьев, В.А. Бажанов, А.Г. Барабашев, Б.В. Бирюков, Е.Н. Вечтомов, В.Э. Войцехович, А.С. Есенин-Вольпин, Г.Б. Гутнер, И.Т. Касавин, С.Л. Катречко, В.Н. Катасонов, А.Н. Колмогоров, А.Н. Кричевец, А.Ф. Кудряшев, Б.А. Кушнер, В.Д. Мазуров, В.Т. Мануйлов, Н.В. Михайлова, В.Н. Молодший, В.В. Мороз, М.И. Панов, В.Я. Перминов, Ю.А. Петров, А.В. Родин, Г.И. Рузавин, З.А. Сокулер, В.А. Суровцев, В.А. Успенский, В.В. Целищев, И.М. Яглом, С.А. Яновская, Б.Л. Яшин, зарубежных авторов, таких, как Э. Агацци, Ж. Адамар, Д. Армстронг, И. Бар-Хиллел, А. Бейкер, А. Бёрд, Г. Генцен, М. Дамметт, Х.Б. Карри, Ф. Китчер, С. Клини, Р. Курант, А. Мостовски, П. Мэдди, Х. Патнэм, Д. Пойа, М. Резник, Г. Роббинс, Р. Уаилдер, П. Унгер, Л. Флейшхокер, А. Френкель, С. Шапиро П. Шор и др.

Труды, в которых затрагиваются основные аспекты истории математики таких отечественных исследователей как Ф.А. Медведев, К.А. Рыбников, А.Н. Чанышев, А.П. Юшкевич, зарубежных, как Б.Л. Ван-дер-Варден, Г. Вилейнтнер, А. Даан-Дальмедико, У. Клайн, Ф. Клейн, Ж. Пейффер, Д. Стройк, Г. Цейтен и др.

В современной отечественной литературе можно отметить также ряд работ, содержащих развернутое описание положения дел в философии математики на сегодняшний день.[1] Многие современные исследователи отмечают состояние застоя в философии математики.[2]

В этих исследованиях дан историко-философский анализ становления и развития научного и математического знания, а также философских оснований математики. Показаны различные точки зрения на развитие математики, на формирование математической парадигмы, на причины и движущие силы этих процессов.

Многочисленные работы указывают на важность построения новых вариантов обоснования математического знания и высокий интерес к проблемам гуманизации науки и образования, к разработке нового видения действительности, к расширению границ миропонимания. Они служат базой для определения места философии математики в духовной культуре начала XXI века.

Таким образом, имеется достаточно обширная литература по истории философии, философским основаниям математики, посвященная проблеме

---

[1] Барабашев, А. Г. Будущее математики: Методологические аспекты прогнозирования. М., 1991. 157 с.; Перминов, В.Я. Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция, 2001. 320 с.; Целищев, В.В. Философия математики. Ч. 1. Новосибирск: Наука, 2002. 212 с.; Целищев, В.В. Онтология математики: объекты и структуры. Новосибирск: Нонпарель, 2003. 240 с. и др.

[2] Hersh, R. A Fresh Winds in the Philosophy of Mathematics // Amer. Math. Monthly. 1995. Aug.-Sept. P. 590-591; Hintikka, J. Lingua Universalis vs Calculus Ratiocinator. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997. и др. Об этом подробнее см.: Целищев, В.В. Философия математики. Ч. 1. Новосибирск: Наука, 2002. С. 16.

развития математического и научного знания. Однако исследований, направленных на построение развернутой интерпретации эвристической роли аномальных этапов в развитии математического знания, до настоящего времени не предпринималось. Данная диссертация призвана в некоторой степени способствовать заполнению данного пробела.

Цель и задачи исследования.

Цель исследования: построение развернутой интерпретации эвристической роли аномальных этапов развития науки в философии математики XX века.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

– раскрыть эволюцию представлений о математических понятиях в рационалистической традиции европейской философии;

– выявить основные черты фундаменталистского и социокультурного подходов к обоснованию математики в XX веке;

– определить главные тезисы, отражающие характер полемики в современной отечественной и зарубежной философско-математической мысли;

– систематизировать основные философско-методологические трактовки закономерностей развития научного знания;

– раскрыть динамику представлений об эвристической роли кризисных периодов развития математики в философско-методологическом наследии XX века;

– сформулировать на основе концепций философии математики прошлого столетия наиболее перспективные подходы к трактовке эвристической роли понятийного базиса для становления новых разделов математики.

Теоретико-методологическая основа исследования.

Поскольку диссертационное исследование в целом носит историко-философский характер, в нем применяются:

- источниковедческий метод при работе с первоисточниками и критической литературой;
- метод историко-философской реконструкции, который позволит приблизиться к пониманию взглядов мыслителей различных эпох для оценки их теоретических конструкций;
- метод сравнительного анализа, предполагающий сопоставление концепций друг с другом, и обеспечивающий возможность типологических обобщений.

Научная новизна исследования.

Новизна работы состоит, прежде всего, в комплексном осмыслении эвристического потенциала аномальных этапов развития математического знания на основе философско-методологического наследия XX столетия, которое позволило получить следующие результаты:

1. В работе предложено осмысление эволюции рационалистических представлений о математических понятиях, раскрыты особенности этих представлений в различные периоды развития человеческого знания.

2. В диссертации выявлены характер взаимодействия фундаменталистской и социокультурной философии математики, противоречие и единство этих подходов в процессе формирования сущностных оснований математического знания, в раскрытии эвристического значения его аномальных периодов.

3. Показаны непосредственно влияющие на понимание и развитие математики проблемы, порождающие полемику, как в отечественной, так и в зарубежной философско-математической мысли. Это, прежде всего, вопросы бытийно-познавательного истолкования основ данной науки, порождающие многочисленные версии реализма, номинализма, эмпиризма, психологизма и их симбиозы.

4. Систематизированы основные философско-методологические трактовки закономерностей развития научного знания, в свете которых история математики делится на периоды кумулятивного накопления знаний и аномальные, революционные этапы.

5. Раскрыта динамика наиболее значимых представлений об эвристической роли кризисных периодов развития математики в философско-методологическом наследии XX века.

6. Определен наиболее перспективный подход к трактовке эвристической роли понятийного базиса в становлении новых разделов математики.

Положения, выносимые на защиту.

1. Рационалистические представления о математических понятиях эволюционируют от античности до наших дней. Преобразование взглядов совершает диалектический круг, возвращаясь к исходным положениям на новом уровне. Трактовка математических истин как приемов землемерия и счета, как сущности мира, космоса, как божественных истин, как эмпирических обобщений и свойств разума, как средства естествознания и способа универсализации языка, к XX столетию вновь возвращается к идее абстрактного выражения наиболее общих свойств и связей действительности. В науке XX в. математика все более стала выступать как эвристическое средство, как то, что позволяет предвидеть путь дальнейшего движения научного поиска, путь, на котором просматриваются возможности будущих открытий законов реального мира. Пифагорейская идея внутренней гармонии из критерия истинности превратилась в настоящее время в один из эвристических принципов.

2. Представители фундаменталистского и социокультурного подходов в философии математики, по-разному оценивая генезис и эволюцию математического знания, сходятся в признании эвристической роли аномальных этапов (кризисов) в развитии математики.

3. Трактовка природы математических объектов и истин, критерии истинности претерпели значительную трансформацию в XX веке. Проблемы, порождающие полемику, как в отечественной, так и в зарубежной философско-математической мысли, – это, прежде всего, вопросы бытийно-познавательного истолкования, разработка моделей онтологических и гносеологических основ математики, – приводят к возникновению многочисленных версий реализма, номинализма, эмпиризма, психологизма и их симбиозов.

4. Аномальные этапы в ходе развития математики, как и в естествознании, приводили к возникновению новых математических теорий, новых направлений, концепций, расширению структуры, принятию новых парадигмальных установок.

5. Фундаментальный кризис начала XX века и его развитие не привели к явной победе какого-либо из сформировавшихся в этот период направлений – логицизма, формализма, интуиционизма, реалистической или языковой трактовки математики. Это свидетельствует о несостоятельности претензий любого из течений на единственность и самодостаточность, свидетельствует о взаимосвязи и взаимодополняемости их результатов. Эвристическая значимость аномальных этапов развития науки подверглась многоаспектному осмыслению в философии математики прошлого столетия и была описана, как в явной, так и имплицитной формах. Наиболее конструктивным обобщением выявленных установок этого периода является утверждение, что математика выступает как эвристическое средство, как система представлений, которая может идти впереди остального знания и в определенной мере формировать его структуру.

6. Наиболее перспективным подходом к трактовке эвристической роли понятийного базиса в становлении новых разделов математики целесообразно считать такой подход, согласно которому аномальные периоды в развитии математики обуславливают необходимость пополнения ее базисного набора понятий новыми, обладающими сущностной значимостью и спецификой элементами. Именно они позволяют создавать новые разделы этой науки. Данная схема действует, как в преодолении обнаруживающихся внутренних противоречий, так и для ответа на запросы соответствующего этапа эволюции науки в целом.

Теоретическая значимость исследования.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что посредством его результатов станет возможно дополнение существующей в настоящее время картины онтологических и теоретико-познавательных основ математического знания, расширение круга подходов к проблемам философии науки и философии математики в частности, более полное осмысление закономерностей развития математики.

Практическая значимость исследования.

Практическая значимость исследования заключается в том, что его результаты могут быть использованы при разработке прогнозов и определении перспектив развития математических областей. Материалы диссертации могут использоваться при подготовке курсов «Методология научного знания», «История и философия науки» для аспирантов физико-математических специальностей, а также спецкурсов, связанных с философскими основаниями математики.

Личный вклад автора состоит в том, что в ходе данного диссертационного исследования был проведен комплексный анализ достаточно обширной литературы, в том числе англо- и немецкоязычной (непереведенной на русский язык), по истории философии, а также по философским основаниям математики, посвященной проблеме развития математического и научного знания, на основании которого построена развернутая интерпретация эвристической роли аномальных этапов развития математики в философии математики XX века. Подготовлено 10 научных публикаций, отражающих основные элементы научной новизны диссертации, 5 из них в журналах, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ.

Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается:

использованием в исследовании историко-философских методов и научно-методологических подходов при рассмотрении темы;

опорой на фундаментальные отечественные и зарубежные теории;

согласованностью выводов с предшествующей критической традицией исследователей философии математики.

Апробация исследования.

Основные результаты и выводы работы апробированы в выступлениях автора на ряде научных и научно-практических конференций, в частности «Коммуникативные стратегии информационного общества» (Санкт-Петербург, 2017), «Инновационная деятельность науки и образования в агропромышленном производстве» (Курск, 2019), «Инновации в научно-техническом обеспечении агропромышленного комплекса России» (Курск, 2020), «Диалог культур в современном мире: новые явления в эпоху цифровой цивилизации» (Ростов-на-Дону, 2020), VIII Российский философский конгресс по теме «Философия в полицентричном мире» (Москва, 2020), «Актуальные проблемы современной науки: исторические, философские, методологические аспекты» (Курск, 2021), а также в научных публикациях, в том числе в изданиях, рекомендованных ВАК.

Материалы исследования использовались автором во время профессиональной педагогической практики при чтении лекций и проведении семинарских занятий со студентами различных факультетов Курского государственного университета.

Структура диссертации.

Диссертация состоит из введения, двух глав, включающих шесть параграфов, заключения и списка литературы. Библиография содержит 165 источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования, выявляется степень её разработанности, указываются теоретико-методологические основы, определяются цель и задачи исследования, оценивается новизна его результатов, раскрывается теоретическая и практическая значимость работы, приводятся данные по апробации результатов исследования.

Первая глава – «Математические достижения как объект философского осмысления – история и современность» – представляет собой историко-философский обзор развития математической науки. Особое внимание при этом уделяется тем этапам и периодам, во время которых формировались новые направления математики, возникали новые математические теории.

Рассмотрены разновидности современной интерпретации истории науки, научные дискуссии, приведшие к возникновению двух направлений философии математики – фундаменталистского и социокультурного, которые достаточно отчетливо выражены как в зарубежном, так и в отечественном научном сообществе.

В первом параграфе главы I – «Представление о математических понятиях в рационалистической традиции европейской философии» – рассматриваются процессы формирования и эволюции основных математических понятий на протяжении многовековой истории, эволюция математических установок, их связь с потребностями человеческого общества, с развитием культуры, научного познания, социально-экономической и религиозной сферами.

Европейский рационализм берет начало с Древней Греции, и первой философской школой, в которой математика формируется как философское учение, считается школа Пифагора, для которого первоначалом мира является число. Изучение и познание мира сводится к познанию чисел и геометрических фигур, а критерием истинности знания становится соответствие их гармонии. Иными словами, познать мир – это значит познать управляющие им числа и отношения чисел.

Пифагорейская школа, заложившая основы древнегреческой арифметики и геометрии, получила теоретическое обоснование и весьма четкое выражение в сочинениях Платона. Число для Платона – принцип, который обеспечивает организованность и определенность жизни. Платон верил в упорядоченность Вселенной и важность ее познания. Последователи Платона видели задачу философа в том, чтобы построить рациональную интерпретацию, раскрывающую порядок Вселенной.

Аристотель – самый известный из учеников Платона. Он полагал, что математические объекты имеют абстрактное значение, а математика представляет собой более высокую ступень знания по сравнению с теми областями, которые имеют дело с материальными объектами.

Только в эпоху Возрождения (XV-XVI вв.) математика впервые выходит за пределы знаний, которые были получены от древних греков. Мыслители этой эпохи начинают связывать ценность знания не с тем, к какой сфере оно принадлежит, а с тем, насколько оно достоверно. Г. Галилей, подобно Платону, считает математику механизмом познания вечных истин. Но для Галилея математика сама по себе – надежнейший философский метод познания мира. Философия у Галилея написана в самой Вселенной на великом языке математики.

Новое время, – эпоха, начинающаяся с XVI – XVII вв., когда формируется новое понимание науки, новая методология научного познания. Изменения касаются и оснований математического знания, понимания природы числа, пространства, норм доказательства. Одним из главных тезисов Р. Декарта было утверждение о том, «математика – мощный и универсальный метод познания природы, образец для других наук». Г. Лейбниц полагал, что математические истины являются врожденными.

Начало периода современной математики в отечественной истории математики (А.Н. Колмогоров) связывают с открытием Н.И. Лобачевским неевклидовой геометрии в 1826 году. На протяжении всего XIX века европейская математика становилась все более абстрактной.

В XX веке при решении различных задач имела место работа научных сообществ. Так, группа французских математиков, публиковавшая свои работы под псевдонимом «Николя Бурбаки» (Вейль А., Дьёдонне и др.), попыталась представить всю известную математику как единое целое. Вторая половина века ознаменовалась широким внедрением вычислительной техники, что позволило иметь дело со все большими и большими объемами данных. В науке XX в. математика стала выступать как эвристическое средство, как то, что позволяет предвидеть путь дальнейшего движения научного поиска, путь, на котором просматриваются возможности будущих открытий законов реального мира.

Во втором параграфе главы I – «Фундаменталистский и социокультурный подходы к обоснованию математики в нашей стране и за рубежом: XX столетие» – описаны два направления современной философии математики, – фундаменталистское и нефундаметналистское, которые проявились к концу XX века как в западной, так и в отечественной философии математики.

Представители фундаменталистского направления утверждают, что математика принципиально едина, что математическая парадигма, включающая в себя объект познания и методы исследования, в основе своей неизменна. Природа математических объектов и понятий априорна, из чего следует онтологическая объективность математики. Математические доказательства, опирающиеся на законы логики, обладают необходимой степенью надежности. Развитие математики представляет собой процесс, устремленный к некоторому заданному идеалу и который сам по себе является исторической необходимостью.

Сторонники нефундаменталистского (социокультурного) подхода утверждают возможность наличия множественности математик, зависимость математической парадигмы от исторических и социокультурных факторов. Они считают, что при изучении математических представлений необходимо изучать ту среду, в которой эти представления возникли и существуют. Эта модель развития представляет современную математику как практически ориентированную науку, которая приходит на смену теоретической математике Нового времени.

Споры между сторонниками фундаментализма и нефундаментализма продолжаются как в среде западных, так и ученых. Как правило, в большинстве научных споров оппоненты остаются при своих мнениях, усиливая свои аргументы и укрепляя научные позиции. Историческая практика показывает, что любая логически выдержанная и исследовательски плодотворная научная позиция всегда найдет своих сторонников.

В третьем параграфе главы I – «Полемика в современной философско-математической мысли» – рассмотрены вопросы, вызывающие оживленную полемику в западной и отечественной философии математики. Если изначально данная научная область была связана с проблемой обоснования математического знания, то в дальнейшем в круг ее проблем входят онтологические и гносеологические аспекты осмысления сущности математики, природы математических объектов и понятий, природы доказательства в математике, соотношения математики и логики, вопросы построения приемлемых онтологических моделей математических оснований, проблема сущности бесконечности и другие.

Философия математики XX столетия занимается такими вопросами: каково значение математических предложений? и существуют ли абстрактные математические объекты? Первый вопрос сводится к вопросу интерпретации, к построению семантической теории для языка математики. Второй вопрос может быть сведен к вопросу о природе математических объектов, в частности, о том, что такое число. По мнению антиреалистов, такие объекты, как числа, не существуют. Реалисты же утверждают, что существуют и числа, и другие математические объекты. В одном из направлений утверждается, что числа существуют вне человеческого сознания, как сущности физического мира. Математический платонизм полагает, что числа являются абстрактными объектами, нефизическими и нематериальными. Есть много различных видов математических объектов, – функции, множества, векторы, окружности и т.д., – и все это абстрактные объекты.

В начале XXI века в европейской философии появляются новые разновидности реализма, порой далеко не бесспорные. Интерес к реалистическим концепциям и установкам обусловлен тем, что с ними отчасти связывают надежды на понимание той реальности, которую создает техногенная цивилизация и информационное общество.

В отечественной философии математики конца прошлого столетия также наблюдается так называемый «гуманистический поворот», который приводит к появлению в философии математики двух различных, противостоящих друг другу направлений, – фундаменталистского и социокультурного.

Во второй главе – «Формирование и разрешение математических аномалий как эвристический процесс, его историко-философское и методологическое осмысление» – рассматриваются математические аномалии, кризисы в развитии математики и их влияние на дальнейшее развитие математической науки, на формирование ее новых отраслей, на возникновение новых теорий, на трансформацию значений базисных понятий математики.

В первом параграфе главы II – «Методология XX столетия о закономерностях развития научного знания» – рассматриваются оригинальные модели развития науки, разработанные Т. Куном и И. Лакатосом в середине XX столетия.

Изучая взгляды о развитии науки, которые имели место в середине прошлого века, Т. Кун приходит к выводу, что они не соответствуют реальным историческим процессам и формирует свое представление о динамике науки, которое было изложено им в книге «Структура научных революций» (1962). Представители логического эмпиризма и позитивистской философии науки до Т. Куна считали, что оценка теории – это вопрос применения законов теории к совокупности имеющихся доказательств. Эти законы должны быть показателем того, насколько хорошо теория подтверждается доказательствами. И эти законы, как и законы дедуктивной логики, справедливы во все времена. Радикальный шаг Куна состоял в предположении, что оценка теории соотносится с определенной традицией решения научных задач. Кун ввел термин «парадигма», который понимал как систему установок науки, которые задают стандарты для последующих действий в этой области. Т. Кун предлагает циклическую модель с чередующимися фазами нормальной и экстраординарной (революционной) науки, переход между которыми протекает через кризис. Научные революции – это периоды истории науки, в которых происходит смена парадигмы. По мнению Куна, научный прогресс не может быть процессом накопления истин. Во время нормальной науки неудача в решении задачи приписывается научному сообществу. Но если задачи становятся все более неразрешимыми, то понимание причины этого смещается в сторону парадигмы. Нормальная наука требует устоявшейся традиции с надежной парадигмой, и если кризис не разрешается в рамках существующей парадигмы, то эта парадигма должна быть заменена.

Кун отвергает допущение о том, что целью науки является истина, он описывает парадигму, в которой целью науки является решение сложных задач, а научная рациональность заключается в сопоставлении предлагаемых решений этих задач с их образцовыми решениями.

Концепция научно-исследовательских программ И. Лакатоса – попытка установления таких механизмов, которые адекватно описывали бы и период «нормальной науки» и смену парадигм. И. Лакатос считал, что в науке формируются не просто научные теории, но и исследовательские программы. У всех исследовательских программ есть «твердое ядро», «защитный пояс», «негативная эвристика», «позитивная эвристика». Защитный пояс «должен выдержать главный удар со стороны проверок, защищая таким образом окостеневшее ядро». Развитие науки И. Лакатос представляет не как чередование научных теорий, а как «историю рождения, жизни и гибели исследовательских программ». Если исследовательская программа может объяснить больше, чем конкурирующая, то она вытесняет ее. И. Лакатос считает, что безусловно необходимо сохранять «жесткое ядро» научно-исследовательской программы, в то время как происходит «прогрессивный сдвиг» проблем.

В методологии науки XX столетия признается, что наука развивается на основе научных революций, но кумулятивизм также имеет место в периоды нормальной науки.

Во втором параграфе главы II – «Кризис в развитии математики как предпосылка научных открытий» – рассматриваются три главных кризиса оснований математики.

Первым кризисом считают открытие несоизмеримости отрезков в последние два десятилетия V в. до н.э. Второй кризис имел место в XVII –XVIII в. Это проблема вычисления бесконечно малых величин. Третий кризис имел место на рубеже XIX – XX веков и был связан с парадоксами в теории множеств.

Советский ученый прошлого века А.Н. Колмогоров связывает первый из указанных выше кризисов с формированием элементарной математики, второй – с формированием высшей математики, третий – с формированием современной математики.

Открытие иррациональных чисел древнегреческими математиками вызвало первый фундаментальный кризис. Около 500 года до нашей эры Гиппас из Метапонта, ученик Пифагора, представил геометрическое доказательство того, что длина диагонали единичного квадрата является иррациональным числом – то есть числом, которое не может быть выражено как целое число или как отношение двух целых чисел.

Второй кризис в математике произошел в XVII–XVIII в. и был связан с противоречивостью алгоритмов дифференциального исчисления. Однако, это исчисление находило все новые приложения в механике и астрономии, превращаясь в центральную и наиболее продуктивную часть математического здания. Приложение этих алгоритмов к новым задачам заставило обобщить и уточнить исходные понятия и сделать более строгими сами алгоритмы. В конечном итоге анализ сформировался как логически непротиворечивая, относительно замкнутая и полная понятийная система.

В XIX веке русским математиком Н.И. Лобачевским было доказано, что не только пять исходных аксиом Евклида образуют логически непротиворечивую систему, – евклидову геометрию, – но и первые четыре аксиомы плюс утверждение, которое противоречит пятому постулату, могут образовать логически непротиворечивую систему, – неевклидову геометрию. Таким образом выяснилось, что пятый постулат независим от предыдущих четырех постулатов. Открытие возможности неевклидовой геометрии, противоречащей человеческой интуиции (например, в неевклидовой геометрии кратчайшее расстояние между двумя точками не может быть прямой линией), уменьшило доверие математиков к интуиции, – чувству правильности или очевидности, – как фундаменту математического знания и, тем самым, способствовало изучению математики с использованием формальной логики.

Логика была частью философии с момента ее разработки Аристотелем вплоть до XIX века, когда благодаря открытию неевклидовых геометрий открылись огромные возможности логического мышления. В 1901 году британский философ Б. Рассел обнаружил противоречие в логической системе Г. Фреге, который пытался показать, что вся математика может быть сведена к логике.

Д. Гильберт, ведущая личность в математике того периода, разработал свою программу оснований, в которой стремился доказать непротиворечивость арифметики. Особенность его программы, которая стала известна как формализм, состояла в том, что она требовала, чтобы доказательство непротиворечивости производилось методами, включающими только финитные отношения между языковыми символами, используемыми для выражения математических утверждений.

Австрийский математик К. Гедель доказал две теоремы, названные первой и второй теоремами неполноты, которые устанавливают строгий предел возможностей логики, формализации. Вторая теорема особенно повлияла на программу Гильберта, поскольку утверждала, что непротиворечивость системы арифметики не может быть доказана с помощью средств самой этой системы. Этот результат имел важные последствия, поскольку показал, что программа Гильберта не может быть выполнена в ее первоначальном виде.

Кризис начала XX века не привел к явной победе какой-либо одной из спорных точек зрения – логицизма, платонизма, формализма, интуиционизма или языковой трактовки математики. Вместе с тем, стало вполне очевидным, что все сущностные составляющие, выделяемые этими течениями как определяющие природу математики, несомненно характерны для этой науки.

В третьем параграфе главы II – «Понятийный базис и его теоретико-познавательное значение в разработке новых разделов математики» – рассмотрены генезис и эволюция некоторых наиболее неоднозначных математических понятий: иррациональные числа, бесконечно малые величины, непрерывность и дискретность, континуум, трансфинитные числа.

Иррациональные числа – это все те вещественные числа, которые не могут быть выражены как целое число или как отношение двух целых чисел. Если отношение длин двух отрезков прямой представляет собой иррациональное число, то такие отрезки называются несоизмеримыми, что означает, что у них нет общей «меры».

Первое доказательство существования иррациональных чисел приписывают пифагорейцу Гиппасу, которому ещё в V веке до нашей эры удалось доказать, что если гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника действительно соизмерима с катетом, то одна из этих длин должна быть одновременно нечетной и четной.

Греческие математики назвали это отношение несоизмеримых величин αλογος (невыразимое). Открытие Гиппаса поставило очень серьезную проблему для пифагорейской математики, поскольку оно, как казалось тогда, разрушало тезис о том, что число – основа всего сущего. Открытие несоизмеримых отрезков прямой указывало ещё на одну проблему, стоявшую перед греками: отношение дискретного к непрерывному. Евдокс Книдский разработал новое понимание теории пропорций, которое учитывало не только соизмеримые, но и несоизмеримые величины.

Важным шагом в развитии теории иррациональных чисел стало решение вопроса о том, все ли числа являются алгебраическими, т.е. корнями алгебраических многочленов с целыми коэффициентами. В 1844 году французский математик Ж. Лиувилль впервые привел пример трансцендентного (т.е. неалгебраического) числа. Множества алгебраических и трансцендентных чисел существенным образом отличаются друг от друга. Множество алгебраических чисел бесконечно и счётно, т.е. взаимнооднозначно сопоставимо со множеством натуральных чисел, замкнуто относительно операций сложения, вычитания, умножения и деления (исключая деление на 0). Множество трансцендентных чисел несчётно. Таким образом, трансцендентных чисел «больше», чем алгебраических. Их слишком много, чтобы можно было представить в виде последовательности.

Понятие непрерывности в математике имеет давнюю историю. Значение слова непрерывный – «сущность, которая не имеет промежутков». В математике понятию непрерывности давали всё более и более точные определения. Так, в конце XVIII века непрерывность функции означала, что бесконечно малые изменения значения аргумента индуцируют бесконечно малые изменения значения функции. В XIX веке это определение связывают с понятием предела.

Традиционно бесконечно малая величина – это последовательность, переменная величина, такая, которая меньше любой конечной величины. Практически величина является бесконечно малой, если ее квадратом и всеми более высокими степенями можно пренебречь. В теории пределов бесконечно малой является последовательность, предел которой равен нулю. Таким образом, непрерывные кривые считались составленными из бесконечно малых прямых линий.

Прототипы бесконечно малых величин встречаются в учении древнегреческого философа Анаксагора, но уже отсутствуют в математике Евклида. Приняв несколько неясную форму «неделимых», они вновь появляются в европейской математике в эпоху позднего Средневековья. В XIX веке с появлением теории пределов математики отказываются от понятия бесконечно малых в связи с отсутствием его четкой определенности. Однако позже понятие бесконечно малого было переосмыслено на более строгой основе.

Фундаментальная природа континуума состоит в непрерывности, при этом любой континуум допускает бесконечное последовательное деление. В древности это утверждение встречало возражение. Основатель школы атомизма, Демокрит, утверждал, существуют атомы, неделимые частицы, что для всего существует предел деления, и что не только материя, но и сама протяженность не является бесконечно делимой. В то же самое время атомисты утверждали, что непрерывное в конечном счете сводимо к дискретному, как на уровне ощущений, так и на уровне разума. Бесконечно малая величина была понята как «конечная часть» континуума. Но каждая часть континуума делима, так как сама является континуумом. Это значит, что точка, как неделимый объект, не может быть частью континуума. А значит, бесконечно малые величины, как части континуумов, не могут быть точками.

Атомизм Демокрита был оспорен Аристотелем, который утверждал, что физическая реальность – это непрерывная полнота и что структура континуума, общая пространству, времени и движению, не может быть сведена ни к чему иному. По мнению Аристотеля, непрерывные величины потенциально делимы до бесконечности. Философы средневековой Европы, подчиняясь огромному авторитету Аристотеля, утверждали, что континуум не может состоять из неделимых частиц.

В 1873 году Кантор продемонстрировал, что рациональные числа, хотя и бесконечны, являются счетными (или исчисляемыми), потому что они могут быть помещены во взаимнооднозначное соответствие с натуральными. Он показал, что множество действительных чисел бесконечно и неисчислимо, и что трансцендентные числа, которые являются подмножеством иррациональных, неисчислимы и поэтому более многочисленны, чем целые числа. В 1883 году Г. Кантор вводит понятие ординала или порядкового числа. Новое множество представляет собой расширение множества натуральных чисел. Над ординалами можно производить те же арифметические действия, что и над другими числами – сложение, умножение, возведение в степень. Трансфинитные числа – это бесконечные порядковые числа. Данные числа сыграли важную роль в доказательстве различных теорем теории множеств. Особенно ценным оказался в данном случае принцип трансфинитной индукции.

На рубеже веков работы Кантора были окончательно признаны фундаментальными для развития теории функций, анализа и топологии. Более того, эти работы стимулировали в дальнейшем развитие как интуитивистской, так и формалистической школ в основаниях математики. Таким образом, благодаря Г. Кантору понятие актуальной бесконечности стало доступно для строгого, формально-логического и математического анализа.

Понятийный базис математики, как и понятийный аппарат любой другой науки, играет большую роль в ее развитии. Эволюция понятий приводит к разработке новых научных теорий и новых разделов математики, что неоднократно имело место на протяжении истории математики. С другой стороны, возникновение новых направлений в математике обновляло ее понятийный аппарат, уточняло понятийный базис.

Построение понятийного аппарата – это основа логичности, точности, последовательности и непротиворечивости знания, образующего целостность и завершенность любой дисциплины. Эталоном же такого совершенства, несмотря на все трудности и аномалии, а во многом и благодаря им, попрежнему выступает математика.

Заключение посвящено подведению общих итогов исследования и содержит основные результаты диссертационной работы.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

В периодических изданиях, входящих в Перечень, рекомендованный ВАК

1. Побережный, И.А. Интуиция в математике: от интуитивизма А. Пуанкаре к интуиционизму Л. Брауэра и Г. Вейля. / И.А. Побережный // Философская мысль. — 2019. - № 5. - С.1-6. DOI: 10.25136/2409-8728.2019.5.30076. URL: https://e-notabene.ru/fr/article_30076.html, (0,6 п.л.);
2. Побережный, И.А. Обоснование математики в рационалистической традиции западной философии. / Е.И. Арепьев, И.А. Побережный // Вестник Воронежского Государственного Университета. Серия: Философия, №3, 2020, С 100-107, (0,5 п.л.);
3. Побережный, И.А. О фундаменталистском и социокультурном направлениях в современной отечественной и западной философии математики. / И.А. Побережный // NOMOTHETIKA: Философия. Социология. Право. 2021. Том 46, № 2. – С. 223–229. DOI 10.52575/2712-746X-2021-46-2-223-229, (0,6 п.л.);
4. Побережный, И.А. Об эвристической роли кризисов в развитии математики./ Е.И. Арепьев, И.А. Побережный // Вестник Челябинского государственного университета. 2021. № 5 (451). Философские науки. Вып. 60. С. 118–125. DOI: 10.47475/1994-2796-2021-10517, (0,7 п.л.);
5. Побережный, И.А. Понятийный базис и его роль в формировании новых разделов математики. / И.А. Побережный // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Познание». №7, 2021. – С 79 – 83. (0,4 п.л.).

Публикации в других изданиях

6. Побережный, И.А. Информатизация общества и ее влияние на человека. / И.А. Побережный // Труды IX Международной научно-теоретической конференции «Коммуникативные стратегии информационного общества» (Санкт-Петербург, 26–27 октября 2017 года) Коммуникативные стратегии информационного общества. СПб., 2017. С. 40-42. (0,2 п.л.);
7. Побережный, И.А. Некоторые аспекты конструктивности в философии математики. / А.А. Побережный, И.А. Побережный // Материалы Международной научно-теоретической конференции «Инновационная деятельность науки и образования в агропромышленном производстве» (Курск, 27–28 февраля 2019 года). Ответственный редактор И.Я. Пигорев. Курск, Изд-во Курской ГСХА, 2019. С. 231-233. (0,1 п.л.);
8. Побережный, И.А. Специфика инновационных процессов в преподавании гуманитарных наук. / И.А. Побережный // Материалы Всероссийской (национальной) научно-практической конференции «Инновации в научно-техническом обеспечении агропромышленного комплекса России» (Курск, 06 февраля 2020 года). Ч.3. Курск, Изд-во Курской ГСХА, 2020. с. 306-308, (0,2 п.л.);

9. Побережный, И.А. Математический реализм в современной математике и философии». / И.А. Побережный. // Сборник научных статей VIII Российском философском конгрессе по теме «Философия в полицентричном мире», Круглые столы. М., 2020. – С. 736-738, (0,3 п.л.);

10. Побережный, И.А. О некоторых особенностях понимания научной рациональности Т. Куном» / И.А. Побережный // Актуальные проблемы современной науки: исторические, философские, методологические аспекты: сборник статей Региональной научной конференции молодых ученых (07 мая 2021 года), редкол.: Волохова Н.В. (отв. ред.); Курский гос. ун-т., Курск: ЗАО "Университетская книга", 2021. – С. 203-205. (0,2 п.л.).

Побережный Иван Александрович

ТРАКТОВКА ЭВРИСТИЧЕСКОЙ РОЛИ АНОМАЛЬНЫХ ЭТАПОВ РАЗВИТИЯ НАУКИ В НАПРАВЛЕНИЯХ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ XX ВЕКА

Специальность 5.7.2. – история философии

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата философских наук

Подписано в печать
Гарнитура Times New Roman
Формат 60x84/16